

A. CRAVE

ISSN 1240-1498

ISBN 2-905532-64-5

14 NOV. 1995



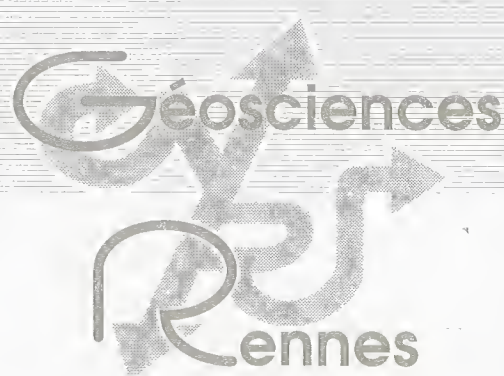
**quantification
de l'organisation
des réseaux hydrographiques**

MEMOIRES

1995



n° 65





| | |
|--------------------------|------|
| INSTITUT DE LINGUISTIQUE | 7435 |
| NUMERO | |
| ANNEE | |
| BIBLIOTHEQUE | |

14 NOV. 1995

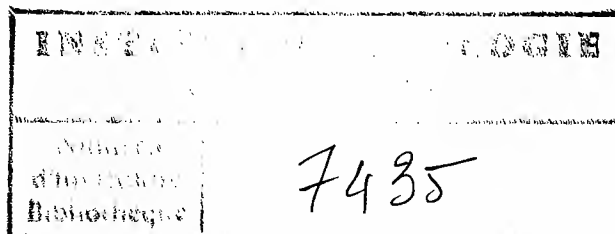
MEMOIRES DE GEOSCIENCES - RENNES

n° 65

Alain CRAVE

**QUANTIFICATION DE L'ORGANISATION
DES RESEAUX HYDROGRAPHIQUES**

**Thèse de Doctorat de l'Université de Rennes I
soutenue le 20 janvier 1995**



**Géosciences - Rennes
UPR-CNRS n°4661
Université de Rennes I
Campus de Beaulieu
F - 35042 - RENNES Cédex
(France)**

1995



ISSN : 1240-1498

ISBN : 2-905532-64-5

1995

**GEOSCIENCES-RENNES
UPR-CNRS n°4661
Université de Rennes I - Campus de Beaulieu
F-35042-RENNES Cédex (France)**

Alain CRAVE

Quantification de l'organisation des réseaux hydrographiques.

Mémoires de Géosciences Rennes, n° 65, 210 p.

Remerciements

Ce mémoire n'aurait sans doute pas pu se concrétiser sans l'aide d'amis qui de près ou de loin ont tous apporté leur contribution à ce travail.

Je voudrais en premier lieu remercier ma mère qui, par sa sollicitude et sa confiance, a toujours pris une place importante dans la poursuite et la réussite de mes études. Toute ma reconnaissance va également à Nicole et Serge pour l'affection qu'ils m'ont portée et les encouragements qu'ils m'ont témoignés à maintes reprises.

Il m'aurait été difficile de progresser dans un domaine ou trois ans auparavant je ne connaissais pour ainsi dire rien, sans le soutien de Philippe Davy, Chantal Gascuel et Philippe Mérot. Grâce à leurs conseils, leur enseignement et la patience dont ils ont fait preuve à l'égard du garçon, ce dernier peut se targuer d'avoir été encadré de façon polyvalente et complémentaire, tant sur le plan de la pédagogie que des méthodes de travail et de la réflexion. C'est pourquoi je tiens à les remercier pour m'avoir initié à la vocation de chercheur.

Ma gratitude va également à l'ensemble du personnel et des étudiants des laboratoires de *Sciences du Sol de l'INRA de Rennes* et de *Géosciences Rennes*. Que ce soit pour effectuer des mesures sur le terrain au milieu des effluves de lisier de la campagne bretonne, ou utiliser les différents systèmes et programmes informatiques auquel le garçon fut relativement hermétique, j'ai toujours pu trouver auprès d'eux une aide éclairée. Je tiens plus particulièrement à remercier François Garnier, Hervé Squidant, Patricia Bruneau, Yves Quété, Albertine Simon, Florence Nicollin, Olivier Goubin, Olivier Dauteuil, Benoît Tourneri, Vincent Houben, Odile Quidu et Joseph Bédier pour leur coopération et le temps qu'ils m'ont accordé.

S'il est certain que l'aide apportée sur le plan scientifique et technique fut indispensable, le support logistique et l'amitié de mon entourage rennais l'ont été tout autant. Aussi je remercie tous les amis qui ont su maintenir mon moral par leur jovialité, les petits plats en sauce (ou sans sauce, dans tous les cas c'était toujours très bon), et leur faculté à rester Zen lorsque je me montrais quelque peu désagréable ou abrupte dans ma façon d'être (qu'ils me pardonnent, dans la plupart des cas je devais être à jeun! Le garçon étant un peu primaire pour tout ce qui touche à la nourriture...). J'ai une pensée particulière pour: Michel et Geneviève pour leur accueil lors de mes premiers jours à Rennes; Véronique, Annie, Christine et Patounette pour avoir conduit mes premiers pas dans la ville de Rennes; le bureau 226 à savoir: Delphine, Ingrid, Aqua-girl, Marc, Abder et Mohamed pour avoir mis un peu d'ambiance dans ce bureau de galériens; Cécile, Florence, Silvia et Olivier pour m'avoir épaulé, nourri et logé dans les moments difficiles; Jeanine et Michèle qui ont su régler les petits problèmes d'ordre administratifs lors de mon séjour à l'*INRA*.

Donc merci à tous, et je serais très heureux de pouvoir un jour leur rendre la pareille.

Le garçon

| | |
|---|----|
| INTRODUCTION..... | 1 |
| CHAP. 1: ETUDE STATISTIQUE DE L'ORGANISATION DES | |
| EXEMPLE DE LA VILAINE ET DU BLAVET..... | 5 |
| 1. Objectifs et limites de l'étude quantitative..... | 5 |
| 1.1. Contexte de l'étude..... | 5 |
| 1.2. Choix des bassins versants de la Vilaine et du Blavet..... | 6 |
| 1.3. Intérêt du couplage réseau vectorisé-MNT | 6 |
| 1.4. Limites de l'étude..... | 7 |
| 2. Bassins versants de la Vilaine et du Blavet | 7 |
| 2.1. Contexte géologique | 7 |
| 2.1.1. Le Massif Armoricain..... | 7 |
| 2.1.2. Bassin versant de la Vilaine..... | 9 |
| 2.1.3. Bassin versant du Blavet..... | 10 |
| 2.2. Contexte géomorphologique | 10 |
| 2.3. Description qualitative des réseaux hydrographiques | 11 |
| 2.3.1. Système hydrographique de la Bretagne | 11 |
| 2.3.2. La Vilaine et ses affluents | 13 |
| 2.4. Contexte climatique | 16 |
| 2.5. Utilité de l'analyse quantitative | 16 |
| 3. Codification et nomenclature | 19 |
| 3.1. Définitions..... | 19 |
| 3.2. Codification de Strahler..... | 21 |
| 4. Traitements des données | 23 |
| 4.1. Réseau hydrographique vectorisé | 23 |
| 4.1.1. Source cartographique..... | 23 |
| 4.1.2. Vectorisation..... | 23 |
| 4.2. Traitement numérique de la topographie digitalisée | 25 |
| 4.2.2. Notion d'aire drainée | 27 |
| 4.2.3. Calcul de l'aire drainée | 28 |
| 4.2.4. Les minima..... | 30 |
| 4.2.5. Utilisation du réseau vectorisé dans le calcul de l'aire drainée..... | 30 |
| 5. Méthodes analytiques..... | 32 |
| 5.1. Calcul des distributions de populations..... | 32 |
| 5.1.1. Définitions | 32 |
| 5.1.2. Calcul et interprétation..... | 33 |
| 5.2. Formes fractales | 33 |
| 5.2.1. Définitions et propriétés des fractals | 33 |
| 5.2.2. Méthodes de calcul..... | 34 |
| 5.2.3. Commentaires | 38 |
| 6. Statistique et lois d'échelle sur le réseau | 39 |
| 7. Conclusion de l'analyse statistique de la Vilaine et du Blavet | 39 |
| PUBLICATION: STATISTICS OF CHANNEL NETWORK | 41 |

| | |
|---|-----|
| CHAP. 2: MODÈLES DE CROISSANCE DES RÉSEAUX HYDROGRAPHIQUES ET D'ÉVOLUTION DU RELIEF..... | 71 |
| 1. Introduction | 71 |
| 2. Les modèles de réseaux..... | 72 |
| 2.1. Les modèles d'optimisation..... | 72 |
| 2.1.1. Géomorphologie et thermodynamique | 72 |
| 2.1.2. Modèle d'optimisation des angles de confluence (1990)..... | 73 |
| 2.1.4. Modèle topologique aléatoire (1966) | 79 |
| 2.2. Les modèles de croissance..... | 80 |
| 2.2.1. Les modèles déterministes | 81 |
| 2.2.2. La marche aléatoire | 84 |
| 2.2.3. La percolation d'invasion appliquée aux réseaux hydrographiques..... | 87 |
| 2.2.4. L'agrégation limitée par la diffusion appliquée aux réseaux hydrographiques | 89 |
| 2.3. Conclusion des modèles de réseaux | 91 |
| 3.1. Les équations générales d'évolution | 93 |
| 3.1.1. Les théories "globales"..... | 93 |
| 3.1.2. Les mécanismes couplés | 96 |
| 3.2. Les instabilités en géomorphologie | 98 |
| 3.2.1. La théorie des faibles perturbations..... | 99 |
| 3.2.2. Les modèles déterministes de perturbations de fortes amplitudes..... | 103 |
| 3.2.3. Les modèles stochastiques de croissance | 106 |
| 4. Un modèle couplé réseau-topographie | 110 |
| 4.1. Critère de formation des réseaux hydrographiques..... | 111 |
| 4.2. Règles de marche..... | 115 |
| 4.2.1. Sur le versant..... | 117 |
| 4.2.2. Dans le réseau | 117 |
| 4.3.1. Loi de diffusion | 119 |
| 4.3.2. Loi de transport..... | 119 |
| 4.4. Résultat du modèle de précipitons..... | 121 |
| 4.4.1. Evolution des réseaux hydrographiques et des reliefs..... | 122 |
| 4.4.2. Analyse quantitative des instabilités développées par les processus d'érosion | 131 |

| | |
|--|-----|
| CHAPITRE 3: GÉNÈSE DES RÉSEAUX HYDROGRAPHIQUES, APPROCHE EXPÉRIMENTAL..... | 152 |
| 1. Introduction..... | 152 |
| 1.1. Localisation des points sources..... | 152 |
| 2. Étude expérimentale de la distribution spatio-temporelle de l'humidité de surface..... | 159 |
| 2.1. Les approches choisies | 159 |
| 2.2. Application de la technique radar | 160 |
| 2.1.1. Mesure de l'humidité par technique radar | 160 |
| 2.1.2. Les images radar du satellite ERS 1 utilisées - Résultats | 162 |
| 2.2. Approche topographique de la distribution spatio- temporelle de l'humidité de surface..... | 164 |
| PUBLICATION: A TOPOGRAPHIC APPROACH OF TIME AND SPACE DISTRIBUTION OF WATER CONTENT AT OIL SURFACE | 165 |
| CONCLUSION..... | 191 |
| ANNEXE 1. PUBLICATION: EFFET DES SURFACES SATURÉES SUR LE COEFFICIENT DE RÉTRODIFFUSION DU RADAR À OUVERTURE SYNTHÉTIQUE (SAR) DU SATELLITE ERS1: PREMIERS RÉSULTATS | 203 |

INTRODUCTION

Les réseaux hydrographiques constituent les principaux vecteurs d'évacuation de la matière à la surface des continents. Sur un plan géomorphologique, ils sont le siège d'une érosion active due aux écoulements d'eau concentrés qui permettent un transport rapide de sédiments sur de longues distances. Ils s'opposent ainsi aux versants, où l'érosion diffuse domine et engendrent une érosion différentielle à l'origine de la formation des talwegs et des vallées. Ce phénomène conduit à long terme à un découpage de la topographie suivant une grande variété de longueurs d'onde. Ils constituent ainsi un des principaux agents de structuration du relief. Sur un plan hydrologique, les réseaux hydrographiques en drainant les écoulements de surface et de subsurface contrôlent l'humidité générale d'un bassin versant et accélèrent les transferts de volumes d'eau au sein des bassins. Ils constituent à ce titre l'un des paramètres importants dans la génération des pics de crue et plus généralement l'une des composantes principales de la réponse hydrologiques d'un bassin versant aux précipitations.

L'efficacité des réseaux hydrographiques à évacuer de la matière (eau ou sédiments) dépend étroitement d'un part de l'énergie cinétique des écoulements dont ils sont le siège et d'autre part de leur répartition spatiale au sein de la surface topographique. La densité des réseaux, en imposant une longueur moyenne d'interfluve, fixe en effet une limite supérieure pour les temps de transfert "lents" et par là même des taux d'évacuation. La dynamique de l'évolution des reliefs est donc conditionnée par l'organisation spatiale des réseaux hydrographiques.

D'autre part, les réseaux hydrographiques traduisent la réponse des processus d'érosion à une augmentation de l'énergie potentielle de la surface topographique induite par des mouvements tectoniques ou eustatiques. Ces processus d'érosion répondent ainsi à des critères d'équilibre et tendent à faire évoluer la topographie vers une configuration stable fixée par des conditions aux limites données. La géométrie des systèmes témoigne dans certains cas de la nature des processus physiques qui les engendrent. Nous pouvons

donc espérer, à travers l'organisation géométrique des réseaux hydrographiques, retrouver les lois physiques d'évolution et d'organisation de la topographie.

La compréhension de l'organisation des réseaux hydrographiques est donc un enjeu important tant sur le plan fondamental dans l'étude de la dynamique de l'évolution de la surface des continents, que sur le plan pratique dans une perspective d'application aux prévisions hydrologiques.

L'étude de la géométrie des réseaux hydrographique vise à établir: (i) les règles de connexion des arborescences hydrographiques, (ii) les distributions de longueur de cours d'eau ou de paramètres topographiques tels que l'aire drainée, (iii) les corrélations entre les différents paramètres géométriques. Ces relations doivent autant que possible être indépendantes de l'échelle spatiale pour définir des propriétés générales des systèmes hydrographiques. Un certain nombre de lois géométriques ont pu ainsi être observées et utilisées comme critère de validation dans des modèles de construction de réseaux hydrographiques (e.g. Horton, 1945; Hack, 1957). Cependant ces lois apparaissent insuffisantes pour construire un modèle physique d'organisation. En effet, elles ne caractérisent pas les propriétés intrinsèques de ces réseaux mais plutôt celle des arborescences dans un sens très générale. Il est donc nécessaire d'affiner l'analyse géométrique et statistique de manière à en extraire les caractéristiques propres aux réseaux hydrographiques. C'est l'objet du travail présenté dans le premier chapitre de ce mémoire où une étude statistique détaillée de deux réseaux hydrographiques bretons (la Vilaine et le Blavet) a été réalisée.

L'analyse des réseaux hydrographiques actuels se réfère cependant à un état figé du système et ne permet pas de remonter à sa dynamique d'élaboration au cours du temps. La caractérisation géométrique des réseaux est donc insuffisante pour une description complète de leur organisation. Pour appréhender la dynamique du système, il est donc nécessaire de construire des modèles de croissance des réseaux hydrographiques. Une des bases de ces modèles est de considérer que l'extension des réseaux hydrographiques est conditionnée par la topographie, cependant la topographie est elle même transformée par l'action érosive des cours d'eau. Il est donc important de tenir compte du lien

étroit entre les formes du relief et le réseau hydrographique via les processus d'érosion. Les modèles proposés dans la littérature (Wilgoose et al., 1991abc; Howard, 1994) sont construits sur une approche détaillée des processus et mettent en oeuvre un nombre important de paramètres. Nous avons préféré une approche basée sur une modélisation simple, dans laquelle nous distinguons deux types de phénomènes: (i) les mécanismes d'érosion dans le système hydrographique, qui sont générateurs d'une redistribution des volumes sur de grandes distances; (ii) les mécanismes d'érosion hors des systèmes hydrographiques (sur les "versants"), qui sont à l'origine d'une érosion et de déplacements locaux et diffus. Nous nous limitons à quatre paramètres de premier ordre, que sont le débit critique de formation des cours d'eau, la non linéarité des processus d'érosion sur le versant et dans le réseau, le coefficient de diffusion sur le versant et la capacité de transport des cours d'eau. Dans le deuxième chapitre de ce mémoire, nous présentons ce modèle et son utilisation pour l'étude de l'influence des paramètres sur l'évolution du relief et des réseaux hydrographiques.

Les deux premières parties de ce travail mettent en évidence que la définition des limites amonts des cours d'eau constitue un paramètre déterminant dans l'organisation des structures hydrographiques. Elle détermine en effet la position géographique de la transition versant-réseau. Dans les régions humides telles que la Bretagne, les sources et les abords du réseau hydrographique se présentent sous la forme de zones saturées en eau. Il est donc difficile de localiser précisément cette transition. L'objet de la troisième partie de ce travail est de proposer une approche expérimentale visant à définir les paramètres topographiques permettant une localisation de la transition versant-réseau dans le cas de régions humides. Nous avons ainsi cherché à déterminer dans quelle mesure l'extension des zones saturées reflète celle du réseau hydrographique.

CHAP. 1: ETUDE STATISTIQUE DE L'ORGANISATION DES RÉSEAUX HYDROGRAPHIQUES

EXEMPLE DE LA VILAINE ET DU BLAVET

1. Objectifs et limites de l'étude quantitative

1.1. Contexte de l'étude

Le réseau hydrographique est à la fois le résultat et le principal acteur du remodelage de la topographie. De ce fait, il représente la signature d'un certain nombre de processus de transfert d'eau et d'érosion. Aussi est-il raisonnable d'envisager d'obtenir des informations sur la nature des phénomènes physiques liés à l'érosion et les limites spatiales de leur action à travers l'étude de la géométrie de ce réseau.

Dès les années 50 les géomorphologues ont quantifié la géométrie des réseaux afin d'établir des lois statistiques propres aux systèmes hydrographiques (Horton, 1945; Morisawa, 1962, 1964; Melton, 1958; Hack, 1957; Langbein, 1947). Si ces dernières correspondent à des caractéristiques plus ou moins générales de l'organisation géométrique des rivières dans un paysage, leur interprétation physique reste cependant très limitée. Certains travaux se sont également attachés à montrer et à définir la nature fractale (géométrie invariante d'échelle) du réseau hydrographique pris dans sa globalité et du parcours filaire d'une rivière (Hjelmfelt, 1988; Tarboton et al., 1988, 1990; La Barbera et Rosso, 1989, 1990; Rosso et al., 1991; Robert et Roy, 1990; Nikora, 1991, 1994). Si la plupart des études adhèrent à la thèse d'un réseau fractal, il faut cependant rester prudent sur la représentativité des résultats obtenus jusqu'à présent (Nikora, 1991).

Ces relations empiriques et fractales, à défaut de pouvoir donner des indices sur la physique qui les engendre, sont considérées comme des propriétés spécifiques aux réseaux hydrographiques. A ce titre elles sont utilisées comme critères de validation dans les modèles de simulation de construction de réseaux. Plusieurs modèles basés sur des hypothèses différentes physiques (Leopold et Langbein, 1962; Meakin et al., 1991; Roth et al., 1989; Howard, 1990; Willgoose et al., 1991abc; Rodriguez Iturbe et al, 1992; Rinaldo et al., 1992; Rigon et al., 1993) aboutissent dans leur grande majorité à des réseaux théoriques vérifiant les lois empiriques des réseaux naturels. Donc deux constatations s'imposent: (i) la relation entre la géométrie des réseaux et la physique qui l'engendre n'est pas univoque, (ii) il est toujours nécessaire de rechercher des lois statistiques ou géométriques, propres aux réseaux hydrographiques naturels, ou propres à des processus types (par exemple aléatoires ou déterministes).

Le travail présenté dans ce chapitre vise à obtenir des données sur la géométrie de réseaux hydrographiques d'une superficie d'un voir deux ordres de grandeur supérieurs (10 000 km²) aux travaux antérieurs. Nous pourrions ainsi, grâce à une meilleure représentativité des données, contribuer à mieux définir (i) les lois statistiques et l'organisation caractéristique des réseaux, (ii) les échelles pour lesquelles ces lois sont valables, (iii) les processus physiques sous-jacents.

1.2. Choix des bassins versants de la Vilaine et du Blavet

Pour des raisons d'intérêt régional et de disponibilité des informations, notre attention s'est portée sur deux réseaux hydrographiques bretons. La Bretagne ne présentant que très peu de bassins versants supérieurs à 2000 km², la Vilaine et le Blavet furent sélectionnés en fonction de leur position dans la hiérarchie en terme d'aire drainée des grands bassins versants bretons.

1.3. Intérêt du couplage réseau vectorisé-MNT

Les données sont de deux types:

- une topographie digitalisée (Modèle Numérique de Terrain: MNT) de la Bretagne au pas de 250 m qui englobe les bassins versants de la Vilaine et du Blavet, acquis grâce au GDR (Groupe De Recherche CNRS "Agriculture et Environnement"),
- les réseaux hydrographiques de la Vilaine et du Blavet vectorisés sur la base de relevés de l'Institut Géographique National (IGN) au 1/100 000, fournis par l'agence de bassin Loire-Bretagne.

Ces deux fichiers offrent le double intérêt de couvrir une superficie suffisamment grande, et d'avoir une résolution spatiale acceptable. Ils permettent ainsi d'aborder les problèmes d'échelle des structures géométriques des bassins versants, sur plusieurs ordres de grandeur.

Les travaux précédents dans ce domaine font référence à des mesures de longueurs et de superficies calculées, soit sur des documents cartographiés (Hack, 1957; Melton, 1958; Smart, 1969b, 1972; Abrahams, 1972; Jarvis, 1976; Robert et Roy, 1990), soit à partir de réseaux théoriques de drainage issus de MNT (Tarboton et al., 1988, 1991; Depratère et Moniod, 1991; Moussa, 1991; Andrieu, 1992). L'utilisation simultanée d'un fichier vectorisé et d'un MNT permet d'allier les avantages des deux sources d'informations, à savoir:

- une détermination indépendante du réseau hydrographique vrai (et non pas d'un pseudo réseau de drainage),
- le traitement de très grandes surfaces, par rapport aux études précédentes.

1.4. Limites de l'étude

La Bretagne présente un relief assez mou avec une longueur moyenne d'interfluve de l'ordre de 1 km. Le profil d'un versant n'est donc décrit que par 2 à 4 pixels de 250 m de côté. Il sera donc difficile, voire irréaliste, dans le cadre de ce travail, d'aborder l'étude de la géométrie des objets topographiques à des échelles inférieures ou égales à celles des versants. C'est pourquoi nous ne pourrions pas effectuer la statistique, ô combien intéressante, des paramètres topographiques susceptibles de contrôler l'existence d'un cours d'eau: tels que la convexité des talwegs (Depratère et Moniod, 1991), ou les paramètres dérivés de la pente locale (Dunne, 1980; Kirkby, 1988; Montgomery et Dietrich, 1988, 1992, 1994). Ce chapitre portera essentiellement sur deux paramètres géométriques: les longueurs des cours d'eau et l'aire drainée. Pour simplifier les calculs, l'aire drainée est calculée dans le plan d'échantillonnage du MNT (et non pas dans un espace à 3 dimensions). La Bretagne ne présentant pas de relief très prononcé, l'écart entre la valeur réelle de l'aire drainée et la surface calculée dans un plan, sera considéré comme négligeable devant celui induit par un relevé de l'altitude tous les 250 m.

2. Bassins versants de la Vilaine et du Blavet

2.1. Contexte géologique

La description géologique qui suit est loin d'être exhaustive. Elle a pour simple but de décrire les grands traits géologiques du Massif Armoricaïn afin d'établir les principales caractéristiques des bassins versants de la Vilaine et du Blavet. Le lecteur trouvera une description plus détaillée dans le travail de synthèse de Le Corre et al. (1991) dont s'inspirent très largement les paragraphes qui suivent.

2.1.1. Le Massif Armoricaïn

Le Massif Armoricaïn est pour l'essentiel, le résultat de deux évolutions géodynamiques successives:

- l'histoire précambrienne marquée par l'orogénèse cadomienne (620 à 540 Ma);
- l'histoire paléozoïque marquée par l'orogénèse hercynienne (540 à 290 Ma).

Il est limité à l'Est par les sédiments mésozoïques du bassin de Paris, et vers l'Ouest par les côtes de la Manche et de l'Atlantique (Fig. I.1). Ces limites ne traduisent cependant pas la véritable étendue de ce massif qui se prolonge en réalité sous le Bassin Parisien et sur le plateau continental péri-armoricaïn.

Il est composé de quatre grands domaines (Nord-Armoricaïn, Médio-Armoricaïn, Sud-Armoricaïn, Nord-Ouest Armoricaïn) délimités par des discontinuités tectoniques, et correspondant chacun à des conditions orogéniques ou métamorphiques différentes.



Figure I.1 : Carte simplifiée du Massif Armoricain. A bassin versant de la Vilaine; B bassin versant du Blavet.

2.1.1.1. Domaine Nord-Armoricain

D'âge essentiellement précambrien et fortement marquée par l'orogénèse cadomienne, cette zone est surtout composée de granites fini-cadomiens intrusifs dans des formations sédimentaires et volcaniques briovériennes. L'influence de l'orogénèse hercynienne (déformation et mise en place des granites hercyniens) n'apparaît qu'à la périphérie du domaine.

2.1.1.2. Domaine Sud-Armoricain

De structure complexe, cette région est fortement marquée par l'orogénèse hercynienne. Elle est essentiellement composée des roches métamorphiques et de granitoïdes. Le cisaillement Sud-Armoricain (CSA) grande structure dextre la limite au nord.

2.1.1.3. Domaine Nord-Ouest Armoricaïn

Ce domaine, comme le précédent, est marqué par l'orogénèse hercynienne et présente principalement des roches métamorphiques et des granitoïdes.

2.1.1.4. Domaine Médio-Armoricain

Ce domaine présente, dans sa partie orientale, du Briovérien peu impliqué dans l'orogénèse cadomienne et du Paléozoïque discordants (ordoviciens à carbonifères), et dans sa partie occidentale, du Briovérien, du Paléozoïque et de nombreux granites hercyniens. Les terrains briovériens et paléozoïques sont affectés par des déformations d'intensité moyenne contemporaines de la mise en place des granites carbonifères.

Les bassins versants de la Vilaine et du Blavet sont inclus dans le domaine Médio-Armoricain et couvrent approximativement la moitié de ce domaine. Une description très générale du substrat géologique de ces deux bassins suffit à les différencier d'un point de vue géologique.

2.1.2. Bassin versant de la Vilaine

Le bassin versant de la Vilaine est de loin le plus étendu des bassins versants bretons (12 000 km²). Les limites septentrionale et méridionale correspondent assez bien aux anomalies tectoniques des cisaillements Nord et Sud Armoricaïn. Les lignes de crête occidentale et orientale ne semblent pas soumises à des contraintes de nature lithologique. On peut les définir par une ligne géographique passant à l'Est par Laval-Chateaubriand-Blain-La Roche Bernard, et l'Ouest par une ligne passant par Quintin-Rohan-Locminé-Questembert. L'essentiel du bassin versant est caractérisé par du schiste briovérien (bassin de Rennes, bassin de Messac, plateau de Rohan) et des sédiments paléozoïques (synclinaux du sud de Rennes). Les formations granitiques, localisées au Nord (Quintin,

Moncontour) et au sud (Lizio, Questembert), sont minoritaires et ne représentent qu'une faible superficie par rapport à celle du bassin. La zone paléozoïque, constituée de grès armoricains, s'étire d'Est en Ouest suivant un axe Nord 110° de la forêt de Paimpont aux limites orientales du bassin. On retrouve également des formations paléozoïques sur toute la partie sud-est du bassin jusqu'au nord de la faille de Nort-sur-Erdre. Les reliefs dominants correspondent à des formations granitiques (granites de Quintin, de Moncontour, de Lizio) ou paléozoïques (plateau de Guichen).

2.1.3. Bassin versant du Blavet

D'une superficie plus modeste (2 000 km²) que celui de la Vilaine, le bassin versant du Blavet est néanmoins, de part sa couverture géographique, l'un des principaux bassins versants bretons. Accolé à l'Est au bassin versant de la Vilaine, il est limité au Nord par le granite de Quintin et à l'Ouest par une ligne géographique passant par Quintin-Guéméné-Plouay. Ce bassin présente, comme celui de la Vilaine, une géologie contrastée avec cependant un plus grand nombre de massifs granitiques. On y distingue du Nord vers le Sud:

- le granite de Quintin;
- les séries paléozoïques du synclinal de Chateaulin;
- le granite de Rostrenen;
- le granite de Pontivy;
- enfin à l'Est, les schistes briovériens.

Les points topographiques dominants sont à nouveau situés sur des formations granitiques tels que les granites de Quintin et de Rostrenen.

2.2. Contexte géomorphologique

Le relief peu prononcé du Massif Armoricaïn est relativement bien corrélé avec les formations lithologiques sous-jacentes. L'érosion différentielle suivant la dureté du substrat a joué un rôle prépondérant dans l'évolution du relief de la péninsule bretonne (reliefs appalachiens au Sud du bassin de Rennes). Cependant l'existence de sédiments marins récents à diverses altitudes (De Martonne, 1906) met en évidence des anomalies géomorphologiques qui témoignent d'événements tectoniques tertiaires et quaternaires pouvant être en partie à l'origine du relief actuel. L'histoire du relief breton à partir du tertiaire est loin d'être analogue à celle d'une pénéplaine ayant suivi un cycle continu. Les grandes étapes de son évolution ont intéressé très tôt les géologues et les géographes (De Martonne, 1906; Meynier, 1940; Musset, 1917, 1922, 1928; Guilcher, 1939, 1948, 1951; Wyns, 1991). On distingue généralement quatre grandes périodes érosives - pré-liasique, pré-cénomaniennne, paléogène et néogène - conduisant à la formation de surfaces pénéplainées et à la mise à nu de structures hercyniennes et précambriennes.

La plupart des auteurs s'accordent pour faire débiter la formation du relief actuel au Paléogène (De Martonne, 1906; Musset, 1917; Meynier, 1940; Guilcher, 1948; Wyns, 1991). A l'Eocène, la position élevée de la surface paléogène (+220 à +250 m par rapport au référentiel actuel), située au-dessus du niveau marin (+200 à +220 m), autorise le nivellement de l'ensemble du Massif Armoricaire. A cette époque une pénéplaine met en valeur des reliefs comme le Mont d'Arrée, la Montagne Noire et le Menez Hom. Puis toujours au Tertiaire, un bombement d'ensemble engendre l'apparition de grabens (bassins de Rennes et de Nantes) et de failles formant les reliefs de Hédé, de Pont-Réan et du sillon de Bretagne. Suit une succession de phases transgressives intercalées de phases plus ou moins érosives, dont les plus importantes se situent au Pliocène et au Monastirien. Au Quaternaire, l'évolution péri-glaciaire marque le relief breton sous la forme d'épaisses coulées de solifluxion encore en place de nos jours. L'érosion dans les pays tempérés étant relativement faible, on peut considérer que le relief actuel est à peu près exactement celui obtenu à la fin de la dernière grande glaciation.

2.3. Description qualitative des réseaux hydrographiques

2.3.1. Système hydrographique de la Bretagne

La lecture de la carte de l'ensemble du réseau hydrographique de la Bretagne révèle une organisation générale asymétrique (Fig. I.2). En effet, l'ensemble des fleuves débouchant en Manche voient leur expansion limitée au nord du cisaillement Nord Armoricaire. De même, en dehors du bassin versant de l'Aulne qui trouve son exutoire dans la rade de Brest, la quasi totalité des domaines Médio et Sud Armoricaire est drainée par des fleuves débouchant sur la façade atlantique. Il en résulte une pente globale du domaine Nord-Armoricaire du Sud vers le Nord, et des domaines Médio et Sud Armoricaire du Nord vers le Sud. Un autre trait marquant du réseau breton est l'alignement très net des cours d'eau suivant le cisaillement sud-armoricaire. Les orientations des rivières et des fleuves, au Nord et au Sud du cisaillement, montrent cependant des sens d'écoulement initiaux Nord-Sud et non pas suivant une orientation Est-Ouest, comme le laissent suggérer certaines configurations actuelles. Nous observons donc une réorientation des sens de drainage postérieure à l'installation de l'ensemble du système hydrographique breton. Ceci laisse supposer un mouvement tectonique récent du domaine sud armoricaire, qui se matérialise au niveau des zones de faiblesse constituées par le cisaillement Sud armoricaire.

Si les structures géologiques ont une influence certaine sur le cours de certaines rivières, il est néanmoins très surprenant de constater la constance des cours d'eau principaux à suivre des directions d'écoulement pour le moins paradoxales. L'axe général d'écoulement des rivières principales, l'Ille-Vilaine, la Rance, le Couesnon inférieur, le Blavet, l'Oust, l'Oudon, la Mayenne, suit la direction des méridiens. Or dans bien des

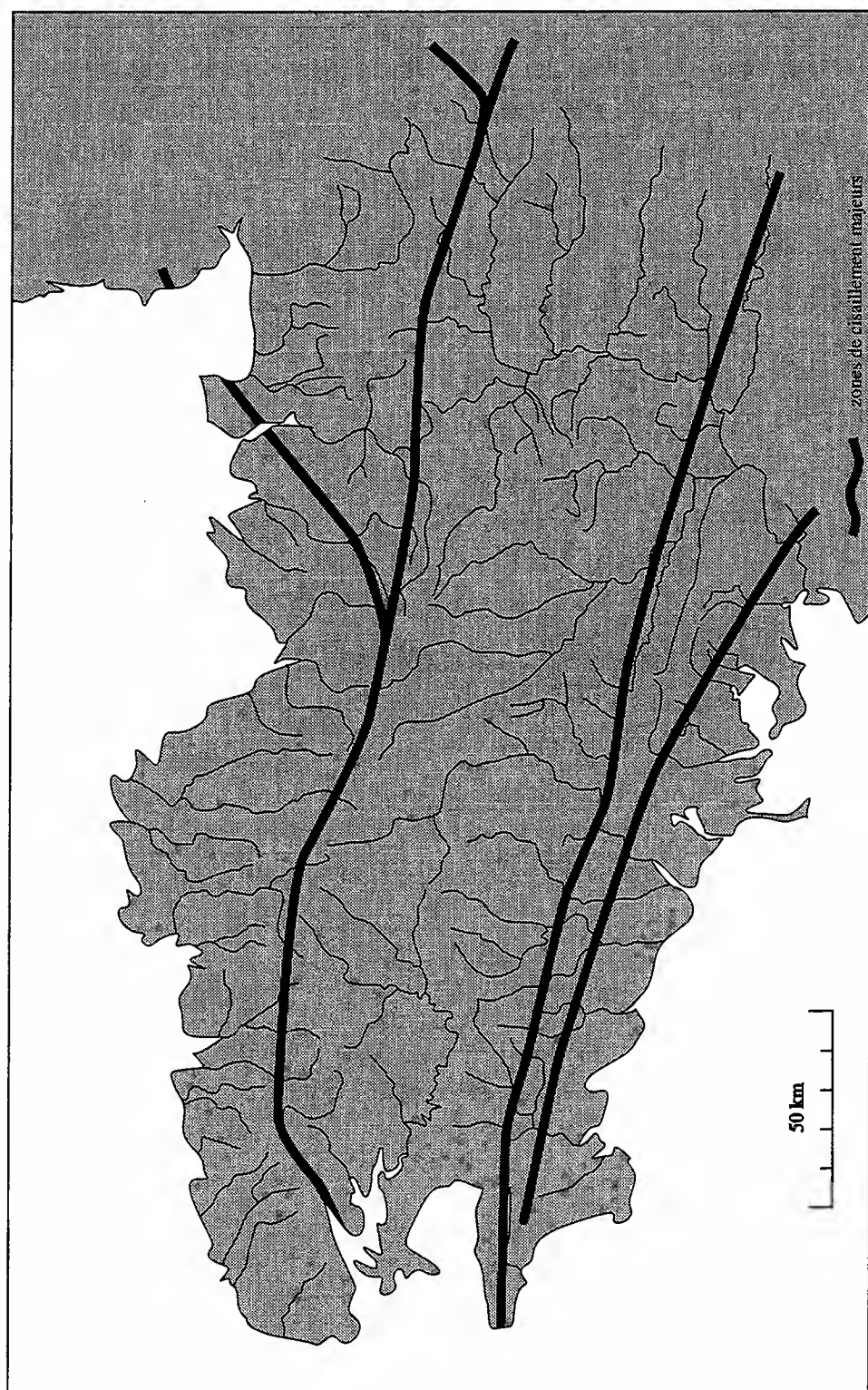


Fig I.2 : Réseau hydrographique de la Bretagne

cas, les structures topographiques s'étirent suivant une direction Est-Ouest: crête de Bécherel-Hédé-St Aubin du Cormier, bassin de Rennes, synclinaux paléozoïques du Sud de Rennes. On note donc une discordance entre certaines caractéristiques du réseau hydrographique et le système orographique existant. Ceci peut s'expliquer simplement par des phénomènes de surimposition (Fig. I.3; Meynier, 1940) des axes principaux d'écoulement, antérieurs aux reliefs actuels.

2.3.2. La Vilaine et ses affluents

La Vilaine, cours d'eau majeur du Massif Armoricaïn, d'une longueur propre de 220 km mais représentant un réseau hydrographique de plus de 4000 km, n'échappe pas aux remarques précédentes.

Au Sud de Rennes, l'alternance de roches dures (grès armoricains) et de roches plus tendres (schistes briovériens et paléozoïques) vis à vis de l'érosion, (synclinaux paléozoïques) est à l'origine de l'émergence d'un relief appalachien au centre du bassin versant de la Vilaine (De Martonne, 1906). Le réseau hydrographique associé suit bien évidemment les mêmes tendances et présente un alignement des structures de drainage (le Meu, la Seiche, le Semnon, le Canut). L'orientation Est-Ouest des plis affectant les terrains paléozoïques, perpendiculaire à l'orientation globale du bassin versant, provoque également l'apparition d'une véritable entité hydrographique au sein du réseau hydrographique de la Vilaine, sous la forme d'une structure étoilée drainant le bassin de Rennes. Pourtant ces mêmes plateaux ne peuvent résister au pouvoir érosif de la Vilaine, qui les traverse de part en part par un processus de surimposition (Fig. I.4; De Martonne, 1906), et révèlent ainsi une configuration antérieure du réseau hydrographique bien différente de l'actuelle. Le tracé du cours des affluents de la Vilaine et la position d'un certain nombre de cluses dans les synclinaux paléozoïques du Sud de Rennes permettent de reconstituer l'ancien réseau hydrographique (Fig. I.5; Meynier, 1940). Ce dernier se développait dans le sens Nord-Sud, avant d'être peu à peu déformé par un jeu de captures favorisant les drains des roches les plus tendres. L'étude de la Vilaine supérieure et de la basse Vilaine révèle une évolution similaire du réseau hydrographique (Meynier, 1940).

La Vilaine est composée schématiquement de quatre réseaux successifs de formes différentes: la Vilaine supérieure (réseau en épi dans des formations briovériennes), les synclinaux du Sud de Rennes (réseau en espalier dans des formations paléozoïques), la Vilaine du bassin de Messac (réseau en épi dans des formations briovériennes), et la Vilaine méridionale (réseau en espalier dans des formations granitiques et paléozoïques). Cette dichotomie du réseau reflète le contrôle progressif des cours d'eau par la géologie sous-jacente qui déplace les confluent vers l'amont. Mais la persistance de certains traits originels (cours de la Vilaine, de l'Ille et de Isac) témoigne également d'une relative indépendance du réseau vis à vis de son environnement actuel.

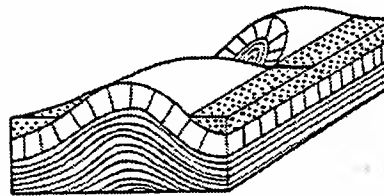
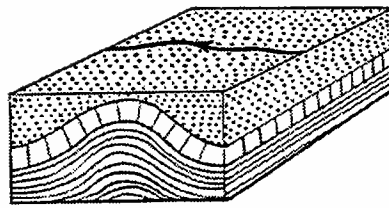


Fig I.3:Processus de surimposition.

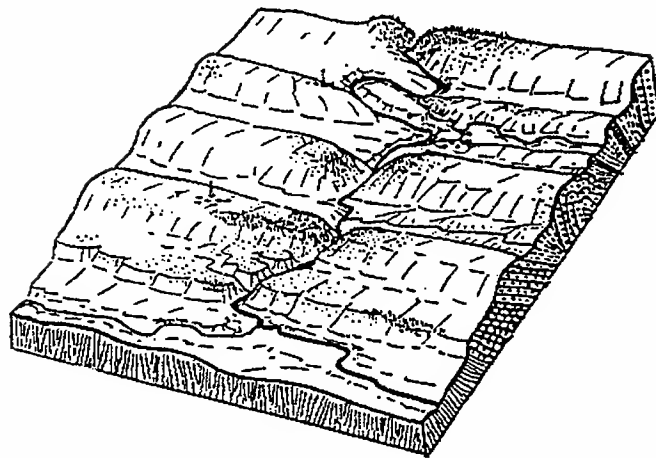


Fig I.4:Diagramme des plateaux siluriens traversés par la Vilaine (De Martonne, 1906)

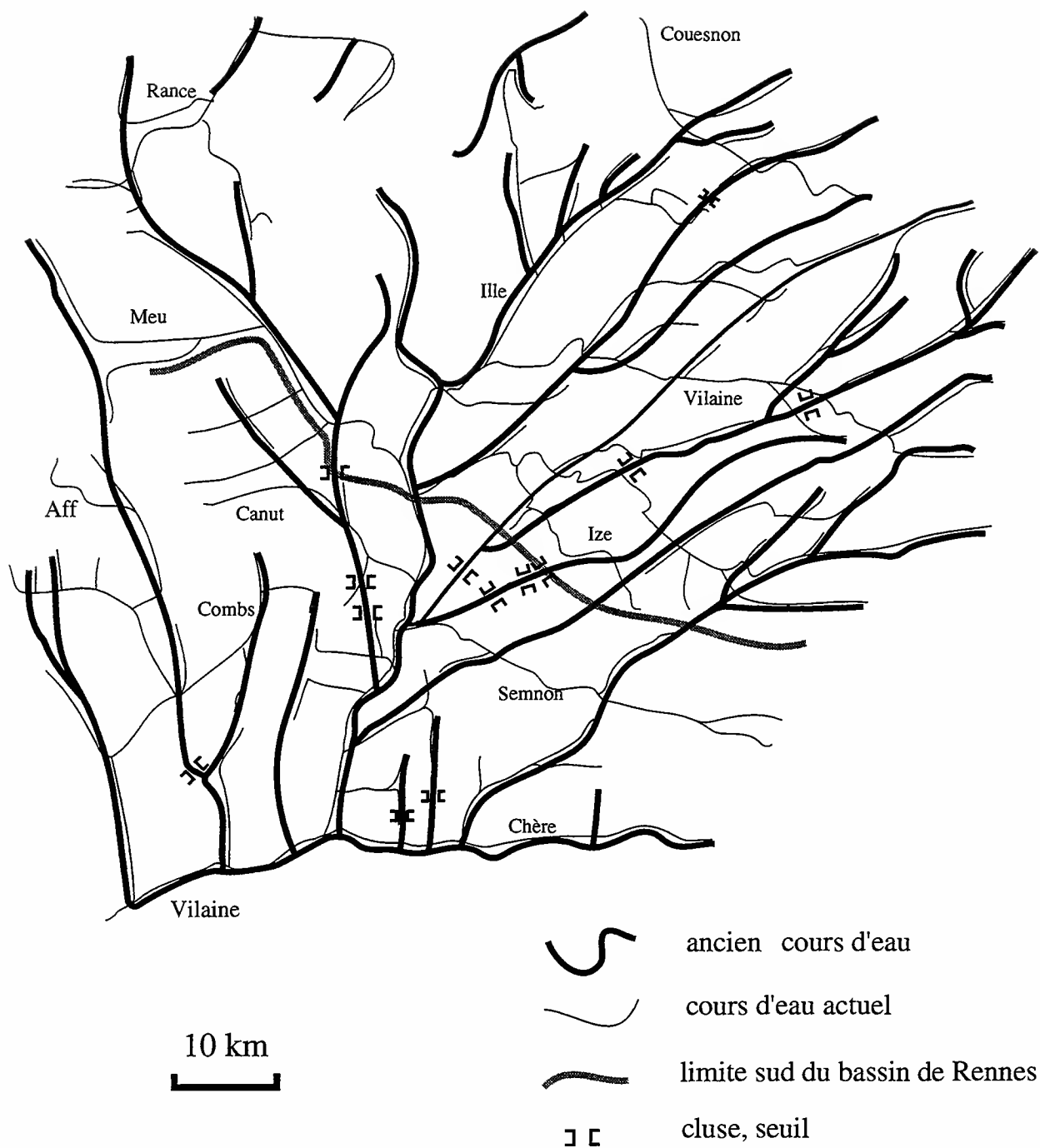


Fig I.5 : Modification du cours d'eau de la Vilaine et de ses principaux affluents due à l'émergence d'un relief appalachien au Sud du Bassin de Rennes (d'après Meynier, 1940).

2.3.3. Le Blavet

Le réseau hydrographique du Blavet, moins étendu, présente moins de structures anecdotiques. On peut simplement évoquer l'influence des granites de Pontivy et de Rostrenen qui tendent à dévier le cours du Blavet vers l'Est.

2.4. Contexte climatique

Il existe peu de monographies sur les caractéristiques hydro-climatiques de la Bretagne. On peut néanmoins citer une référence de 1969 de Larivière et Verdou résumant les principaux traits du climat breton des années 50 à 70.

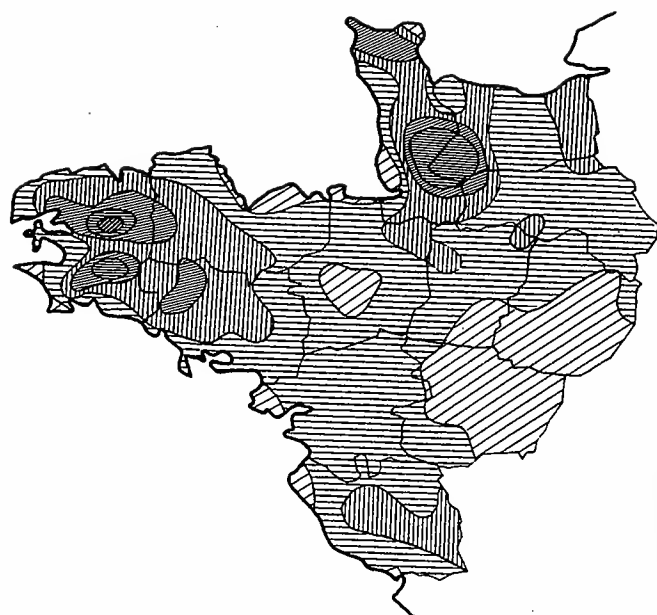
La péninsule bretonne de part sa situation géographique bénéficie de l'influence océanique des courants marins (Gulf-Stream) et aériens (vents d'ouest associés à la dépression d'Islande). Son climat typiquement océanique se caractérise par des hivers cléments, des étés frais, et de faibles amplitudes de température. Les précipitations sont inégalement réparties sur le territoire (Fig. I.6). La quantité de pluie annuelle est globalement croissante d'Est en Ouest: 650 mm à Rennes, 800 mm à Pontivy et 1000 mm dans le Finistère. On note cependant une forte influence du relief local: 1500 mm sur les reliefs finistériens et 800 mm dans le bassin de Pontivy situé à l'abri de la Montagne Noire. Le littoral notamment Sud subit également un régime particulier avec une pluviométrie annuelle relativement faible de 700 mm: les nuages se formant quelques kilomètres à l'intérieur des terres. La carte du déficit en eau (Pluie-ETP) pour les périodes d'été (Fig. I.7) montre un fort déficit de réserve en eau dans la partie orientale de la Bretagne.

Les bassins versants du Blavet et de la Vilaine sont soumis à des régimes climatiques différents tant sur le plan pluviométrique que sur le plan du déficit en eau. Le bassin versant du Blavet présente en effet un déficit en eau (≈ -150 mm) qui est globalement inférieure à celui de la Vilaine (≈ -250 mm).

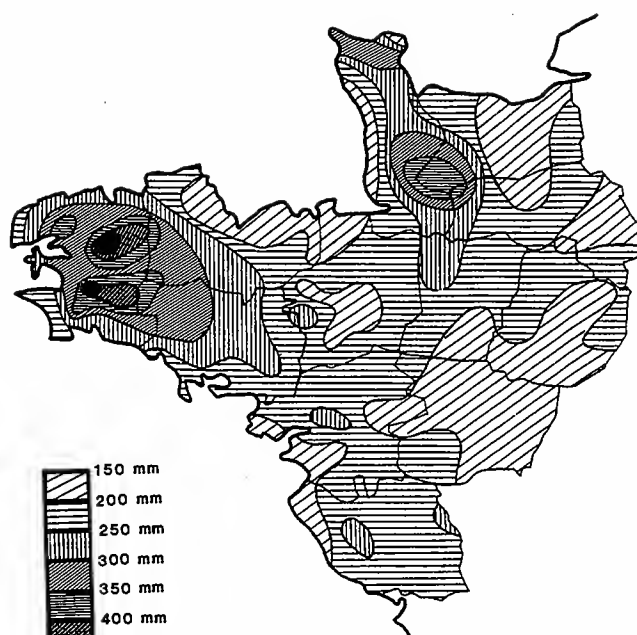
2.5. Utilité de l'analyse quantitative

L'exemple presque caricatural de configuration hydrographique de la Vilaine, a le mérite de mettre en évidence certaines particularités de la dynamique des réseaux hydrographiques, et par là-même des processus d'érosion.

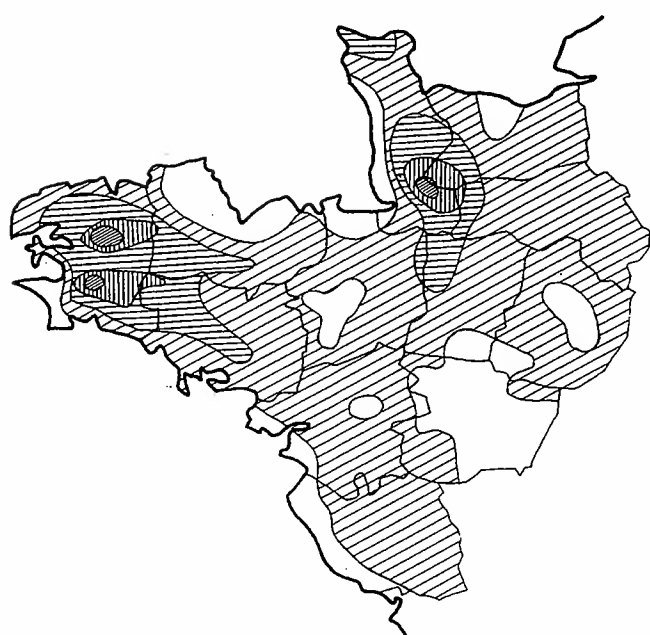
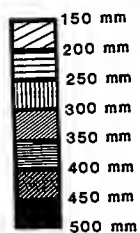
Un réseau hydrographique est le produit complexe d'une succession de conditions limites et locales qui peuvent changer radicalement son évolution. Cependant, certains cours d'eau acquièrent, de part leur histoire, une puissance érosive qui leur donne une indépendance vis à vis des conditions locales. Le rapport de l'amplitude des perturbations sur les conditions locales ou aux limites (changement d'induration des roches, variations



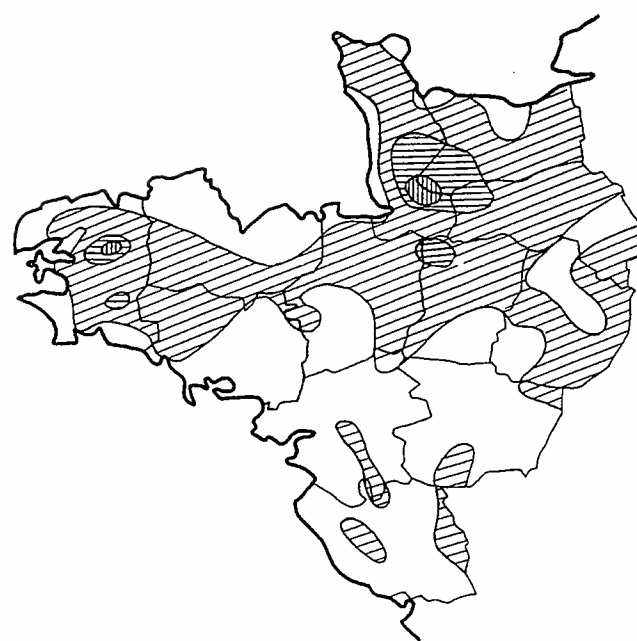
Septembre - Octobre - Novembre



Décembre - Janvier - Février



Mars - Avril - Mai



Juin - Juillet - Août

Fig I.6 : Hauteur moyenne des précipitations (période d'étude 1951 - 1975)
sources: MétéoFrance

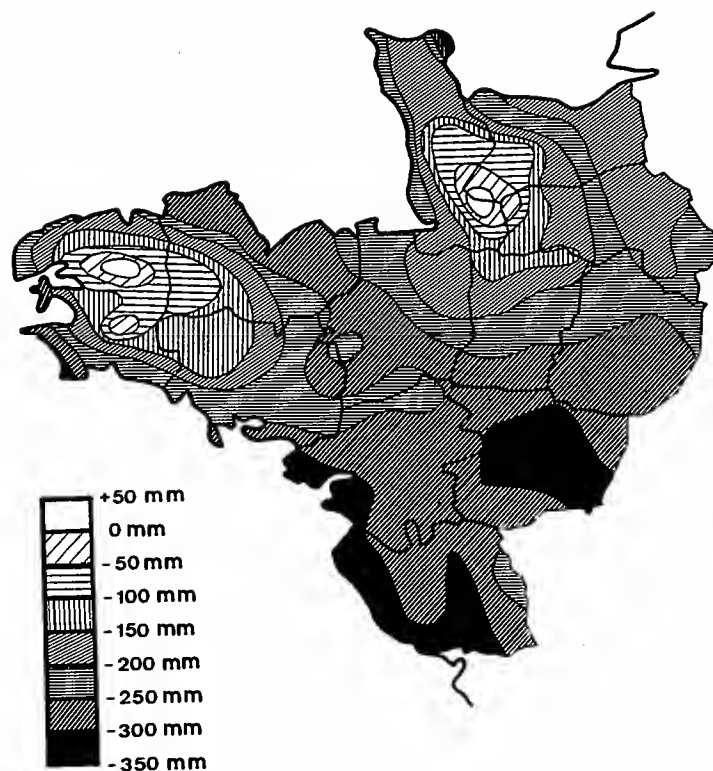


Fig I.7 : Bilan (Pluie - Evapotranspiration Potentielle) sur la période du 1/3 au 31/8 (période d'étude 1951 - 1975); Les zones les plus sombres sont celles pour lesquelles le risque de sécheresse (au printemps été) est important. (Raphalen - I.T.C.F, 1982)

Evapotranspiration Potentielle (ETP) : lorsque le seul facteur est le climat l'ETP est définie comme étant la quantité d'eau maximale susceptible de s'évaporer d'un gazon ras recouvrant totalement le sol, bien alimenté en eau, en phase active de croissance et situé au sein d'une parcelle étendue. En conditions naturelles, aux facteurs climatiques peuvent s'ajouter d'autres facteurs limitant l'évapotranspiration (réserve en eau du sol, état de développement des végétaux). On parle alors d'avapotranspiration réelle (ATER). La fraction d'eau retournée à l'atmosphère varie entre 50% pour les régions tempérées et pratiquement 100% en régions arides (source : Bruneau, 1992).

climatiques, actions anthropiques etc...) et du pouvoir érosif du cours d'eau, détermine le devenir de l'orientation de ce dernier et par là-même de la distribution spatiale des aires drainées. Les phénomènes de surimposition par exemple marquent une non linéarité des processus et laissent suggérer l'existence de seuils critiques de comportement. Au-delà d'une valeur seuil de taux d'érosion, le réseau est indifférent à toute perturbation et s'organise suivant des règles physiques encore non expliquées. En-deçà du seuil, l'instabilité peut engendrer des modifications plus ou moins radicales sur les conditions d'écoulement et marquer définitivement l'évolution du cours d'eau (capture par déversement, Fig. I.8). La morphologie d'un bassin versant, étroitement liée à l'extension du réseau hydrographique qui le draine, suit le même type d'évolution. Un bassin versant, sur une échelle de temps long, tend vers un état d'équilibre (pénéplaine). Ce dernier sans cesse perturbé par des variations de nature tectonique, climatique ou géomorphologique (extension des bassins versants voisins) voit son extension remise en question, suivant l'amplitude des perturbations et sa surface de couverture géographique. Comprendre l'origine de la stabilité ou de l'instabilité des structures géomorphologiques nécessite au préalable la compréhension des phénomènes physiques contrôlant l'évolution de tels systèmes.

La géométrie de la topographie et des réseaux hydrographiques traduit, par des structures visibles, la nature des phénomènes mis en jeu. Trouver les lois d'organisation géométrique qui régissent ces systèmes constitue une première étape dans la compréhension globale de la physique qui leur est rattachée. L'approche quantitative permet d'établir de manière plus formelle les règles d'organisation de ces systèmes naturels, et par là-même d'aborder le problème de leur modélisation.

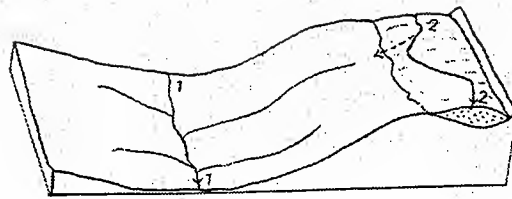
3. Codification et nomenclature

3.1. Définitions

L'analyse de la structure des réseaux hydrographiques emploie un certain nombre de définitions, afin de caractériser les éléments de rivière qui vont constituer les populations statistiques. La terminologie utilisée dans ce travail s'inspire fortement de celle établie par les auteurs anglo-saxons, précurseurs en ce domaine (Horton, 1945; Strahler, 1964; Shreve, 1966). Afin de permettre au lecteur de se familiariser avec la terminologie utilisée dans les revues internationales, les termes spécifiques seront suivis entre parenthèses de leurs équivalents en anglais.

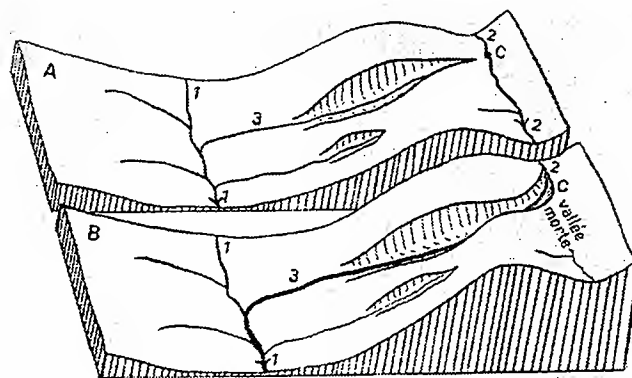
Une arborescence hydrographique est composée de portions de cours d'eau ou biefs. Ce terme très général ne permet pas à lui seul de définir les différents éléments du système. Aussi doit-on spécifier plus précisément la nature du bief en définissant ses limites géographiques. La démarche la plus naturelle est de considérer les biefs délimités par des confluences (*fork*) ou des sources (*source*). Shreve, dans son introduction au

a)



capture par déversement

b)



capture par recul de tête

Fig I.8 : Processus de capture.

Random Topology Model (1966), propose une classification simple et indépendante de toute règle artificielle. Les biefs y sont classés en deux groupes: les biefs intérieurs (*interior links*) reliant deux confluences successives dans l'arborescence de la rivière, et les biefs extérieurs (*exterior links*, nombre de sources drainant en un point donné du réseau: *magnitude*) reliant les sources aux premières confluences d'aval (Fig. I.9). Cette distinction trouve son origine dans les résultats observés dans les années 50 (Strahler, 1954; Schumm, 1956; Melton, 1957; Morisawa, 1962), où les biefs extérieurs et intérieurs semblent suivre des distributions statistiques différentes.

3.2. Codification de Strahler

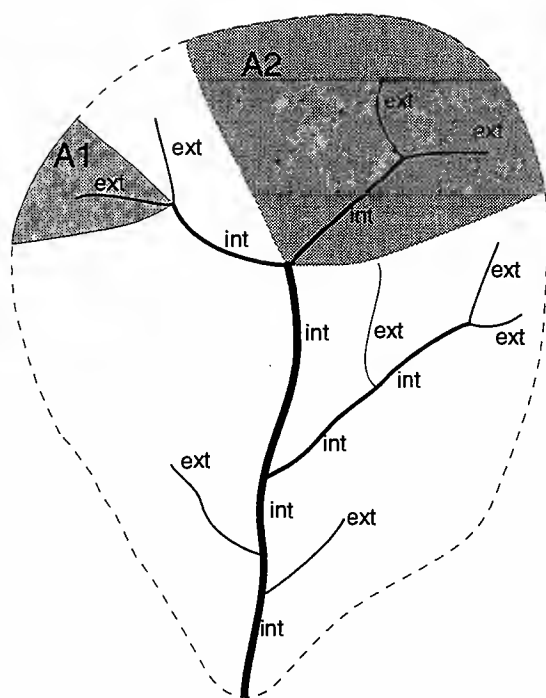
Un observateur étudiant la structure du réseau hydrographique ressent intuitivement le besoin de classer, suivant une certaine hiérarchie, les différents biefs composant l'arborescence de la rivière. Ceci afin d'attribuer, dans la description de chaque segment de cours d'eau, un poids relatif au débit qui le traverse. Un certain nombre de codifications sont proposées dans la littérature et présentent un intérêt plus ou moins grand suivant l'objectif fixé (codification de Horton, de Strahler, méthode de "priorité à gauche").

Pour analyser le réseau hydrographique, nous avons utilisé la codification introduite par Strahler en 1952. Le choix de la codification de Strahler pour ce travail, vient principalement du souci de pouvoir se référer aux travaux antérieurs, qui dans leur grande majorité utilisent cette codification. Strahler définit l'ordre d'un bief de la façon suivante (Fig. I.9) (bief défini suivant la codification de Strahler: *stream*):

- tout bief sans affluent est d'ordre 1;
- un bief formé par la confluence de deux biefs d'ordre ω est d'ordre $\omega+1$;
- un bief formé par la confluence de deux biefs d'ordres différents prend l'ordre du bief le plus élevé: $\omega + \omega' \rightarrow \max(\omega, \omega')$.

On définit un réseau hydrographique par la valeur de l'ordre le plus élevé de son arborescence. Avec le réseau hydrographique vectorisé au 1/100 000, la Vilaine aurait ainsi un ordre de 7 et le Blavet, un ordre de 6.

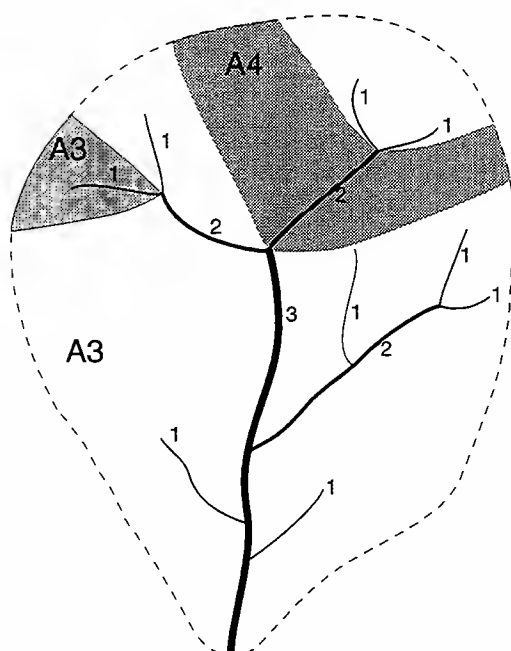
Si la méthode de Strahler permet de classer hiérarchiquement les biefs en fonction de leur degré de connexion, elle n'en reste pas moins très dépendante de la précision avec laquelle les biefs sources sont définis. De plus, la règle ($\omega + \omega' \rightarrow \max(\omega, \omega')$) n'est pas associative, et ne traduit pas l'augmentation de débit induite par l'apport en eau du bief d'ordre le plus faible. La hiérarchie suivant la codification de Strahler ne rend donc pas compte des processus d'intégration sur des variables géométriques, comme l'aire drainée, ou physiques, comme le débit. Elle impose seulement une organisation dans l'ensemble



ext: biefs extérieurs
int: biefs intérieurs

A1, A2: aire drainée par un bief

A3, A4: aire drainée propre d'un bief



Codification de Strahler

Fig I.9 : Nomenclature de biefs

des connexions d'un réseau hydrographique. Aussi est-il hasardeux d'établir un parallèle entre une hiérarchie des connexions et une hiérarchie des débits.

4. Traitements des données

4.1. Réseau hydrographique vectorisé

4.1.1. Source cartographique

Les réseaux hydrographiques de la Vilaine et du Blavet ont été vectorisés à partir des cartes thématiques de l'Agence de bassin Loire-Bretagne, elles-mêmes obtenues sur la base des cartes IGN au 1/100 000 datées de 1986. Nous avons retenu comme information, le réseau représenté par un trait plein continu et éliminé tant que possible tout drain d'origine anthropique.

La vectorisation du réseau cartographié a l'avantage de fournir une donnée issue directement d'observations terrain et de photographies aériennes, et indépendante de tout modèle de construction de réseau de drainage à partir d'une représentation numérisée de la topographie (voir § suivant). Elle présente cependant l'inconvénient d'être imprécise dans la détermination des biefs sources. En effet, la position géographique des têtes de biefs varie fortement suivant l'état hydrique des bassins versants d'amont. Un bief d'ordre 1 peut voir sa longueur multipliée par 2 ou 3 et devenir un bief d'ordre 2, au cours d'un orage. De plus, dans bien des cas les sources ne sont pas délimitées par un point géographique précis, mais se présentent sous la forme de zones saturées en eau réparties de façon plus ou moins discontinue le long de la ligne de thalweg (Montgomery et Dietrich, 1988). Le report de la position des sources est donc très dépendant du moment auquel le géographe effectue le relevé et de son appréciation. La position géographique des biefs sources dans le fichier vectorisé est par conséquent sujet à caution.

4.1.2. Vectorisation

La vectorisation est réalisée par le logiciel *Descartes* conçu à *L'atelier de Spatialisation Numérique de l'Ecole Nationale Supérieure d'Agronomie de Rennes*. Ce logiciel fournit à partir d'un fichier raster, un fichier vecteur où chaque bief délimité par deux confluences ou par une source est individualisé par un fichier de points qui lui est propre. Les biefs peuvent ainsi être manipulés indépendamment des uns des autres. Si l'on tient compte des déformations dues au support papier d'origine et à la retranscription sur un document propre, l'ensemble de la vectorisation permet d'obtenir un réseau vectorisé dont la précision est de l'ordre de 100 à 200 mètres (Fig. I.10).

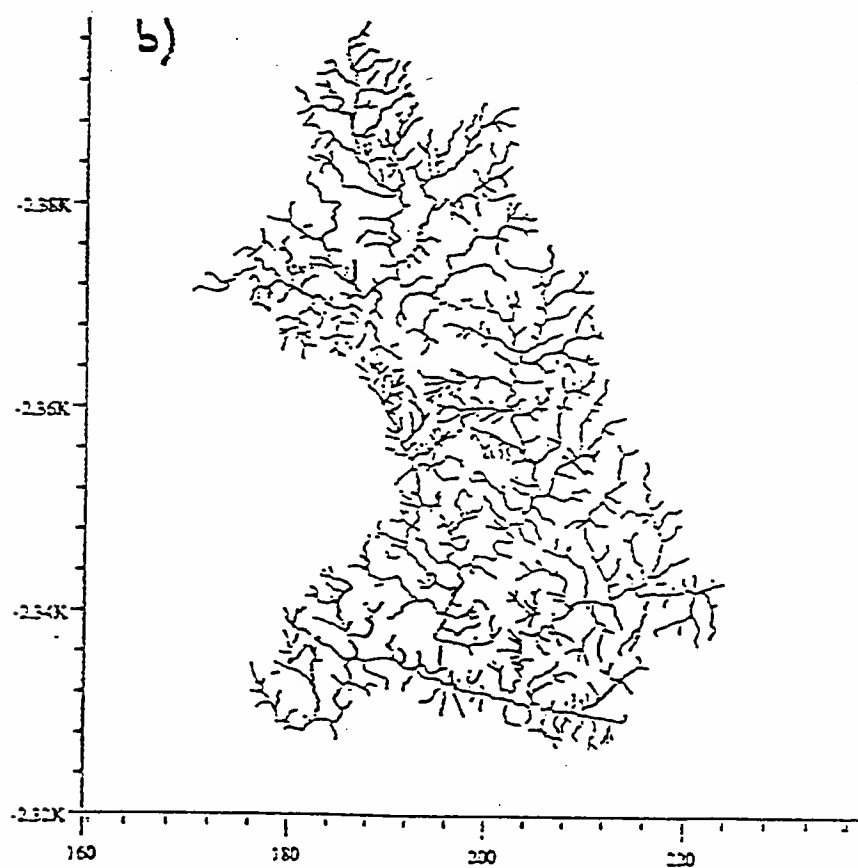
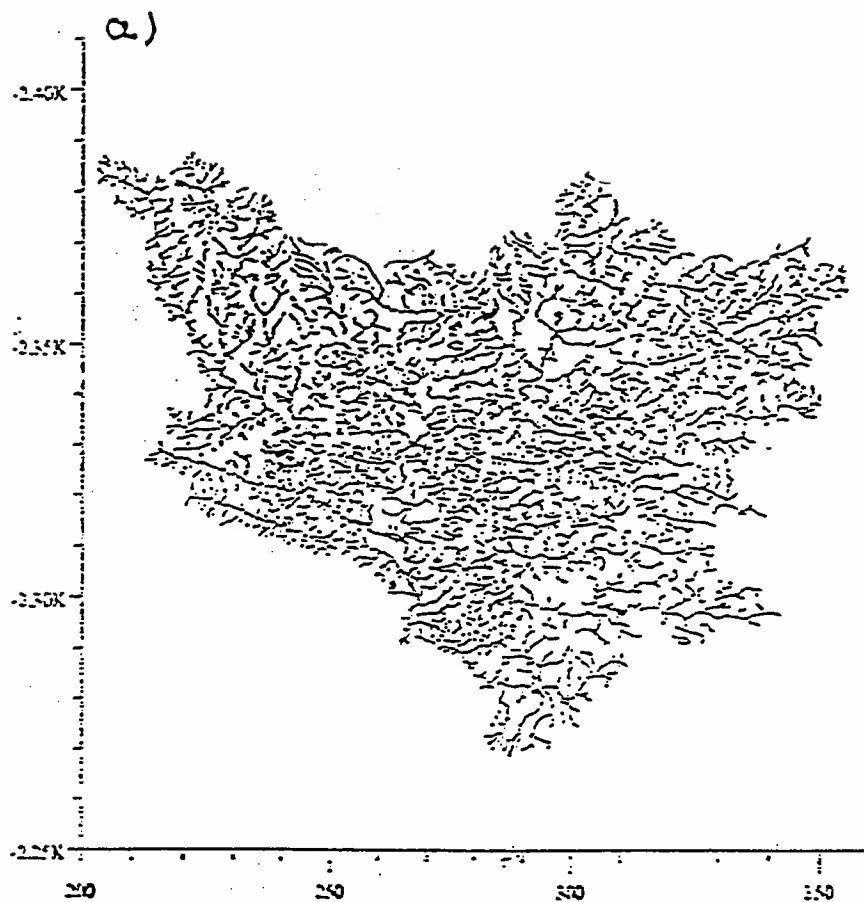


Fig. I-10 : Réseaux hydrographiques vectorisés au 1/100 000.
 Abscisse : longitudes en Lambert 2 étendu.
 Ordonnées : latitudes en Lambert 2. a) Vilaine, b) Blavet.

4.1.3. Construction d'un réseau simple

Le réseau naturel présente, notamment dans les zones de faible pente, des îles et des bifurcations dans le sens amont-aval. Cette caractéristique anodine des rivières, n'en est pas moins embarrassante pour le numéricien qui préfère travailler avec des arborescences parfaites, à savoir sans bifurcation amont-aval (Fig. I.11). La plupart des codifications et des modèles de réseaux de drainage assimile implicitement les réseaux hydrographiques à des arborescences parfaites (ex: codification de Strahler). Si cette représentation correspond effectivement à la réalité pour une certaine échelle, elle reste beaucoup trop simpliste pour reproduire le tracé du lit mineur d'un cours d'eau. Cependant, pour pouvoir appliquer la codification de Strahler et simplifier le traitement numérique du réseau vectorisé, nous avons préféré extraire une arborescence parfaite du réseau initial.

Un module de calcul conçu à cette occasion, permet d'effectuer ce travail de façon automatique, quel que soit le réseau vectorisé. La procédure consiste dans les grandes lignes à déterminer les biefs formant des mailles fermées, et à éliminer l'un des biefs de la maille. Le choix du bief à éliminer devrait tenir compte du débit qui lui est associé. Le fichier vectorisé ne comporte que des informations sur la géométrie du bief et ne permet donc pas de choisir un critère pertinent de sélection. Aussi nous avons préféré garder une procédure aléatoire (ordre d'apparition dans la filiation des biefs) pour le choix du bief à retirer.

La codification de l'arborescence suivant les règles de Strahler fait aussi l'objet d'un traitement numérique. Un autre module de calcul définit, à partir des biefs de base (portion de cours d'eau entre deux confluences), les biefs et l'ordre auquel ils correspondent suivant cette codification.

On peut dès lors, à l'issue de ces deux traitements, effectuer la statistique de la géométrie des biefs appartenant à une classe donnée.

4.2. Traitement numérique de la topographie digitalisée

Avant l'avènement des moyens informatiques actuels, le calcul de l'aire drainée (*drainage area*), pour des raisons de lourdeur de calcul, se limitait à des bassins versants inférieurs à 100 km² (Strahler, 1954; Schumm, 1956; Melton, 1957; Morisawa, 1962). L'apparition de topographies digitalisées (*DEM: Digital Elevation Model*) a permis de concevoir des logiciels de calcul automatique d'aire drainée et d'accéder ainsi au traitement de plus grandes surfaces.

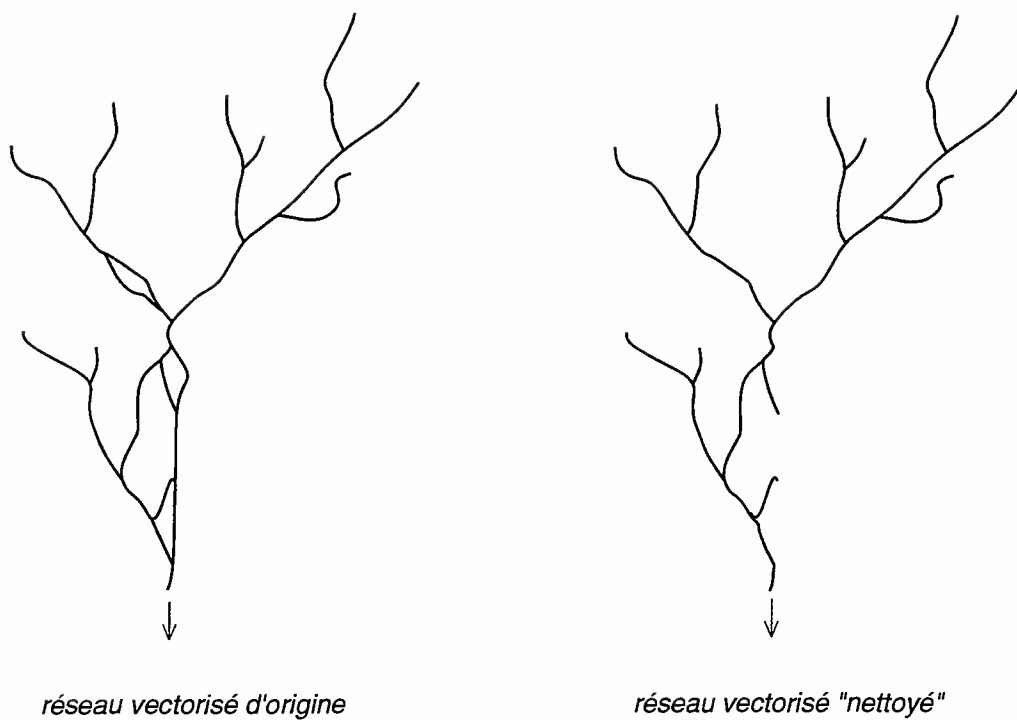


Fig I.11 : Transformation du réseau vectorisé d'origine en une arborescence simple (suppression des confluences aval est)

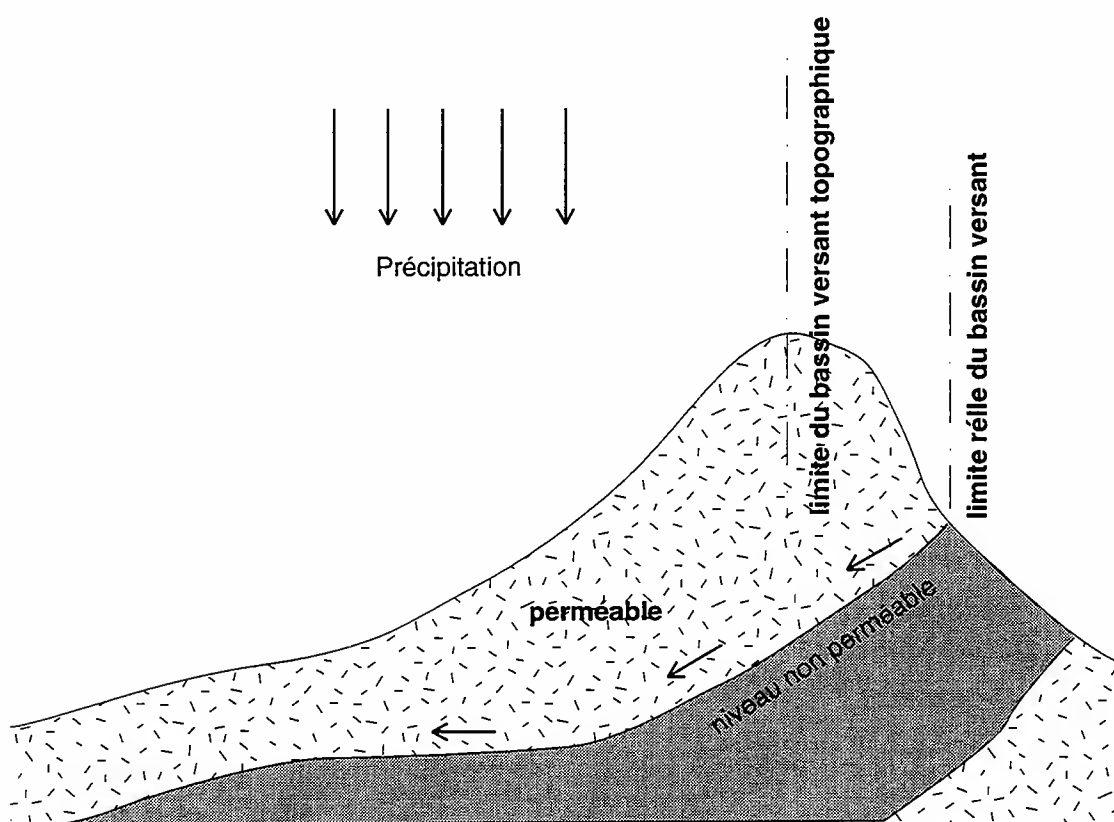


Fig I.12 : Limite géographique d'un bassin versant (d'après Roche 1971)

4.2.1. Modèle Numérique de Terrain

On distingue deux types de MNT:

- les MNT à mailles rectangulaires. Ils ont le principal avantage d'être d'utilisation assez simple (une seule valeur par point) et facilement superposables aux images satellitaires. Ils présentent l'inconvénient de n'être pas adaptés à des applications hydrologiques (mauvaise détermination de la pente locale réelle). On peut noter par exemple, l'existence de minima locaux artificiels (*pits* ou *sinks*) nécessitant un pré-traitement du fichier assez lourd.

- les MNT à mailles triangulaires (*TIN: Triangular Irregular Network*). L'échantillonnage des altitudes s'effectue suivant la convexité des courbes de niveau et n'est par conséquent pas régulier. Cette procédure retranscrit assez fidèlement la distribution des pentes locales, mais l'utilisation de tels fichiers d'altitudes peut s'avérer fastidieuse (Palmer, 1984; Frank et al., 1986).

La suite du texte fera implicitement référence à des MNT à mailles rectangulaires, ces derniers étant les plus couramment utilisés dans les applications hydrologiques. La détermination de l'altitude, en chaque noeud de la grille d'échantillonnage, est obtenue à l'aide de modèles d'interpolation de cotes de référence (courbes de niveau). Ces modèles peuvent difficilement s'adapter à toutes les configurations topographiques et présentent des erreurs d'estimation plus ou moins fortes suivant les cas de figure. L'erreur maximale est égale au demi intervalle entre chaque courbe de niveau du document cartographique d'origine (si la différence de dénivelé entre deux courbes de niveau est de 5 mètres, l'erreur maximale sur les altitudes sera de 2,5 mètres). Des méthodes photogrammétriques appliquées à des vues aériennes ou des images SPOT offrent une plus grande densité de points de référence et permettant d'affiner l'estimation. Mais elles exigent une certaine prudence dans l'interprétation des altitudes, car le signal brut utilisé mesure l'altitude du toit du couvert végétal et des bâtiments.

4.2.2. Notion d'aire drainée

On appelle aire drainée en un point l'aire délimitée par le périmètre à l'intérieur duquel toute l'eau précipitée se dirige vers ce point. Lorsque ce point appartient au cours d'eau, l'aire drainée représente alors le bassin versant (*watershed*, en américain et *catchment* en anglais) du point d'étude. Cette définition quoique très simple est très dépendante du système hydrologique que l'on considère. En effet, pour un même point, l'aire drainée peut être très différente si l'on tient compte ou non des écoulements souterrains (Fig. I.12). Les limites géographiques de l'aire drainée sont le plus souvent assimilées au secteur défini par les deux lignes de plus grande pente aboutissant au point exutoire (*outlet*) et par la ligne de crête qui les rejoint. Cette définition exacte dans le cas d'eau ruissellée, ne tient pas compte de l'étendue géographique réelle des échanges entre les

différents compartiments composant l'hydrosphère (atmosphère, surface, sol et sous-sol). Mais pour des raisons de simplification, de disponibilité de l'information, de logique et de précision suffisante (variable suivant l'échelle du bassin), les hydrologues utilisent généralement cette définition.

4.2.3. Calcul de l'aire drainée

Le calcul de l'aire drainée en un point donné du système passe par la détermination de la direction d'écoulement en chaque maille du MNT. Une fois cette opération accomplie, il est possible de définir le réseau de drainage constitué par l'ensemble des chemins d'écoulement. Les logiciels de construction de réseau de drainage se différencient principalement suivant le mode de répartition des écoulements au niveau de chaque maille. La méthode la plus couramment utilisée est la méthode D8 introduite par O'Callaghan et Mark (1984). Dans cette méthode chaque pixel se déverse entièrement dans l'un de ses 8 voisins suivant le critère de plus grande pente (Fig. I.13). Cette procédure, simple à mettre en oeuvre, reste très rigide dans le choix des directions de drainage possibles (8 directions possibles) et introduit un biais important dans l'estimation de l'aire drainée pour des directions intermédiaires d'écoulement. Afin de minimiser cette erreur systématique, Fairfield et Lemayrie (1991) proposent une nouvelle méthode (Rh8) en multipliant la pente locale par une composante stochastique. La méthode de Léa (1992) basée sur la pente du plan passant au mieux par les 4 noeuds de chaque maille, offre également la possibilité de mieux définir les directions de drainage, et présente l'avantage, par rapport à la méthode Rh8, d'être reproductible pour un état donné du système.

Les modèles précédents attribuent une seule direction de drainage à chaque pixel et conduisent à la création de réseaux arborescents sans bifurcation amont-aval. Si cette représentation correspond aux systèmes naturels à une échelle globale, elle n'en reste pas moins peu crédible pour certaines configurations topographiques. Les systèmes naturels présentent en effet des structures qui témoignent d'une distribution de volumes d'eau multidirectionnelle (réseaux en tresse, delta, cônes de déjection). Pour compenser cette lacune, Quinn et al. (1991) d'une part, et Freemann (1991) d'autre part, proposent une distribution du débit pondérée par une fonction de la pente locale, dans les pixels voisins d'altitude inférieure. La répartition systématique des débits engendre cependant une exagération de l'étendue des aires drainées. Enfin Costa-Cabral et Burges (1994) présentent dans leur modèle DEMON, une synthèse des différents points forts des modèles précédents avec une représentation en deux dimensions des écoulements au niveau de chaque pixel.

Nous avons utilisé pour ce travail la méthode D8. Les inconvénients liés à l'existence d'une direction unique sont ici minimisés par la taille relativement importante du pixel (250 x 250 m). On peut en effet considérer que le critère de plus grande pente est une

| | | |
|----|----|----|
| 42 | 40 | 41 |
| 41 | 39 | 40 |
| 40 | 38 | 37 |

fichier d'altitudes

| | | |
|---|---|---|
| ↘ | ↓ | ↙ |
| ↘ | ↘ | ↓ |
| → | → | ● |

fichier des directions de drainage

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 4 | 1 |
| 1 | 3 | 9 |

fichier d'aires drainées

Fig I.13: Modèle de drainage et calcul de l'aire drainée
(critère de plus grande pente).

| | | |
|----|----|----|
| 42 | 40 | 41 |
| 41 | 37 | 40 |
| 40 | 38 | 39 |

fichier d'altitudes

| | | |
|---|---|---|
| ↘ | ↓ | ↙ |
| → | ? | ← |
| ↗ | ↑ | ↖ |

minima local

| | | |
|---|---|---|
| ↘ | ↓ | ↙ |
| → | ↓ | ← |
| ↗ | ↓ | ↖ |

suppression du minima

Fig I.14: Correction des minima locaux
(critère de plus grande pente)

estimation raisonnable de la direction moyenne d'écoulement, pour des pixels représentant 25 à 50 % de la surface moyenne d'un versant (cas du MNT de la Bretagne au pas de 250 m).

4.2.4. Les minima

Suivant la qualité et le pas du MNT, l'application des règles précédentes de drainage conduit à l'apparition d'un pourcentage d'exutoires non raccordés à la mer (points dont tous les voisins ont une altitude supérieure ; Fig. I.14). Si certains de ces minima ont une réalité physique (dolines des karsts ou lacs naturels), ils sont dans leur grande majorité des artefacts liés à la mauvaise représentativité de l'échantillonnage des altitudes. La plupart des modèles de construction de réseau de drainage part du principe que tous les minima sont artificiels, et utilise des techniques spécifiques pour les supprimer. La technique la plus courante est de rechercher sur le périmètre du bassin versant artificiel, créé par le minimum à supprimer, le col le plus bas et d'orienter les directions de drainage vers ce col (Mark, 1983; Mark et al., 1984; Jenson et Domingue, 1988; Morris et Heerdegen, 1988).

L'ensemble des opérations numériques réalisant le calcul de l'aire drainée est effectué par le logiciel MNTSurf conçu à *L'atelier de Spatialisation Numérique de l'Ecole Nationale Supérieure d'Agronomie de Rennes*.

4.2.5. Utilisation du réseau vectorisé dans le calcul de l'aire drainée

Nous avons modifié le programme d'origine, afin de pouvoir superposer au MNT le réseau vectorisé dont nous disposons, et améliorer ainsi la précision du réseau de drainage résultant.

La méthode que nous avons suivie consiste dans un premier temps à définir les pixels du MNT comprenant au moins un point du réseau vectorisé. On définit ainsi un ensemble de "pixels réseau" pour lesquels la direction de drainage est imposée par le fichier vectorisé. Le MNT présente, suivant sa précision (pas de la maille d'échantillonnage), une erreur plus ou moins forte dans la détermination de la position géographique réelle des talwegs. Cette imprécision engendre le positionnement de "pixels réseau" sur les versants et non pas dans le fond des vallées. De manière à adapter l'information vectorisée à la précision du MNT, nous contrôlons pour chaque "pixel réseau" son altitude par rapport à celles des pixels voisins non "pixels réseau" et mitoyens aux "pixels réseau" amont et aval (Fig. I.15). Si l'un des voisins possède une altitude inférieure, le "pixel réseau" est déplacé sur ce dernier et les directions de drainage modifiées.

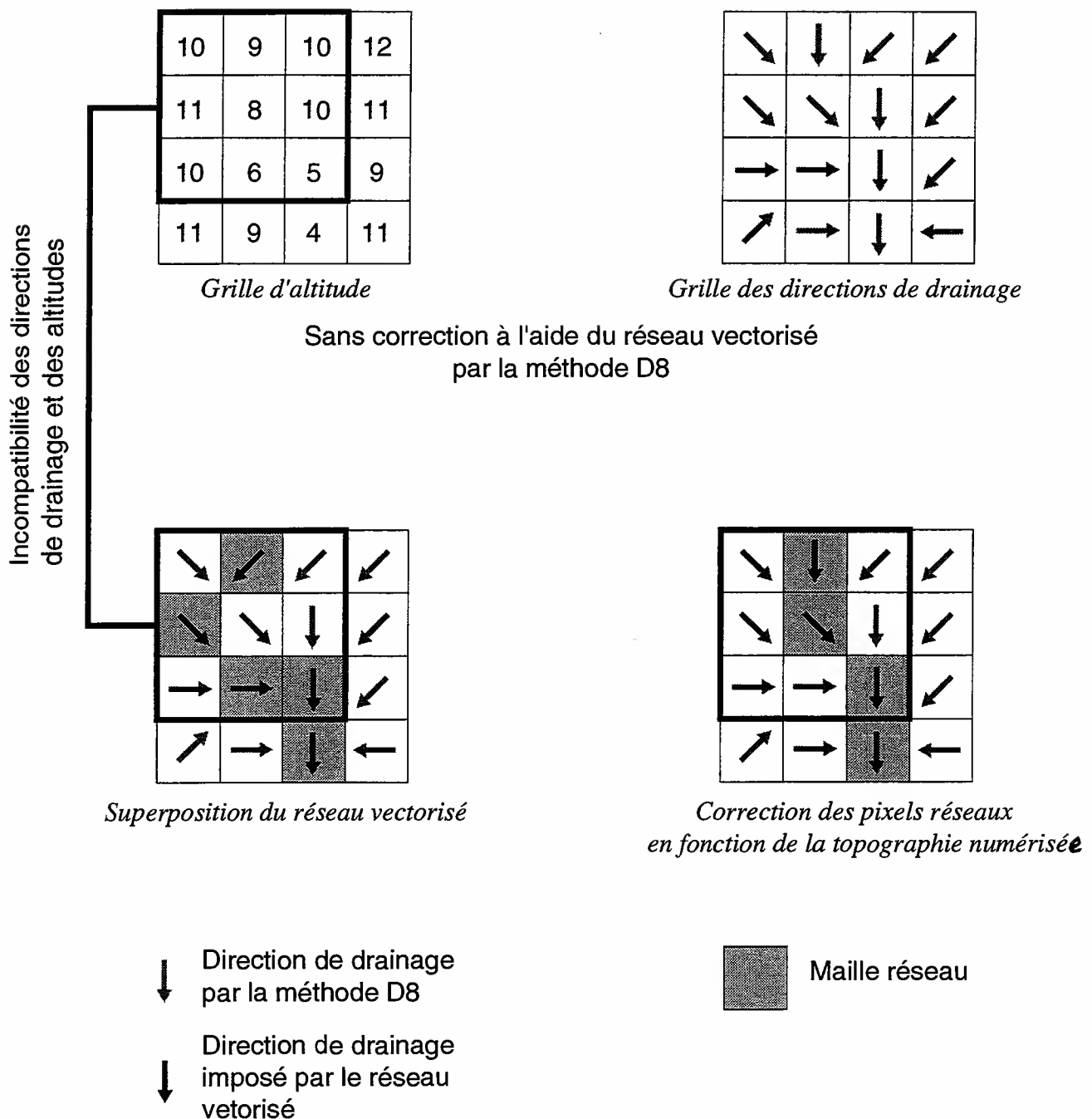


Fig. I.15 : Superposition du réseau hydrographique vectorisé sur la topographie digitalisée. La définition de la topographie digitalisée et du réseau vectorisé étant différentes (précision du MNT= 250 m, précision du réseau vectorisé 40 m), certaines configurations de drainage imposées par le réseau sont incompatibles avec la grille d'altitude. Une phase de recalage des pixels "réseau" est donc nécessaire.

La prise en compte de la nature des pixels (“réseau” ou “non réseau”) permet d'améliorer la procédure d'élimination des minima locaux. Après la détermination des directions de drainage brutes (sans correction des minima locaux), tous les minima locaux sont répertoriés. Avant d'effectuer la correction de ces points aberrants par la méthode utilisée par le logiciel, une routine détermine pour chaque minimum local si dans son voisinage immédiat, il n'existe pas un ou des “pixels réseau”. Si tel est le cas, on affectera au minimum une direction de drainage de manière à le raccorder au “pixel réseau” voisin d'altitude la plus basse. Cette procédure permet de réduire le temps de calcul nécessaire au traitement de l'ensemble du MNT, par une réduction de 30 à 40 % du nombre initial de minima.

5. Méthodes analytiques

L'analyse quantitative des réseaux hydrographiques s'appuie pour l'essentiel sur l'étude des distributions des populations de paramètres topographiques (longueurs, aires drainées) et les lois empiriques reliant ces paramètres entre eux. Avec le concept fractal (Mandelbrot, 1975), les géomorphologues disposent d'un outil supplémentaire pour appréhender la géométrie des formes naturelles. Nous développerons dans ce chapitre les méthodes de calcul liées à ces deux types d'analyse.

5.1. Calcul des distributions de populations

5.1.1. Définitions

Les lois empiriques utilisées en géomorphologie quantitative, telles que les lois de Horton, ne se réfèrent qu'à la moyenne des paramètres. En fait, la moyenne peut occulter des distributions beaucoup plus complexes comme le montrent, par exemple, les figures 2 et 3 de l'article constituant la dernière partie de ce chapitre. Nous avons donc étudié spécifiquement les distributions de longueurs de drains et d'aires drainées en fonction des différents types de biefs: intérieurs, extérieurs et d'ordre ω . Nous présentons (i) la densité de distribution des longueurs de biefs, $n(l, \omega)$, où $n(l, \omega)dl$ représente le nombre de biefs d'ordre ω et de longueur comprise entre l et $l+dl$, et (ii) la distribution cumulée $C(l, \omega)$, égale au nombre de biefs de longueur supérieure à l . $C(l, \omega)$ est l'intégrale de l à l'infini de la fonction $n(l, \omega)$.

$$C(l) = \int_l^{\infty} n(x) dx$$

L'étude comparée de $n(l)$ et $C(l)$ permet en effet d'établir avec plus de précision les domaines de validité des distributions théoriques. $C(l)$ donne une bonne estimation de la tendance globale de la distribution. La valeur de $C(l)$ est cependant sensible aux effets de

taille finie, ce qui peut biaiser l'interprétation. Les variations de $n(l)$ permettent d'une part d'estimer l'ordre de grandeur de la précision de la distribution, et d'autre part de mettre en évidence les effets de taille finie.

5.1.2. Calcul et interprétation

La méthode la plus intuitive pour calculer $n(l)$ consiste à diviser le champ des longueurs par un intervalle régulier dl et compter le nombre de biefs pour chaque dl . Le choix de la valeur de dl est capital car il détermine le degré de lissage des données initiales. La valeur idéale de dl dépend de la précision des données et de la distribution théorique escomptée. L'originalité de la méthode utilisée pour ce travail réside dans la détermination de la valeur de dl , pour laquelle $n(l)$ présente le moins de fluctuations, et ceci pour différentes valeurs du champ des longueurs (Davy, 1993). Certaines populations, telles que la longueur totale de réseau à l'amont d'un point, présentent un champ très large de longueurs (0.1 - 4000 km). Pour tenir compte des variations importantes des domaines des populations, $n(l)$ et $C(l)$ sont calculés pour une variation linéaire des longueurs (différence constante entre deux longueurs consécutives) et pour une variation logarithmique (rapport constant entre deux longueurs consécutives).

Une détermination indépendante de $C(l)$ et de $n(l)$ nous permet de définir la loi la plus représentative des données (Davy, 1993). Dans le cas de distributions exponentielles ($\exp(-l/l_0)$) ou de lois de puissance (l^{-a}), le rapport $n(l)/C(l)$ est un moyen puissant pour déterminer la nature de la tendance théorique. $n(l)/C(l)$ est en effet égal à 1 pour une loi exponentielle et à l^{-1} pour une loi de puissance.

5.2. Formes fractales

Les formes naturelles telles que la surface des continents ou des océans, les arborescences de toute nature, ou encore les nuages, frappent l'observateur par l'irrégularité d'aspect et ceci à des échelles différentes. On peut dès lors s'interroger sur la nature des phénomènes physiques mis en jeu et si ces derniers sont, comme les formes qu'ils engendrent, similaires quelle que soit l'échelle d'étude. Afin de répondre à ces deux questions, on peut rechercher les caractéristiques géométriques intrinsèques de ces objets, et établir les modèles physiques possibles engendrant de telles propriétés. La géométrie classique étant impuissante à décrire des formes irrégulières quelle que soit l'échelle, la création de nouveaux outils mathématiques a dû être nécessaire.

5.2.1. Définitions et propriétés des fractals

Une géométrie fractale permet de décrire des objets dont l'irrégularité et la complexité des formes ne peuvent pas être décrites dans l'espace géométrique euclidien de dimension entière (droite=1, surface=2, volume=3). Mandelbrot (1975) a introduit les dimensions fractales pour décrire de tels objets. Prenons l'exemple d'une courbe de géométrie très

irrégulière. Plus son degré de sinuosité et d'irrégularité sera important, plus la courbe aura tendance à couvrir la surface sur laquelle elle repose. L'espace recouvert peut donc avoir une dimension différente de la dimension de la courbe ($d=1$). Une courbe dense va occuper un espace de dimension 2, c'est à dire une portion de plan. Une courbe présentant des irrégularités à toute échelle peut occuper un espace de dimension intermédiaire entre le plan ($d=2$) et la ligne ($d=1$). De plus, si la fonction d'échelle qui définit l'amplitude des irrégularités est une loi de puissance, on peut définir une dimension fractionnaire pour l'espace recouvert; l'objet est alors appelé fractal.

On peut exprimer la définition ci-dessus de façon plus formelle à partir de la notion de mesure. Mesurer un objet consiste à compter le nombre d'unité de mesure μ (unité de longueur, de surface ou de volume) nécessaire au recouvrement total de l'objet. L'unité de mesure μ peut être décrite sous la forme générale de sphères de dimension d , ceci quelle que soit d . La mesure M_E de l'objet E s'exprime alors sous la forme:

$$M_E = N\mu = N\varepsilon^d \quad (1)$$

avec N le nombre d'unité de mesure, ε l'étalon de mesure (ou le rayon de la sphère unité), et d la dimension de l'unité de mesure ($d=0$ pour un point, $d=1$ pour une droite, $d=3$ pour un volume). La mesure exacte de l'objet est obtenue pour $\varepsilon \rightarrow 0$. Hausdorff et Besicovitch ont généralisé la définition d'une mesure en introduisant la notion de sphère unité de dimension fractionnaire. Ils ont ainsi démontré que pour tout objet, il existe une dimension D telle que:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M_E \rightarrow \infty \quad d < D$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} M_E \rightarrow 0 \quad d > D$$

Dans le cas d'objets simples D est égale à la dimension topologique de l'objet (dimension de l'objet en géométrie euclidienne) i.e. 0 pour un point, 1 pour une ligne, 2 pour un plan... D peut également prendre des valeurs non-entières pour des objets de géométrie irrégulière quelle que soit l'échelle. De tels objet sont appelés fractals.

5.2.2. Méthodes de calcul

Pour des raisons pratiques, les méthodes de calcul de la dimension fractale d'objets complexes n'utilise pas la notion de sphères unités de dimension fractionnaire. Si l'on recouvre un objet fractal avec des sphères de dimension d entière, le nombre de sphères nécessaires $N(\varepsilon)$ dépendra de la valeur ε du rayon des sphères. On montre alors que:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D} \quad (2)$$

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\text{Log}(N(\varepsilon))}{\text{Log}(\varepsilon)} \quad (3)$$

La loi de puissance sur la mesure définit une certaine auto-similarité de l'objet. En effet, le rapport de longueur pour deux longueurs étalons différentes ne dépendra que du rapport des longueurs étalon et non de leurs valeurs absolues; autrement dit, quel que soit l'agrandissement utilisé pour regarder la courbe, on retrouvera des formes dont la géométrie est statistiquement similaire.

La dimension fractale peut donc être mesurée en suivant l'évolution de $N(\varepsilon)$ en fonction de l'échelle ε . La mesure concrète de la dimension fractale consistera à recouvrir l'objet de sphères de rayon ε , à compter le nombre de sphères, et à réitérer l'opération pour un ε inférieur. Ces méthodes de recouvrement s'effectuent généralement avec des sphères de dimension égale à celle de l'espace englobant. On utilise essentiellement deux méthodes de recouvrement:

le comptage des boîtes (box counting) où les sphères ont une dimension égale à celle de l'espace englobant,

la méthode du compas (compass method) où la dimension des sphères est égale à 1 (segment de droite ε).

5.2.2.1. Méthode des boîtes (exemple de sphères unité de dimension 2)

L'espace d'étude, représenté sous la forme d'un rectangle, est découpé en sous-rectangles, suivant une suite géométrique décroissante (Fig. I.16). Chaque rectangle contenant au moins un point de l'objet est décompté.

La mesure doit néanmoins rester représentative sur l'ensemble de l'espace d'étude. Cette condition peut difficilement être satisfaite pour certains objets (les zones d'échantillonnage ne sont pas toutes rectangulaires!). Aussi le calcul de la dimension fractale est-il biaisé pour des rectangles dont la surface dépasse le domaine de validité de la mesure. Une solution consiste à limiter l'espace d'étude à l'intérieur de l'objet. Mais cette procédure peut réduire sensiblement le nombre d'échantillons et diminuer en conséquence la précision du calcul.

5.2.2.2. Longueur de la côte de la Bretagne (méthode des compas, sphère unité de dimension 1)

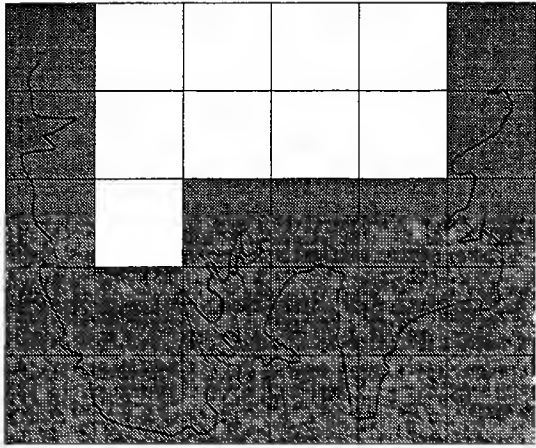
On peut illustrer la méthode des compas avec l'exemple de la mesure d'une courbe très irrégulière, qui peut dans une certaine plage d'échelle, être assimilée au problème très concret de la mesure d'une côte, d'une frontière ou d'un périmètre (Fig. I.17).

En appliquant (1) à une longueur étalon ε_1 , il vient:

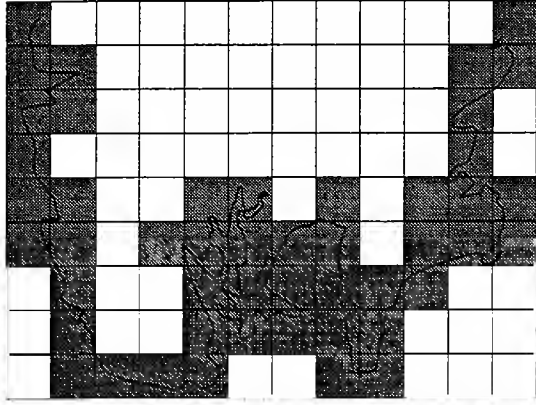
$$M_E(\varepsilon_1) = N_1 \varepsilon_1$$

Si on réitère la mesure avec une longueur étalon ε_2 inférieure à ε_1 , nous obtenons:

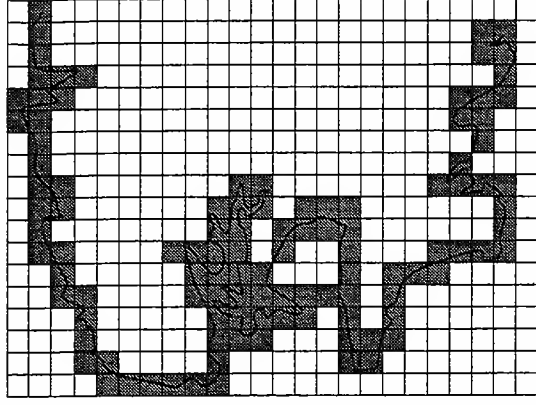
$$M_E(\varepsilon_2) = N_2 \varepsilon_2 \quad \text{avec } M_E(\varepsilon_2) > M_E(\varepsilon_1)$$



$\epsilon_3 = \epsilon_0/5$
 $N_3 = 21$

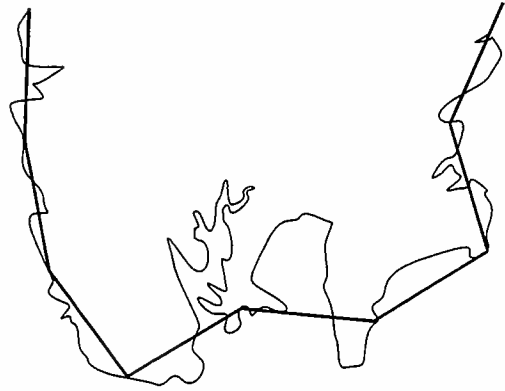


$\epsilon_2 = \epsilon_0/10$
 $N_2 = 48$

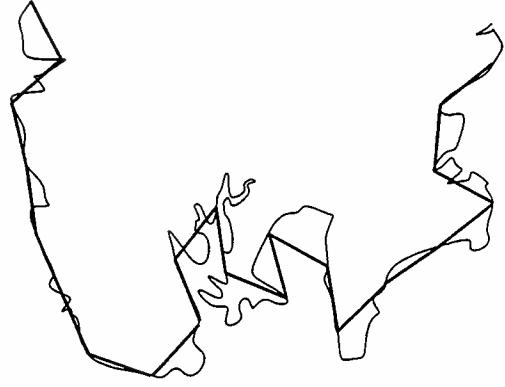


$\epsilon_1 = \epsilon_0/20$
 $N_1 = 109$

Fig 1.16 : Méthode du comptage des boîtes



$\epsilon_3 = \epsilon_0/4$
 $N_3 = 8$



$\epsilon_2 = \epsilon_0/2$
 $N_2 = 21$



$\epsilon_1 = \epsilon_0$
 $N_1 = 49$

Fig 1.17 : Méthode du compas

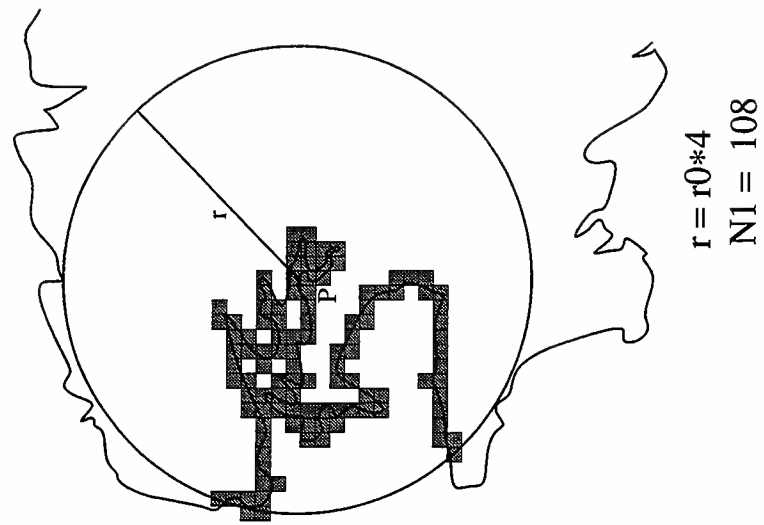
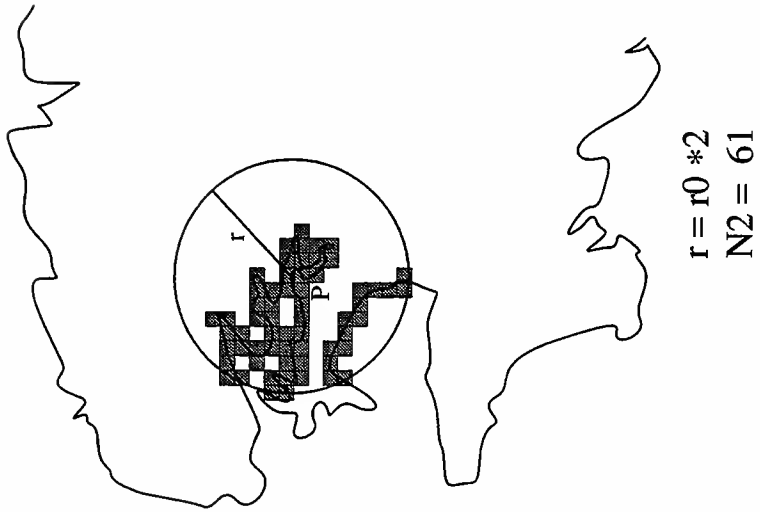
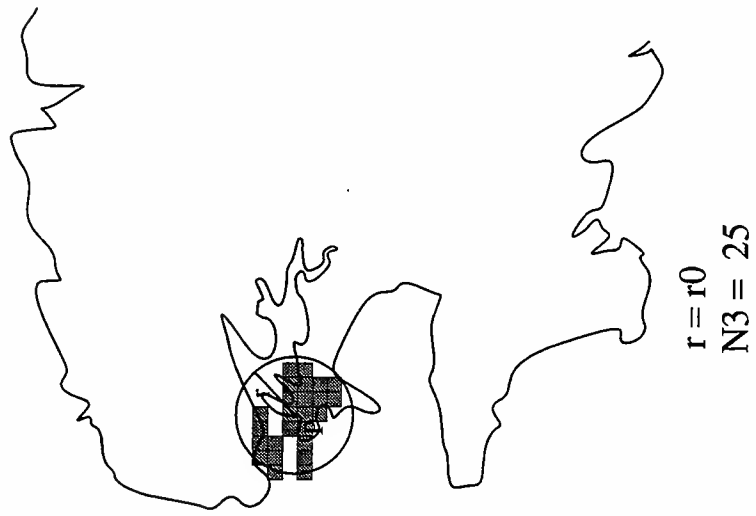


Fig I.18 : Mesure de la variation de masse

La longueur mesurée dépend donc de l'unité de mesure choisie et croît indéfiniment lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$. En 1961, Richardson étudia les variations de longueur de diverses côtes et constata que la longueur variait suivant une loi de puissance de type:

$$M_E(\varepsilon) = N(\varepsilon) \varepsilon \sim \varepsilon^p$$

Il vient d'après (2) que la dimension fractale des côtes naturelles est égale à $(1+p)$.

5.2.2.3. Mesure de la variation de masse

La masse d'un objet de densité constante (la masse désigne ici sous un terme très général le nombre de points appartenant à l'objet) centré en un point P et de rayon R , varie comme R^d , si l'objet est de dimension d . Les propriétés d'auto-similarité ne permettent pas aux objets fractals de suivre cette règle. Toutefois, on peut montrer que la masse de ces derniers varie comme:

$$M(P,R) \sim R^{D_m}$$

où D_m , définissant la dimension de masse de l'objet, est équivalente à la dimension de Hausdorff-Besicovitch. On peut également écrire:

$$M(P,R) \sim \varepsilon^{d(R/\varepsilon)D_m}$$

ε représentant l'échelle de résolution. La dimension fractale s'obtient dès lors en suivant l'évolution de $M(P,R)$ en fonction de R , par une méthode analogue à celle des recouvrements. Pour obtenir une mesure précise il est nécessaire d'effectuer une moyenne de D_m sur un grand nombre de points P . Ces derniers doivent être choisis judicieusement afin d'éviter les effets de bord (Fig. I.18).

5.2.3. Commentaires

Dans le cas de fractals théoriques, la valeur de D (pente dans une représentation bilogarithmique) est constante quelle que soit l'échelle. Les objets naturels terrestres ne peuvent bien évidemment pas vérifier cette propriété. Ils sont en effet, d'une part décrits à une échelle globale fixe (continent, arbre, nuage, flocon), et d'autre part dépendants des phénomènes physiques qui les engendrent, ces derniers étant dans le meilleur des cas définis à l'échelle moléculaire. Les objets réels dits fractals ne vérifient donc les propriétés propres aux fractales théoriques que dans une plage d'échelle finie. Le qualificatif *fractal* est accordé suivant l'étendue de cette plage (minimum 2 ou 3 ordres de grandeur d'échelle) et par là-même représente une appréciation assez subjective. Si l'explication physique de la valeur de la dimension fractale reste dans bien des cas obscure, la détermination de seuils d'échelle est en soi une information très intéressante sur les changements des processus physiques qui contrôlent le système. La recherche des seuils de coupure justifie à elle seule, dans bien des cas, le calcul des dimensions fractales des objets naturels.

6. Statistique et lois d'échelle sur le réseau

Ce paragraphe passe en revue l'ensemble des résultats obtenus dans le cadre de l'analyse statistique effectuée sur le Blavet et la Vilaine. Pour les raisons évoquées au paragraphe "limites de l'étude", nous nous intéresserons essentiellement aux distributions de longueurs et d'aires drainées, et aux relations entre ces deux variables.

Sous la forme d'un article, le chapitre qui suit reprend en première partie les techniques et les notions développées précédemment. L'auteur invite le lecteur peu intéressé par une présentation anglophone du contexte de l'étude, à débiter la lecture au paragraphe "Link length distribution".

7. Conclusion de l'analyse statistique de la Vilaine et du Blavet

L'analyse des distributions statistiques des longueurs et des aires drainées du Blavet et de la Vilaine a permis d'établir un schéma d'organisation des réseaux hydrographiques naturels. Les réseaux étudiés présentent en effet des densités de distribution de longueurs et d'aires drainées similaires à celles obtenues pour des systèmes de particules gouvernés par un processus d'agrégation aléatoire. Les aires drainées et les longueurs de cours d'eau ne semblent donc pas suivre de règles particulières de connexion. La densité de longueur totale de cours d'eau par unité d'aire, constante sur 3 ordres de grandeur d'échelle, révèle une structure remarquablement homogène et confirme l'organisation aléatoire des systèmes hydrographiques.

Cependant, les caractéristiques géométriques des réseaux pour des échelles de longueur inférieures à 1 km (cas de la Vilaine et du Blavet) ne suivent pas les statistiques propres aux systèmes aléatoires. Nous pouvons ainsi distinguer deux domaines d'échelle où les réseaux ne suivent pas les mêmes règles d'organisation. La limite entre ces deux domaines est marquée par une longueur critique l_0 bien définie. L'interprétation de l_0 en terme de processus physique ne peut pas être menée avec les seules informations dont nous disposons, à savoir le réseau hydrographique au 1/100 000 et le MNT au pas de 250 m. L'analyse qualitative du relief d'un sous bassin versant du Blavet à l'aide d'un MNT au pas de 30 m, montre une longueur d'interfluve du même ordre de grandeur que l_0 . La longueur caractéristique d'organisation aléatoire des réseaux hydrographiques pourrait être en relation avec les processus d'érosion, qui façonnent le relief sur des échelles de temps long. L'étude et la modélisation des processus contrôlant la croissance et la géométrie des réseaux hydrographiques permettra d'éclaircir ou du moins d'approfondir l'origine d'une échelle critique dans l'organisation de tels systèmes.

Scaling Relationships and Channel Networks from Two Large-Magnitude Watersheds in French Brittany

A. Crave and P. Davy

Géosciences Rennes, UPR 4661 du CNRS, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France

Abstract. We present statistical analysis on two watersheds in French Brittany whose drainage areas are about 10,000 and 2,000 km². The channel system was analyzed from the digitized blue lines of the 1:100,000 map and from a 250-m DEM, so that the statistics is obtained on a population of 4,838 and 1,136 links. Link lengths follow exponential distribution, confirming the Markovian model of channel branching proposed by *Smart* [1968]. The departure from the exponential distribution for small lengths, that was extensively discussed before, results from a statistical effect due to the finite number of channels and forks. The Strahler topology applied on channels defines a self-similar organization whose similarity dimension is about 1.7, that is clearly smaller than the value of 2 expected for a random organization. The similarity dimension is consistent with an independant measurement of the Horton ratios of stream numbers and lengths. The variables defined by an upstream integral (drainage area, mainstream length, upstream length) follow power-law distributions limited at large scales by a finite size effect, due to finite area of watersheds. A special emphasize was given to the exponent of the drainage area, a_A , that was previously discussed from different aggregating models relevant to channel network growth. We show that a_A is consistent with 4/3, a value that was obtained and analytically demonstrated from directed random walk aggregating models, inspired from the model of *Scheidegger* [1967]. The drainage density and mainstream length present no simple scaling with area, except at large areas where they tend to trivial values : constant density and square root of drainage area, respectively. These asymptotic limits necessarily imply that the space dimension of channel networks is 2, equal to the embedding space. The limits are reached for drainage areas larger than 100 km². For smaller areas, the asymptotic limit represents either a lower bound (drainage density) or an upper bound (mainstream length) of the distributions. Because the fluctuations of the drainage density slowly converges to a finite limit, the system could be adequately described as a fat fractal, where the average drainage density is the sum of a constant plus a fluctuation decreasing as a power law with integrating area. A fat fractal hypothesis could explain why the similarity dimension is not equal to the fractal capacity dimension, as it is for thin fractals. The physical consequences are not still really understood, but we draw an analogy with directed aggregating system where the growth process involves both stochastic and deterministic growth. These models are known to be fat fractals, and the deterministic growth, which constitutes a fundamental ingredient of these models, could be attributed in river systems to the role of terrestrial gravity.

Introduction

The quantification of channel networks geometry has for main goals to emphasize the underlying organization of this apparently complex system, and to define physical processes controlling the evolution of channel and topography. The relationships between physical processes and geometry of natural structures are not straightforward; it basically requires elementary tests such as random or non-random organization and the range of scale for which such organizations are valid. An indirect but convenient way is to validate models using empirical laws that are known to describe natural systems. Since the works of *Horton* [1945], many experimental measures have shown that channel geometries follow empirical laws. Horton's laws, Hack relation [*Hack*, 1957], Melton law [*Melton*, 1958], fractal dimension of channel networks [*Mandelbrot*, 1983; *Tarboton et al.*, 1988, 1990; *La Barbera and Rosso*, 1989, 1990] are examples of laws that are commonly used to validate models of channel-network growth and erosion. Most of these laws describe the relationships between the different scales of a channel system, and seem to derive from very basic constraints applying on channel networks. However they are poor indicator of the details of the processes involved [*Hemlinger et al.*, 1993; *Kirchner*, 1993, 1994a, b; *Masek and Turcotte*, 1993; *Troutman and Karlinger*, 1994]. Besides, these laws are predicted by most models, even built on different concepts and theoretical basements (see, for example, the random walk theory [*Leopold and Langbein*, 1962; *Meakin et al.*, 1991], or models using various deterministic rules [*Roth et al.*, 1989; *Howard*, 1990; *Willgoose et al.*, 1990, 1991; *Rodriguez Iturbe et al.*, 1992a, b; *Rinaldo et al.*, 1992; *Rigon et al.*, 1993]). Some laws (e.g. some Horton's laws, the upstream length distribution) seems to derive from very general aggregation constraints applying on any channel network [*Takayasu et al.*, 1988; *Rodriguez Iturbe et al.*, 1992a], others (e.g., the fractal dimension) are general indicators of the interactions between instabilities during the phase of growth.

Before going further into models, it is fundamental to state for the validity of the different laws on real channel networks. Moreover the geometrical analysis of natural systems has to go back to complementary basic but detailed geometrical analysis, based on statistically relevant set of data. This was already mentioned by *Shreve* [1969] who wrote that "clearly field measurements in real channel networks are badly needed".

To perform reliable statistics of channel geometry, we have chosen natural objects that fulfill three main conditions : 1) a significant population of links, 2) the consistency of the hydraulic system, and 3) a wide range of reliable informations. Point 2 implies to treat independent watersheds separately. This is important as long as the variability between different systems is not fixed; for instance, one could expect the scale of the largest watershed to fix some geometrical properties. Our choice was two independent watersheds of large-magnitude, located in the French Brittany, and whose outlets are in the Atlantic Ocean: the Blavet (2,060 km², magnitude=568), and the Vilaine (10,500 km², magnitude=2419). Statistics are presented for each watershed separately. The comparison between both networks helps us to fix the effects of the watershed dimension.

Geometric features as length and drainage-area distributions are analyzed on a large population, greater than in previous works [Smart, 1968; Krumbein and Shreve, 1970; Abrahams and Miller, 1982]. We especially focus on the research of the best fitted law, and on the determination of the cutoff scales.

Data set and method

Data set and geographical setting

Networks studied in this work belong to the Vilaine basin (10,500 km²) and the Blavet basin (2,060 km²) which are both located in French Brittany (Figure 1). The basement is mainly constituted by schists (Vilaine) or mixed granites and schists (Blavet). To the South of the Armorican Massif, the topography is partly controlled by a series of Hercynian shear zones, oriented at N100°. These accidents present a slight recent tectonic activity, marked by moderate earthquakes whose magnitudes never exceed 4.5 on the Richter scale. The precipitation on both watersheds is about 600-700 mm.a⁻¹.

For both watersheds, we used two types of data: 1) the Vilaine and Blavet digitized networks, 2) the D.E.M. of the French Brittany giving elevations on a 250-m square grid. The source of the digitized networks is the blue lines on the 1:100,000 "Institut Geographique National" maps, resolution that fixes the definition of headstream position. We are able to check geometric features as length of channel links, on several orders of scale, with an accuracy of about 100 m. We have chosen the 1:100,000 map in relation to the scale of the studied area, and as a compromise between technical problems (in particular, the digitalization) and accuracy. Apart from the inherent accuracy on channel location that is estimated at about 100 m, the most important problem is the definition of the smallest detectable features and of their real order. A comparison with the 1:25,000 map and field observations shows that the most of the small channels are detected with the 1:100,000 map and that only the length of the order-1 channels is affected by the precision of the map. However, the precise location of headstream is a quite unsolvable problem. Headstreams present in fact strong variability of extension with climatic conditions and can be hardly defined even in fields, when sources are diffused saturated areas or graduated channels [Montgomery and Dietrich, 1988, 1989; Kirkby, 1988]. We have verified on some local points that the 1:100,000 map gives a rather good average of permanent headstream location.

Numerical processing

The channel network topology, is determined with the assumption that channel networks are perfect tree networks, without divergences in downstream direction. This implies that river path is unique, between any point of the channel network and the outlet. In most studies, the "unique path assumption" is widely used as an implicit assumption of channel networks and the topological laws, like Horton's laws, are only defined under this condition. Natural channel networks, like the Vilaine and Blavet, show some proportion of downstream divergences, mostly located in very flat areas.

But the low proportion of such divergences (less than 2 %) within the Blavet and Vilaine structures, allows us to use the unique path assumption for both networks. In that cases, the existent downstream derivations was removed before any numeric calculation by a “cleaning” numerical routine that cut one of the two tributaries of each downstream derivation and transforms the initial digitized networks into “perfect” trees. It is then possible to build the “family tree” of all links and to recombine them following topologic rules. An other routine calculates for each link its length and its total upstream length. Links are recorded in a vector lines form, so length and upstream length can be calculate without artifacts inherent to bitmaps, and due to the pixel size.

Drainage area can be calculated if flow directions are known at any DEM's point. To satisfy the unique downstream path condition, only one flow direction was defined. The local steepest-slope criteria is a practical mean to determine a flow direction [Mark, 1983; Mark *et al.*, 1984; Band, 1986, 1989]. It is implicitly assumed that flow processes are exclusively controlled by slope parameters. Such assumption is realistic for land-systems where surface runoff is the dominant flow process. But in many cases, especially at micro-scale, water transfer on hillslope cannot be simplified to this simple model [Dunne, 1980; Kirkby, 1988]. In French Brittany, most of the water flow is under subsurface form, expect during sparse intensive storm events when some runoff processes are observed. The slope criteria only applies if the bedrock surface is parallel to the topographic surface. However, this assumption seems reasonable, considering the 250 m resolution of our DEM. Hillslopes are, for most of them, cover with only 3 or 4 pixels. Meanwhile the estimation of drainage area for hillslope is inaccurate.

Gridded elevation data usually present some lower points where all neighbouring grid points are more elevated. Even if natural network could display such configurations, it is most of the time due to the artifacts of the interpolation procedure. Published numerical procedures adjust the drainage direction for this configuration cases, and ensure the continuity of the drainage network [Band, 1986, 1989; Morris and Heerdegen, 1988]. We also used information from the digitized channel networks to improve the local drainage direction. These computations are carried out by the MNTSurf software (unpublished), from the “L’atelier de spatialisation numérique” from Ecole Nationale Supérieure Agronomique de Rennes. MNTSurf has been modified in a way to take into account digitized networks.

Statistical properties of channel networks

All the entities and terminology reported in this section are defined in the works of Shreve [1966] and Abrahams [1984]. “Link” refers to a channel between two forks, “stream” to a channel entity defined by the topological ordination from Strahler scheme. For each distribution length we presented: 1) the density distribution $n(l)$, where $n(l)dl$ is the number of links of length between l and $l+dl$, and 2) the cumulative distribution $C(l)$ the number of link of length larger than l , i. e.:

$$C(L) = \int_L^{\infty} n(l) dl, \quad (1)$$

Statistical studies on populations usually calculate $C(l)$ to underline the main tendency of the statistical set. To improve the analysis we also calculate $n(l)$ for two reasons: 1) fluctuations of $n(l)$ give the order of precision of statistical parameters, and 2) $n(l)$ are less sensitive to finite-size effects at large lengths than $C(l)$. A separate calculation, and a comparative study of $n(l)$ and $C(l)$ is a great helpfull method to define the more pertinent theoretical fitting distribution. Indeed the ratio between the density distribution and the cumulative distribution $n(l)/C(l)$ takes characteristic forms for typical functions. It should be for example independent of length for exponential function and should vary as the inverse of the length, l^{-1} , for power laws. The method to calculate density distribution is original and developed in Davy [1993]. This procedure calculates, by exploring all the range of link length, the length interval dl for which the distribution $n(l)=N/dl$ presents the lowest fluctuation, with N the number of links in each interval. To account for the large variations of the length scales (from 0.1 to 10,000 km), $n(l)$ and $C(l)$ are calculated for both a linear variation of lengths (constant differences between two consecutive lengths) and a logarithmic variation (constant ratio between two consecutive lengths).

Once a distribution model is established by the comparison between $n(l)$ and $C(l)$, we calculate the model parameters using the smoothed distribution $C(l)$, and we estimate parameter error bars using $n(l)$.

Link-length distribution

Since the beginning of studies on channel geometry, nature of link length distribution is debated [Abrahams, 1984]. The search of the best-fitting law is as important as the collection of data since it is the support of any hypothesis on processes. But observations on several channel networks did not emphasize an unique distribution law [Smart, 1972; Dunkerley, 1977; Abrahams and Miller, 1982] since lognormal, gamma, mixed-gamma functions have been used as the best fits of the link length distribution. Also exterior and interior links were considered to follow different distributions, but the relationships between these two populations of links remain an open question [Schumm, 1956; Jarvis, 1976].

Density distribution of link length is reported for both Blavet and Vilaine networks in Figure 2. To compare the results from the both networks, $n(l)$ is normalized by the total number of links for each network. It shows that link length distribution follows the same trend whatever the network. $n(l)$ present two domains of variation with an increase from 0 to 1 km, and an exponentially decrease for larger length. For length greater than 1 km, $n(l)$ varies as e^{-l/l_0} , where l_0 is the characteristic length of the distribution, equal to 1 ± 0.1 km. Neither lognormal function nor power law are appropriate to fit the data. This could be emphasize by the plot of the ratio $n(l)/C(l)$ which remains constant for length larger than 1 km. Note that interior and exterior link length distributions follow exactly the same trend (Figure 3). This point was debated by Abrahams [1972] and Abrahams and Miller [1982] on smaller watersheds. This study show that there is no statistical reason to make a distinction between both types of links.

The question of small length distribution is of great importance since it conditions the search of a best-fitting model. Different interpretations can be proposed, depending on the necessity to model small length distribution that is here below 1 km. If small lengths really belong to the distribution, we have to look for a distribution that ensure the existence of a peak at finite length (for instance, lognormal or mixed-gamma function discussed in *Abrahams and Miller* [1982]). If there are physical or observation-accuracy reasons for removing small links from the distribution, the exponential function is a very efficient fit which has a small length cut-off at about 1 km. The need of interpreting small length distribution is a recurrent problem for natural data; let us quote *Einstein and Baecher* [1983] who pointed out that lognormal fits for fault length distributions only quantify the lack of observation of small structures !

To interpret small length distribution, let's first notice that there exists a limited number of links, and subsequently of forks. This must introduce a limit of the link distribution, whose simplest model would be the distances between nearest fork neighbours. If we assume an average density of forks, $d_{\text{Fork}} = 0.7 \pm 0.2 \text{ km}^{-2}$ (this point will be addressed in a next section), this simple model leads to a Rayleigh distribution that is:

$$n(l) = 2 N_{\text{app}} \pi d_{\text{app}} l \exp(-\pi d_{\text{app}} l^2), \quad (2)$$

where N_{app} and d_{app} are the number and density of links that follows this distribution. If we assume that a portion α of the total number of links follows the nearest-neighbour distribution ($N_{\text{app}} = \alpha N$ and $d_{\text{app}} = \alpha d_{\text{Fork}}$), we find the distribution of small length is well fitted for α between 0.5 and 0.7 (Figure 2). The Rayleigh function is defined by one main parameter which is equivalent to a length scale :

$$l_R = \frac{1}{\sqrt{\pi d_{\text{app}}}} \approx 1 \text{ km}. \quad (3)$$

This length l_R is about 1 km, that is identical to the length scale l_0 derived from the exponential function at large lengths. It is not surprising since both distributions are basically governed by the density of links.

The nearest-neighbour model however generates loops between forks, and is thus inconsistent with a tree organization. A simulation of a tree-like organization based on a random distribution of forks shows that, for lengths greater than the peak of the Rayleigh distribution (i.e. the maximum probability), the distribution becomes an exponential function.

Our results are consistent with the "Random Topological Model", proposed by *Shreve* [1966] who postulated that channels are topologically random. It means that the probability of finding a junction is equivalently distributed within the network (i.e. a Markovian process of branching), as expected by *Smart* [1968]. Since this work, no set of data on experimental channel networks supports clearly these theoretical results [*Abrahams*, 1984]. The main problem that we raise is the pertinence of small structures that are generally considered belonging to the distribution model of link lengths. The departure from the exponential distribution for small links is intrinsically related

to the finite number of links that introduces a lower-cutoff, below which data are not representative to the distribution. The lower cut-off and the large-length distribution are both an unique characteristic length scale, $l_0 \sim 1$ km, similar for both watersheds. It is clear that l_0 is defined by the density of links, which is related to our capability to describe small rivers, i.e. by the resolution of the blue lines. This length in Brittany could represent more a topographic length scale than an map-operator scale. An example from an order-1 subcatchement (Figure 4, obtained from a DEM with a resolution of 27 m) show that the topography roughness is obtained with wavelengths larger than 1 km. This length scale can be observed in many places as a significant cutoff of the topographic spectrum of the breton landscape. For a long time, the existence of a cutoff length has been proposed to explain the lack of incisions up to divides [Horton, 1945; Montgomery and Dietrich, 1988, 1989], that is a real consequence of the erosive process. However we do not want to stress too much this observation that requires a more general analysis of the topographic spectrum.

Length distribution of Strahler streams

To better describe the tree organization, we use the Strahler ordering topology that defines a hierarchy between streams [Strahler, 1952]. The comparison between streams of same ordering (quoted ω) allows us to refine the description of the tree structure. The length distribution of streams of order 2 and 3 are shown in Figure 5. Because of the reduced number of data, the distributions present large fluctuations; but an exponential function is always consistent with the data with a characteristic length scale, l_ω , that increases in a geometrical progression with the order ω (Figure 6). The number of streams, N_ω , also decreases in a geometrical progression with ω . This result is consistent with Horton's laws [Horton, 1945], which state that the ratios R_b and R_l ($R_b = N_\omega / N_{\omega+1}$ and $R_l = \langle l \rangle_{\omega+1} / \langle l \rangle_\omega$, with $\langle l \rangle_\omega$ denoting the average length of order ω) are constant whatever the order ω . Note that, if we assume that the exponential distribution of link length is representative to the tree organization, R_l is better calculated by using the length scale l_ω . In theory, the average and the characteristic length scale are equal for an exponential distribution (also is the standard deviation). In practice, the determination of l_ω is not sensitive to the population of non-representative small streams; but the average $\langle l \rangle_\omega$ is.

We have calculated R_b and R_l from the slope of the linear regression of $\log(N_\omega)$ and $\log(l_\omega)$ versus ω . R_l is equal to 2.4 ± 0.25 and 2.1 ± 0.25 for the Vilaine and Blavet networks, respectively. R_b is equal to 4.2 ± 0.1 and 4.15 ± 0.1 for the Vilaine and Blavet networks, respectively (Table 1). Previous studies on stream networks have shown that R_b and R_l are restricted to narrow ranges: $3 < R_b < 5$ and $1.5 < R_l < 3$ with modal values equal to 4 and 2, for R_b and R_l respectively. For both studied networks, these Horton's ratios are closed to the modal values.

Another interesting distribution is the total stream length distribution which mixes streams of all orders. This distribution is different from the link length distribution because a Strahler stream can be formed by several links. This distribution was used by Tarboton *et al.* [1988] to define the fractal dimension of channel networks. The stream distribution follows a power law trend l^{-a} s (Figure 7)

for stream lengths larger than 1 km. The exponent a_s is equal to 1.65 ± 0.05 and 1.7 ± 0.1 for the Vilaine and Blavet networks, respectively. The main source of uncertainties is the choice of the relevant length scales. The estimation is better for the larger basin because the dynamics of length is larger.

Because the number and lengths of order ω are in a geometrical progression, one can show that the exponent a_s must be related to R_b and R_l by the following expression:

$$a_s = \log(R_b) / \log(R_l), \quad (4)$$

The demonstration was proposed by *Tarboton et al.* [1988] if streams of order ω have a constant length. The result also applies to a sum of exponential distributions if their characteristic length scales l_ω and number of streams N_ω are in a geometrical progression (Figure 8). The exponent a_s quantifies the hierarchical composition of the river network. In a sense, it looks like a fractal dimension, called the similarity dimension by *Feder et al.* [1989], by analogy to deterministic self-similar fractals. For the diffusion-limited aggregation and viscous fingering clusters, a_s is equivalent with other fractal dimensions (capacity dimension, mass dimension, the radius-of-gyration dimension, ...) [*Feder et al.*, 1989]. But, the existence of similarity dimension, based on a topological ordering, does not imply necessarily that the network itself is fractal. This point will be discussed later.

Taking the most probable values, $R_b=4$ and $R_l=2$, which correspond to a topologically random organization [*Shreve*, 1966], we should have obtained $a_s=2$. The exponent measured for the Vilaine and Blavet networks (1.65 and 1.7, Table 1) show that both networks are far to satisfy the random model. This values are consistent with the R_b and R_l ratios measured independantly (Figure 6). Moreover, because the accuracy on the exponent a_s is relatively good, it necessarily implies R_l ratios significantly larger than 2 for both networks (2.3-2.5 for the Vilaine network, and 2.1-2.4 for the Blavet network).

A complete characterization of the system would have required to calculate the stream area ratio, R_A , that fixes the ratio between average areas drained by each successive order stream. This ratio was initially proposed by *Schumm* [1956], and its implication on the determination of scale dimension is discussed by *Rosso et al.* [1991] and *Beer and Borgas* [1993]. However, as for other ratios, R_A is accurately defined only for low-order drainage basins where the number of elements is sufficient; and the pixel resolution of our DEM is not appropriate to perform this calculation. R_A is expected to be larger than R_b and equal to R_l^2 for an ideal self-similar Horton system [*Beer and Borgas*, 1993]. R_A is equal to R_b if streams are space filling [*Rosso et al.*, 1991].

Upstream length, drainage area and mainstream length distributions

The upstream parameters (upstream length, drainage area or mainstream length) are representative to the aggregation properties of the network. The drainage area, A , and upstream length, Z , are the integrate of areas and river lengths that drains into a given point of the watershed. The mainstream length, l_M , is the longest channel length that connect a point of the network to a

source, and it was considered as a measure of the flow distance in watersheds. These distributions are assumed to follow power-law relationships, regarding previous analysis on natural streams [Rodriguez Iturbe *et al.*, 1992a] or aggregation models [Leopold and Langbein, 1962; Takayasu *et al.*, 1988; Mandelbrot, 1989; Meakin *et al.*, 1991; Masek and Turcotte, 1993; de Vries *et al.*, 1994]. The distributions are estimated from a set of variables (A , Z or l_M) calculated at the downstream termination of each link. We made no distinction between exterior and interior links because both link length distributions are similar.

All these distributions (figures 9, 10, 11) shows a lower cut-off at about 1 km for lengths and 1 km^2 for areas, consistent with the finite extension of the tree network, as it is discussed above. For several order of scale ranges, the density distributions show remarkable power-law variations with exponents roughly around 1.5. Further interesting information, concerning finite size effects, can be obtained from the combined use of the density and cumulative distribution. Actually, the cumulative distribution is clearly no more a power law at large lengths or areas while the density distribution is. If the density distribution is really a power law, this difference must be related to the upper bound, s_{\max} , of the integral :

$$C(s) = \int_s^{s_{\max}} n(s) ds \sim \left(\frac{s}{s_{\max}} \right)^{1-a} - 1, \quad (5)$$

where s is the scale variable of the distribution (area or length), and s_{\max} a finite size effect related to the extension of the watershed. This large-size effect was derived mathematically from a Horton system by La Barbera and Roth [1994].

The cumulative distribution departs from the power law, even at small scales if the exponent a of the distribution is not much larger than the critical value of 1, a value for which $C(s)$ is dependant on s_{\max} at all scales ($C(s) \sim \ln(s/s_{\max})$ for $a=1$). This finite-size effect can induce large overestimation of the exponent a , if it is directly measured from the logarithmic slope of the cumulative distribution. To illustrate this point, let's calculate the exponent a from the logarithmic slope of $C(s)$:

$$\frac{d \ln(C)}{d \ln s} = \frac{1-a}{1 - \left(\frac{s}{s_{\max}} \right)^{a-1}}. \quad (6)$$

If a precision ε is required for the exponent a , only scales smaller than $s_{\max} * \varepsilon^{1/(a-1)}$ must be considered. For instance, a precision of about 20% ($\varepsilon=0.2$) is obtained for scales smaller than $s_{\max}/25$ if $a=1.5$, or $s_{\max}/215$ if $a=1.3$. Considering the range of relevant scales for our data, this constraint gets difficult a reliable determination of a from the logarithmic slope of $C(s)$, except if s_{\max} is explicitly incorporated in the regression fit. This example also illustrates the potential efficiency of a combined use of the density and cumulative distribution.

The upstream length distribution is only weakly sensitive to finite size effects (Figure 9). For the Blavet network besides, both density and cumulative distributions follow power-law trends at all

scales. The measured exponents, a_z , of the upstream length distribution are 1.42 and 1.45 for the Vilaine and Blavet networks, respectively (Table 1). The error bar on these exponents is about 0.02, so that these two values are not significantly different.

The drainage area distribution shows finite-size effects at about 6500 km² and 2400 km² for the Vilaine and Blavet basins respectively (Figure 10). The estimate of these values is rather poor since it is mostly constrained by the end of the distribution where large statistical fluctuations are present. Considering error bars on A_{\max} , the finite-size effects is well interpreted as the whole surface of both watersheds. The exponents of the drainage area distribution, a_A , are 1.3 and 1.35 for the Vilaine and Blavet basins, respectively (Table 1). Once more, these values are not significantly different, considering the error bar of about 0.05. *Rodriguez Iturbe et al.* [1992a] have measured rather larger exponents for five basins from North America, with average values about 1.4 (0.4 for the cumulative distribution). We could have derived similar values from our data, if large-size effects are not considered (see equation 6).

The mainstream length distribution shows very important finite size effects of about 160 and 140 km for the Vilaine and Blavet networks, respectively (Figure 11). The exponent of the distribution, a_M , is well defined for the Vilaine basin ($a_M=1.43\pm0.02$). For the Blavet network, the regression give a larger exponent of about 1.7. However, the fit is not accurate for lengths between 1 and 5 km. A smaller value (1.5, dashed line in Figure 11) could be obtained if lengths between 1 and 5 km are considered statistically significant.

The interpretation of these exponents in terms of channel characteristics was discussed through growth models of channels [*Meakin et al.*, 1991] or aggregation properties of simple trees [*Takayasu et al.*, 1988]. The simplest meaningful values for the exponent a_A (which is the only exponent extensively discussed) are 3/2 for compact river basins filling a planar region, and whose width and length scale similarly. Another trivial value of 4/3 was proposed for self-affine drainage basins whose width scales as the square root of the height. Such scaling is intrinsically obtained for models where the displacement is random in one direction and constant in the other, as the random walk's model of *Scheidegger* [1967], the random aggregation model of *Takayasu et al.* [1988] and the directed self-avoiding random walk of *Meakin et al.* [1991]. Intermediate value of 1.39 was obtained from a self-avoiding random walk by *Meakin et al.* [1991]. The measured drainage exponents a_A are found to be intermediate between the two extreme values of 4/3 and 3/2. *Rodriguez-Iturbe et al.* [1992a] and *La Barbera and Roth* [1994] found exponents around 1.4; the former proposed that the departure from the trivial exponent 1.5 is related to the fractal dimension of the flow path (here the mainstream). Our data (Figure 10) are clearly inconsistent with an exponent of 3/2, and consistent with an exponent of 4/3. But, considering error bars, mainly due to the choice of the representative area range for fitting, exponents as large as 1.4 cannot be definitely excluded. Note that the model of *Takayasu et al.* [1988] makes no difference between the drainage exponent a_A and the upstream exponent a_z , which is equal to 1.45 for both watersheds.

Density properties

The question of the spatial organization of channels was addressed from the scale dependency of channel density that relates the total upstream channel length, Z , to the total upstream drainage area, A :

$$D_A = Z/A. \quad (7)$$

This measure is exempt from any topological consideration, but obviously depends on the accuracy on the description of the network. If the density D_A varies with the area of the watersheds, the channel network is a fractal object with non-trivial spatial property. This point is rather important since the fractal dimension of the channel network can give important constraints on the underlying mechanisms of channel growth (see for instance [Stark, 1991; Meakin *et al.*, 1991; Masek and Turcotte, 1993]). The previous analysis of the distributions of drainage area and upstream length have shown that both can be described with a power law whose exponents are significantly larger for the upstream length ($a_Z \sim 1.45$) than for the drainage area ($a_A \sim 1.35$). Thus we expect a non-linear relationship between Z and A ($Z \sim A^{\alpha_T}$), with an exponent α_T about 0.7 to 0.9, following :

$$\alpha_T = \frac{1 - a_A}{1 - a_Z}.$$

From a technical point of view, an estimate of the drainage density requires an adjustment between the digitized network and the DEM. This adjustment can give abnormal parameters for some points of the network, because 1) the network is defined at ± 1 pixel, and 2) the pixel size of the DEM can lead to abnormal drainage configurations when compared to the real case deduced from the digitized network. When first-order catchment are removed, it remains about 10% of abnormal values. Most of them were easily detectable and removed, but about 1% of the data set presented in Figure 12 still present abnormal values, certainly due to this technical problem.

The relationship between drainage density and drainage area is presented in Figure 12. The average density, marked in the figure by the largest concentration of points (bold arrow), is clearly decreasing for areas less than 100 km^2 . For larger areas, the density is almost constant around a value of about 0.7 km^{-1} for both Vilaine and Blavet basins. If a numerical fit with a power law is performed on the total set of data, it gives an exponent of about -0.2 to -0.15 that is not really representative to the trend of the average density which rather shows a decrease of the average drainage density with area. Similar trends were observed by *La Barbera and Rosso* [1990] for 60 subbasins of Alto Liri basins in Southern Italy. Thus clearly the drainage density varies with scale, at least up to 100 km^2 , but without fractal properties.

Because of technical problem discussed above, a precise analysis of the data shown in Figure 12 could be disputable. It is possible to define quite precisely the evolution of the drainage density at different scales without constraints of basin boundaries, i.e. in an arbitrary area of constant form. This method is similar to the Mass method classically used to calculate the cluster dimension or

mass dimension of fractal objects [Feder, 1988]. The drainage density $d(A)$ and its standard deviation $\sigma_d(A)$ was calculated for 100 points, chosen at random on the network, and far enough from the boundary of the watershed. The average mass dimension (open circles in figure 13) shows the same trend than in Figure 12. The only difference stays at very large areas ($>2 \cdot 10^3 \text{ km}^2$) when the measurement surface is partly outside the limits of the basin. These large areas are thus not considered in the following discussion. Also small areas ($<1 \text{ km}^2$) are not representative since they only include one link on average.

In the representative area range, the lower bound of the drainage density distribution ($d-\sigma$) shows a remarkable constant value of about 0.7 km^{-1} , that is consistent with the asymptotic density deduced from Figure 12. The standard deviation $\sigma_d(A)$ shows two remarkable trends in this area range. For small areas ($1 < A < 100 \text{ km}^2$), it decreases as a power law with an exponent of about $\alpha_d = -0.37 \pm 0.02$. For areas larger than 100 km^2 , σ is constant around 0.1 km^{-1} . The evolution of the average density with area in the range 1 to 100 km^2 should be modelled as :

$$d = d_\infty + \gamma_d A^{-\alpha_d}, \quad (8)$$

where d_∞ and γ_d are two constant values, representative of the basin. This type of scaling is described for objects so called fat fractals. They differ from a pure fractal object by a non-nil density for large systems, $A \rightarrow \infty$ [Liang and Kadanoff, 1985].

Similar trends were observed on the variation of the fork density with area (Figure 14). The average density of fork d_F and its standard deviation σ_F , significantly decreases for areas smaller than 100 km^2 . The standard deviation σ_F exhibits the same power-law trend than for the drainage density, with still an exponent of about -0.35. The lower bound of the fork density is constant over 3 orders of area magnitude.

This analysis is also appropriate to the relationship between the mainstream length l_M and the drainage area A , introduced by Hack [1957], which was discussed in many papers as a main self-similar property of basin subcatchment [Hack, 1957; Gray, 1961; Mandelbrot, 1983; Mesa and Gupta, 1987; Hjelmfelt, 1988; Tarboton et al., 1988; Robert and Roy, 1990; Rosso et al., 1991]. Following Hack, l_M and A should be related by a power law such as :

$$l_M \sim A^{\alpha_H}, \quad (9),$$

where α_H generally departs from the trivial value of 0.5. A direct measurement of α_H from a linear regression of $\log(l_M)$ versus $\log(A)$ leads to a value of about 0.65 (Figure 15), that is merely representative of the scattered data at intermediate areas ($<100 \text{ km}^2$). For large areas ($>100 \text{ km}^2$), the data are best-fitted by an exponent α_H of 0.5, which represents a trivial scaling of the main channel ($l_M \sim \sqrt{A}$). This trivial asymptotic limit was already recognized from large-basin measurements [Mueller, 1973], or models of Markovian branching [Mesa and Gupta, 1987]. Below this critical area, this large-scale fit constitutes an upper bound of the fluctuations observed on the data plot (Figure 15). We thus wonder if the Hack's relationship would be better described by an equation analogous to (8) :

$$l_M \sim \sqrt{A} - \gamma A^\beta. \quad (10)$$

A complete characterization of equation (10) would require a more precise analysis to be completely validated.

The scale dependency on both density and mainstream length strongly suggests that the channel network system cannot be described by a simple fractal geometry. The main argument is that, for both variables, it exists an asymptotic trivial limit for the dimension of the system. At intermediate areas, data show strong fluctuations that were barely incorporated in previous descriptions. We first state that these fluctuations can contain an interesting information about the channel organization processes. If our analysis is correct, the scale reduction of fluctuations can be described by a power law for areas between 1 and 100 km². The other interesting property of these systems is that the trivial asymptotic limit represents a lower bound (for drainage density) or an upper bound (for mainstream length) of the whole distribution. This type of behaviour, where the average value is the sum of a constant term and a power law, was mentionned by *Mandelbrot* [1983] as non-lacunar fractals whose dimension is equal to the embedding dimension, and by *Farmer* [1984] as “fat fractals”. This type of behaviour was suggested for the scaling of the drainage basin (total area minus the surface area of river channels) by *Karlinger and Troutman* [1992].

More interesting for our analysis is the recognition of fat-fractal properties for a ballistic aggregation model (or directed walk model) [*Liang and Kadanoff*, 1985; *Meakin*, 1991; *Vicsek*, 1989], where the particles move in a random way in one direction (say x) and with a constant velocity in the other direction (say y), before sticking to a growing cluster. Such growth model produces a fan-like structure (see figure 7.4 p.195 in [*Vicsek*, 1989]), whose average density follows equation (8). Because of the displacement condition on y , the fan is a regular cone, meaning that its average width is proportional to the structure radius. This regular geometry forces the system dimension to be the embedding space dimension (this was demonstrated in *Vicsek* [1989] by using an argument on the growth rate of the radius). However the system is locally inhomogeneous, and the average density converges slowly with scale to a constant value, such as $d-d_\infty \sim r^\beta$ [*Liang and Kadanoff*, 1985]. The exponent β , that is twice our exponent α_d , was obtained from simple aggregation models with non-universal values (i.e. depending on the lattice topology, cone angle, etc...) varying between 0.55 and 0.9 [*Liang and Kadanoff*, 1985], that is consistent with the exponent measured from channel network ($\beta=2\alpha_d \sim 0.74$). As for the directed-walk models, channel growth cannot be considered as a pure aleatory aggregating system because the average flow is driven by the terrestrial gravity along the average basin slope. The new results that we have derived from the observation of natural system should lead to push further the comparison between the different channel growth model, in the same spirit of the work presented by *Meakin et al.* [1991].

Discussion about the Nature of Channel Network.

The difficulty to interpret geometrical properties of channel network is to connect two apparently different problems that are the topology of the branching, and the spatial distribution of the

network. At first, we present separately the results which concern the “tree” organization of the channel network, and those which concern the spatial organization of the channel network.

The main results for the tree organization, i.e. obtained in the referential of the tree, are :

1. Individual links or streams follow exponential distribution. The departures from the exponential distribution is only a statistical effect due to the finite number of links.
2. As a consequence, the branching is almost equally probable everywhere on the tree, as expected by *Smart* [1968].
3. The topological ordering of Strahler defines a self-similar system, whose similarity dimension is clearly less than 2 (about 1.6-1.7). The similarity dimension is completely defined by the Horton ratios, but the most accurate characterisation is obtained from the distribution of all Strahler stream lengths.
4. Variables defined by an upstream integral (drainage area, mainstream length, upstream length) follows power-law distribution whose exponents contain informations about the aggregating process (Table 1).

The results obtained in the plane referential, and concerning the spatial organization of channels, are :

1. Both density and mainstream length have a trivial asymptotic limit corresponding to a constant density and square root of areas, respectively. This necessarily implies a space dimension of 2 for the channel network, equal to the embedding space. The asymptotic limit is reached for drainage areas larger than 100 km². For smaller areas, the asymptotic limit represents either a lower bound (drainage density) or an upper bound (mainstream length) of the distributions.
2. Because the fluctuations of the drainage density slowly converges to the finite limit, the system could be adequately described as a fat fractal, a model which predict the density fluctuations to decrease as a power law with integrating area.

In simple systems, as thin deterministic fractals, there exists a direct relationship between spatial properties (such as a fractal dimension), and hierarchy of elementary structures (number and length of streams) that composes the total network. Starting from the combining ideas that channel networks are Hortonian (i.e. there exists a hierarchy of entities, ordered whose length and number are in a geometrical progression with the Strahler ordering parameter), previous studies have related the parameters of this topology, mainly the Horton ratios, to spatial dimensions of the network. In other words, the similarity dimension which defined the hierarchy organization of the tree is considered as equal to the fractal (capacity, mass) dimension. This was demonstrated for DLA and viscous fingering structures by *Feder et al.* [1989]. In channel networks, the similarity dimension is clearly smaller than the capacity dimension. This discrepancy was interpreted as a consequence of the fractal nature of individual streams [*Tarboton et al.*, 1988, 1990], or as the way the stream length or the order of the watershed scales with the resolution of the map [*La Barbera and Rosso*, 1990; *Beer and Borgas*, 1993]. A more basic reason for the difference between similarity and capacity dimensions could be that the implicit assumption that channel network are thin fractals is

wrong. For both Blavet and Vilaine networks, the drainage density is better described by a fat fractal for areas smaller than 100 km^2 , meaning that the density has a finite limit for large areas. An interesting consequence of such assessment is that informations about the spatial organization, and about the underlying aggregation process, could be contained in the scale dependency of fluctuations, rather than of average density. The critical area of 100 km^2 could represent a kind of limit for the aggregation process, for which the system is completely homogeneized, i.e. the natural random fluctuations become larger than "aggregation" fluctuations.

The physical meaning of these observations is not straight, because 1) scale exponents and growth process are not linked by an univocal relationship, and 2) the litterature on the theoretical background of fat fractals is, to our knowledge, still scarce [see however *Eykholt and Umberger*, 1988, 1992]. Several studies have tried to characterize the channel formation process, either from dynamical erosion models, or from simple aggregation models; the former models give mainly informations about the physics of erosion, channel geometries being used as a validation parameters for models, while the latter gives information about the physics of the channel organization. All these models base the validation procedure on the exponents a_A and a_M , the Horton ratios and the similarity dimension a_S of the channel network.

The statistics on channel network, and more precisely the departure of scale exponents from trivial values, tend to prove some determinism in the network building. The first argument is from the similarity dimension a_S , which is significantly smaller than the trivial value of 2 (equivalently the Horton length ratio R_l is significantly larger than 2). A second argument is from the drainage area exponent a_A , whose departure from the trivial value of $3/2$ suggests a determinism in the network building [*de Vries et al.*, 1994]. The uppermost value of a_A , consistent with data presented in Figure 10, is about 1.4, with a mostly probable value of 1.35. The question now is to precise the type of determinism that could be consistent with our results. The very simple aggregation models, such as the diffusion-limited aggregation, are particularly attractive to relate a growth process to scale exponents. These models simulate the growth of a cluster from the aggregation of walkers. Different walking and sticking rules produce different types of geometries; but there exists only a few universal classes, characterized by the same set of scale exponents. Because a river system is a kind of cluster, these models were often applied to understand scale relationships of river systems [*Leopold and Langbein*, 1962; *Scheidegger*, 1967; *Seginer*, 1969; *Howard*, 1971; *Takayasu et al.*, 1988; *Meakin et al.*, 1991; *Stark*, 1991; *Masek and Turcotte*, 1993]. All these models should be revisited for a full characterization of the scaling of the drainage density.

Models based on directed random walk aggregation should lead to a fat fractal geometry, as predicted by *Liang and Kadanoff* [1985]. The simplest directed random walk [*Leopold and Langbein*, 1962; *Scheidegger*, 1967; *Takayasu et al.*, 1988; *Meakin et al.*, 1991] predict the drainage density distribution exponent a_A to be exactly $4/3$, consistent with the exponents measured from the Vilaine and Blavet network. The similarity dimension and Horton ratios are not inconsistent with the one measured from both breton catchments (R_l about 2.8 [*Leopold and Langbein*, 1962] or 2.9 [*Meakin et al.*, 1991]), but further work is required to define more precisely

these scaling exponents. Another reason to emphasize this model is that the terrestrial gravity imposes a deterministic flowing condition to natural systems, which is the necessity for rivers to follow the main slope of the basin. We need more arguments to validate this assessment but we think that models based on the combination of deterministic and random conditions could represent an interesting prospective way to study river network scalings.

References

- Abrahams, A.D., The significance of maximum extension of drainage networks for the frequency distribution of interior link lengths, *J. Geol.*, 80, 730-736, 1972.
- Abrahams, A.D., Channel networks: a geomorphological perspective, *Water Resour. Res.*, 20, 161-168, 1984.
- Abrahams, A.D., and A.J. Miller, The mixed gamma model for channel link length, *Water Resour. Res.*, 18, 1126-1136, 1982.
- Band, L.E., Topographic partition of watersheds with digital elevation models, *Water Resour. Res.*, 22, 15-24, 1986.
- Band, L.E., A terrain-based watershed information system, *Hydrol. Proc.*, 3, 151-162, 1989.
- Beer, T., and M. Borgas, Horton's law and the fractal nature of streams, *Water Resour. Res.*, 29, 1475-1487, 1993.
- Davy, P., On the frequency-length distribution of the San Andreas fault system, *J. Geophys. Res.*, 98, 12,141-12,151, 1993.
- de Vries, H., T. Becker, and B. Eckhardt, Power law distribution of discharge in ideal networks, *Water Resour. Res.*, 30, 3541-3543, 1994.
- Dunkerley, D.L., Frequency distribution of stream link lengths and the development of channel networks, *J. Geol.*, 85, 459-470, 1977.
- Dunne, T., Formation and controls of channel networks, *Progress in Physical Geography*, 4, 211-239, 1980.
- Einstein, H.H., and G.B. Baecher, Probabilistic and statistical methods in engineering geology, *Rock Mech. Rock Eng.*, 16, 29-72, 1983.
- Eykholt, R., and D.K. Umberger, Relating the various scaling exponents used to characterize fat fractals in nonlinear dynamical systems, *Physica D Amsterdam*, 30, 43-60, 1988.
- Eykholt, R., and D.K. Umberger, Extension of the fat-fractal exponent β to arbitrary sets in D dimensions, *Phys. Lett. A*, 163, 409-414, 1992.
- Farmer, J.D., Sensitive dependence to parameters, fat fractals, and universal strange attractors, in *Fluctuations and Sensitivity in Nonequilibrium Systems*, edited by W. Horsthemke and D.K. Kondepudi, pp. 172-178, Springer-Verlag, New York, 1984.
- Feder, J., *Fractals*, Plenum Press, New York, 283pp, 1988.
- Feder, J., E.L. Hinrichsen, K.J. Måløy, and T. Jøssang, Geometrical crossover and self-similarity of DLA and viscous fingering clusters, *Physica D*, 38, 104-111, 1989.
- Gray, D.M., Interrelationships of watershed characteristics, *J. Geophys. Res.*, 66, 1215-1223, 1961.
- Guisti, E.V., and W.J. Schneider, The distribution of branches in river networks, *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, 422, 1965.
- Hack, J.T., Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland, *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap. B*, 294, 45-94, 1957.
- Helmlinger, K.R., P. Kumar, and E. Foufoula-Georgiou, On the use of digital elevation model data for hortonian and fractal analyses of channel networks, *Water Resour. Res.*, 29, 2599-2613, 1993.
- Hjelmfelt, A.T., Fractals and the river length catchment-area ratio, *Water Resour. Bull.*, 24, 455-459, 1988.

- Horton, R.E., Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 56, 275-370, 1945.
- Howard, A.D., Simulation of stream networks by headward growth and branching, *Geogr. Anal.*, 3, 29-50, 1971.
- Howard, A.D., Theoretical model of optimal drainage networks, *Water Resour. Res.*, 26, 2107-2117, 1990.
- Jarvis, R., Link length organization and network scale dependencies in the network diameter model, *Water Resour. Res.*, 12, 1215-1225, 1976.
- Karlinger, M.R., and B.M. Troutman, Fat fractal scaling of drainage networks from a random spatial network model, *Water Resour. Res.*, 28, 1975-1981, 1992.
- Kirchner, J.W., Stastical inevitability of Horton's law and the apparent randomness of stream channel networks, *Geology*, 21, 591-594, 1993.
- Kirchner, J.W., Reply, *Geology*, 22, 380-381, 1994a.
- Kirchner, J.W., Reply, *Geology*, 22, 574-575, 1994b.
- Kirkby, M.J., Hill slopes and hollows, *Nature*, 336, 201, 1988.
- Krumbein, W.C., and R.L. Shreve, Some statistical properties of dendritic fault networks, *Tech. Rep. Off. Nav. Res. Proj.*, 13, 1970.
- La Barbera, P., and R. Rosso, On the fractal dimension of stream networks, *Water Resour. Res.*, 25, 735-741, 1989.
- La Barbera, P., and R. Rosso, Reply, *Water Resour. Res.*, 26, 2245-2248, 1990.
- La Barbera P., and G. Roth, Invariance and scaling properties in the distributions of contributing area and energy in drainage basins, *Hydrol. Proc.*, 8, 123-135, 1994.
- Liu, T., Fractal structure and properties of stream networks, *Water Resour. Res.*, 28, 2981-2988, 1992.
- Leopold, L.B., and W.B. Langbein, The concept of entropy in landscape evolution, *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap. A*, 500, 1-20, 1962.
- Mandelbrot, B.B., *The fractal geometry of nature*, W.H. Freeman, New York, 1983.
- Mandelbrot, B.B., Multifractal measures, especially for the geophysicist, *Pageoph.*, 131, 5-42, 1989.
- Mark, D.M., Automated detection of drainage networks from digital elevation models, in Weller, B.S. *Auto-Carto Six: Proceedings of the Sixth International Symposium on Automated Cartography*, Ottawa, 288-298, 1983.
- Mark, D.M., J. Dozier, and J. Frew, Automated basin delineation from digital elevation data, *Geo-Processing*, 2, 299-311, 1984.
- Masek, J.G., and D.L. Turcotte, A diffusion-limited aggregation model for the evolution of drainage networks, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 119, 379-386, 1993.
- Meakin, P., J. Feder, and T. Jossang, Simple statistical models for river networks, *Physica A*, 176, 409-429, 1991.
- Melton, M.A., Geometric properties of mature drainage systems and their representation in an E4 phase space, *J. Geol.*, 66, 35-54, 1958.
- Mesa, O.J., and V.K. Gupta, On the main channel length-area relationship for channel networks, *Water Resour. Res.*, 23, 2119-2122, 1987.
- Montgomery, D.R., and W.E. Dietrich, Where do channels begin?, *Nature*, 336, 232-234, 1988.
- Montgomery, D.R., and W.E. Dietrich, Source areas, drainage density, and channel initiation, *Water Resour. Res.*, 25, 1907-1918, 1989.
- Morris, D.G., and R.G. Heerdegen, Automatically derived catchment boundaries and channel networks and their hydrological applications, *Geomorphology*, 1, 131-141, 1988.
- Mueller, J.E., Reevaluation of the relationship of master streams and drainage basins: Reply, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 84, 3127-3130, 1973.
- Rigon, R., A. Rinaldo, I. Rodriguez-Iturbe, R.L. Bras, and E. Ijjasz-Vasquez, Optimal channel networks: a framework for the study of river Basin morphology, *Water Resour. Res.*, 29, 1635-1646, 1993.

- Rinaldo, A., I. Rodriguez-Iturbe, R. Rigon, R.L. Bras, E.J. Ijjasz-Vasquez, and A. Marani, Minimum energy and fractal structures of drainage networks, *Water Resour. Res.*, 28, 2183-2185, 1992.
- Robert, A., and A.G. Roy, On the fractal interpretation of the mainstream length-drainage area relationship, *Water Resour. Res.*, 26, 839-842, 1990.
- Rodriguez-Iturbe, I., E.J. Ijjasz-Vasquez, R.L. Bras, and D.G. Tarboton, Power law distributions of discharge mass and energy in river basins, *Water Resour. Res.*, 28, 1089-1093, 1992a.
- Rodriguez-Iturbe, I., A. Rinaldo, R. Rigon, R.L. Bras, A. Marani, and E.J. Ijjasz-Vasquez, Energy dissipation, runoff production, and the three-dimensional structure of river basins, *Water Resour. Res.*, 28, 1095-1103, 1992b.
- Rosso, R., B. Bacchi, and P.L. Barbera, Fractal relation of mainstream length to catchment area in river networks, *Water Resour. Res.*, 27, 381-387, 1991.
- Roth, G., F. Siccaldi, and R. Rosso, Hydrodynamic description of the erosional development of drainage patterns, *Water Resour. Res.*, 25, 319-332, 1989.
- Scheidegger, A.E., A stochastic model for drainage patterns into an intramontane trench, *Bull. Int Ass. of Sci. Hydrol.*, 12, 15-20, 1967.
- Schumm, S.A., Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 67, 597-646, 1956.
- Seginer, I., Random walk and random roughness models of drainage networks, *Water Resour. Res.*, 5, 591-607, 1969.
- Shreve, R.L., Statistical law of stream number, *J. Geol.*, 74, 17-37, 1966.
- Shreve, R.L., Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks, *J. Geol.*, 77, 397-414, 1969.
- Smart, J.S., Statistical properties of channel of stream lengths, *Water Resour. Res.*, 4, 1001-1014., 1968.
- Smart, J.S., Quantitative characterization of channel network structure, *Water Resour. Res.*, 8, 1487-1496, 1972.
- Stark, C.P., An invasion percolation model of drainage network evolution, *Nature*, 352, 423-425, 1991.
- Tarboton, D.G., R.L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, The fractal nature of river networks, *Water Resour. Res.*, 24, 1317-1322, 1988.
- Tarboton, D.G., R. Bras, R., and I. Rodriguez-Iturbe, Comment on "the fractal dimension of stream networks" by La Barbera and Rosso, *Water Resour. Res.*, 26, 2243-2244, 1990.
- Takayasu, H., I. Nishikawa, and H. Tasaki, Power-law mass distribution of aggregation systems with injection, *Phys. Rev. A*, 37, 3110-3117, 1988.
- Troutman, B.M., and M.R. Karlinger, Inference for a generalized gibbsian distribution on channel networks, *Water Resour. Res.*, 30, 2325-2338, 1994.
- Vicsek, T., *Fractal growth phenomena*, World Scientific, Singapore, 355pp, 1989.
- Willgoose, G., R.L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, A model of river basin evolution, *Eos Trans. AGU*, 71, 1806-1807, 1990.
- Willgoose, G., R.L. Bras, and I. Rodriguez-Iturbe, A coupled channel network growth and hillslope evolution model. 1.Theory, *Water Resour. Res.*, 27, 1671-1684, 1991.

Figure Captions

Figure 1. Geological map of the Armorican massif with the location of the Vilaine (**A**) and the Blavet (**B**) basins.

Figure 2. Density distribution of link lengths for the Blavet and Vilaine networks. A Rayleigh function (dashed line) fits small length distribution. The Poisson (exponential) function fits well lengths larger than 1 km.

Figure 3. Density distribution $n(l)$ (black squares), cumulative distribution $C(l)$ (bold lines) and exponential fit (thin solid line) for the link length distribution of the Vilaine network. Top, exterior links; bottom, interior links. Similar trends are observed for the Blavet.

Figure 4. Topography of the Coet-Dan subcatchment (Blavet basin), obtained from a DEM with a resolution of 27 m.

Figure 5. Density and cumulative distribution for stream lengths of Strahler order 2 (left side) and 3 (right side) for the Blavet (top) and Vilaine (bottom) networks.

Figure 6. Plot of the number of streams N_ω (top), and of the stream length l_ω (bottom) as a function of the Strahler order ω for the Vilaine (dark squares) and Blavet (open circles) networks. l_ω is calculated for stream orders smaller than 4, for statistical reasons. The fitting curves (solid line) define the Horton ratios R_b and R_l .

Figure 7. Density (solid squares) and cumulative distribution (bold lines) of Strahler-stream lengths for the Vilaine (top) and Blavet (bottom) networks. The power-law fits are drawn with a thin solid line.

Figure 8. Plot of $C(l)$ (bold line) defined as the sum of exponential functions (dashed lines), whose characteristic length scales and multiplicative coefficients are in a geometrical progression, defined by ratios R_l and R_b respectively. The exponent derived from the slope of $\log(C(l))$ versus $\log(l)$ is exactly equal to the ratio $\log(R_b)/\log(R_l)$.

Figure 9. Upstream length distribution for the Vilaine (top) and Blavet (bottom) networks. Same symbols as for figure 3.

Figure 10. Upstream drainage area distribution for the Vilaine (top) and Blavet (bottom) networks. Same symbols as for figure 3.

Figure 11. Mainstream length distribution for the Vilaine (top) and Blavet (bottom) networks. Same symbols as for figure 3. The dashed line shown for the Blavet network indicates a power-law fit with an exponent of -1.5 (see text).

Figure 12. Plot of the drainage density versus integrating drainage area for the Vilaine (top) and Blavet (bottom) networks. The bold arrow indicates the average trend. The solid line indicates the asymptotic limit.

Figure 13. Scale dependency of the channel density for the Vilaine network. The average (open circles) and the standard deviation (solid squares) are calculated from 100 square areas A , randomly chosen within the network. The average minus standard deviation (down triangles) shows no variation for areas between 1 and 5000 km². The standard deviation follows a power law (solid line) for areas between 1 and 100 km².

Figure 14. Scale dependency of the fork density. Same symbols as for figure 13.

Figure 15. Plot of the mainstream length versus drainage area for the Vilaine (top) and Blavet (bottom) networks. The best power-law fit is drawn with a solid line; the dashed line show the asymptotic behaviour ($l_M \sim \sqrt{A}$).

Table 1

| | R_b | R_l | a_s | a_z | a_A | a_M | α_H | α_T |
|---------|---------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| Vilaine | 4.1-4.3 | 2.3-2.5 | 1.65 | 1.42 | 1.30 | 1.43 | 0.65 | 0.8 |
| | | | 1.6-1.7 | 1.40-1.44 | 1.25-1.35 | 1.41-1.45 | | |
| Blavet | 4.0-4.2 | 2.1-2.4 | 1.75 | 1.45 | 1.35 | 1.7 | 0.65 | 0.85 |
| | | | 1.65-1.85 | 1.43-1.47 | 1.3-1.4 | 1.5-1.75 | | |



Figure 1

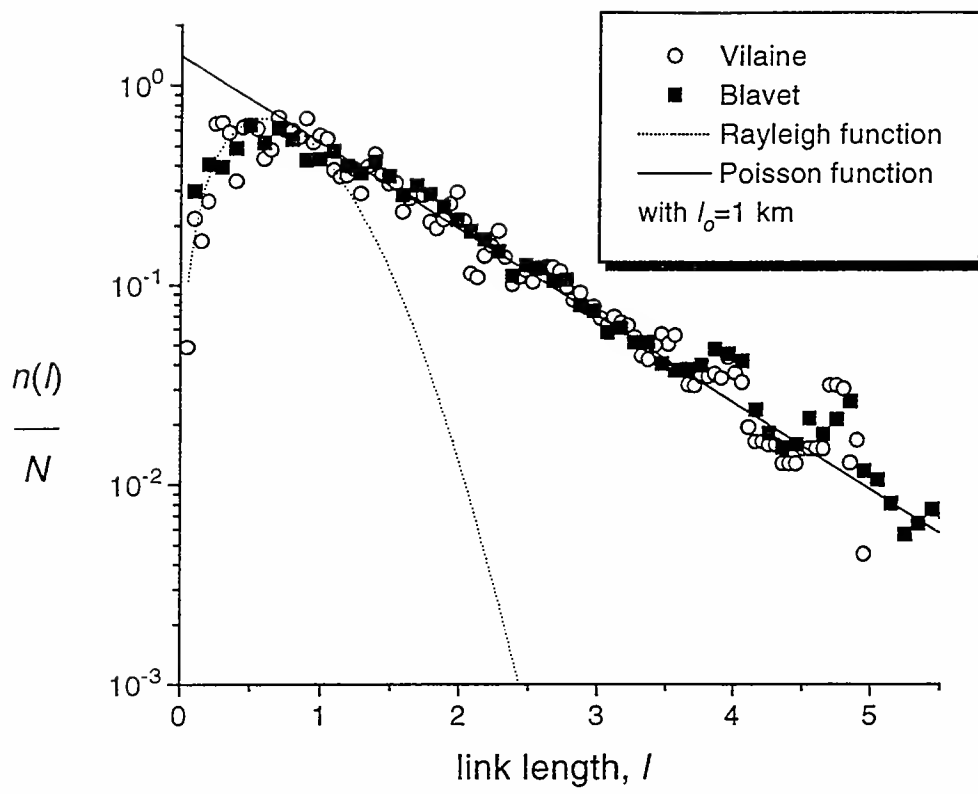


Figure 2

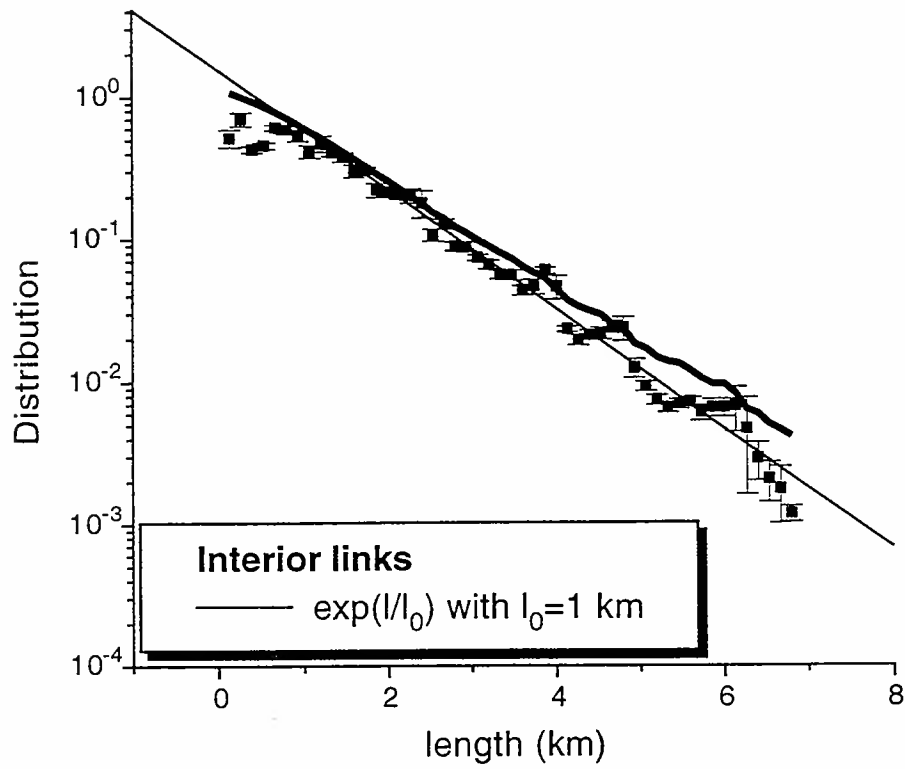
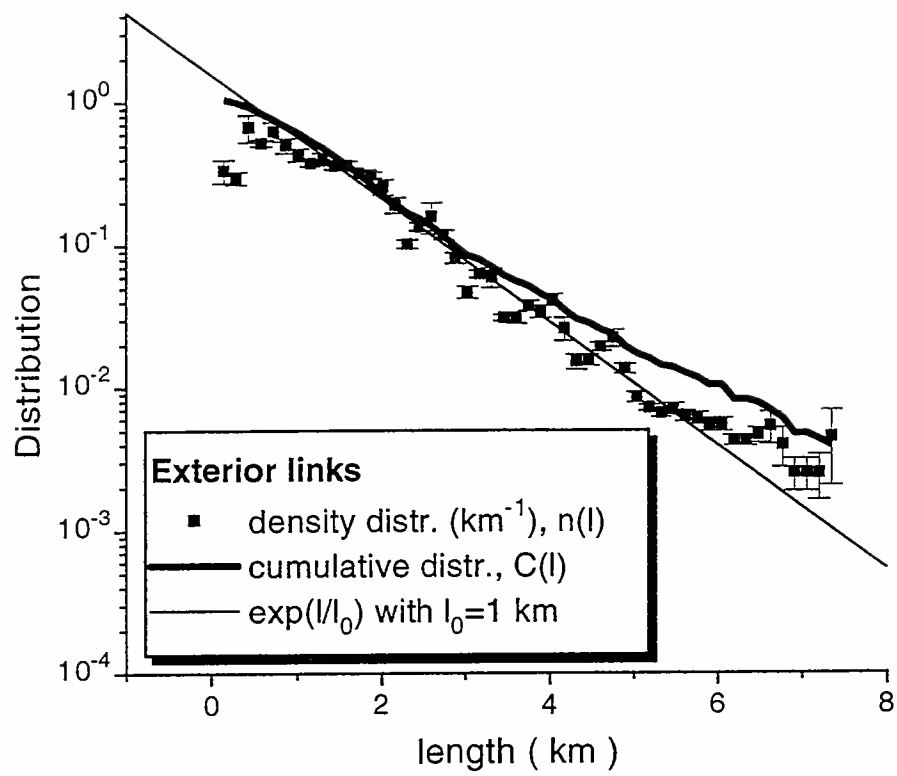


Figure 3

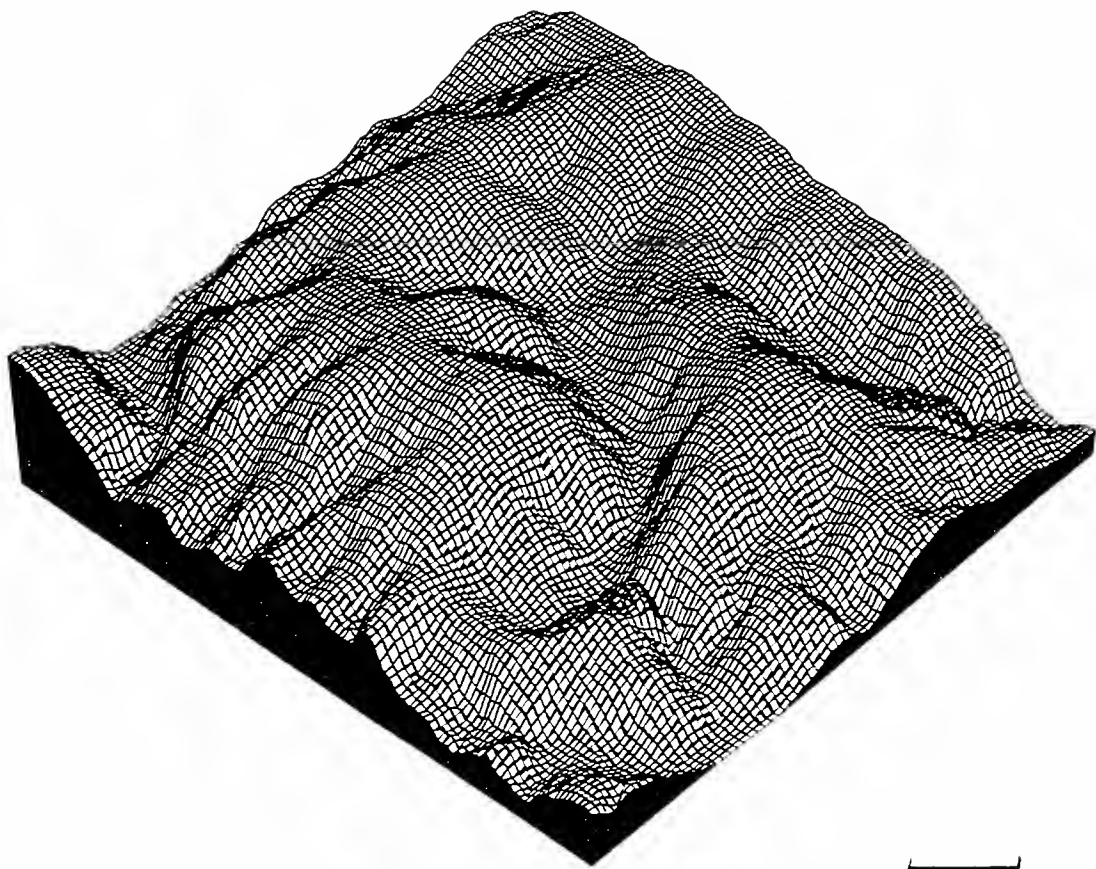


Figure 4

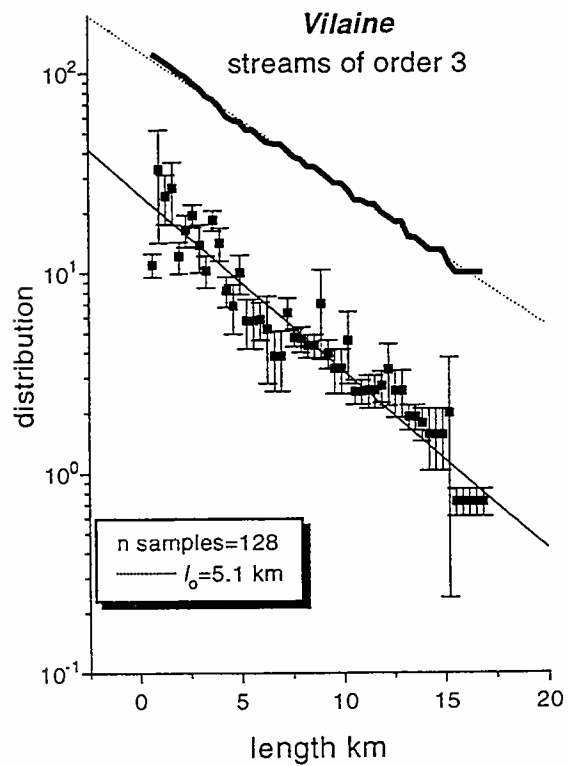
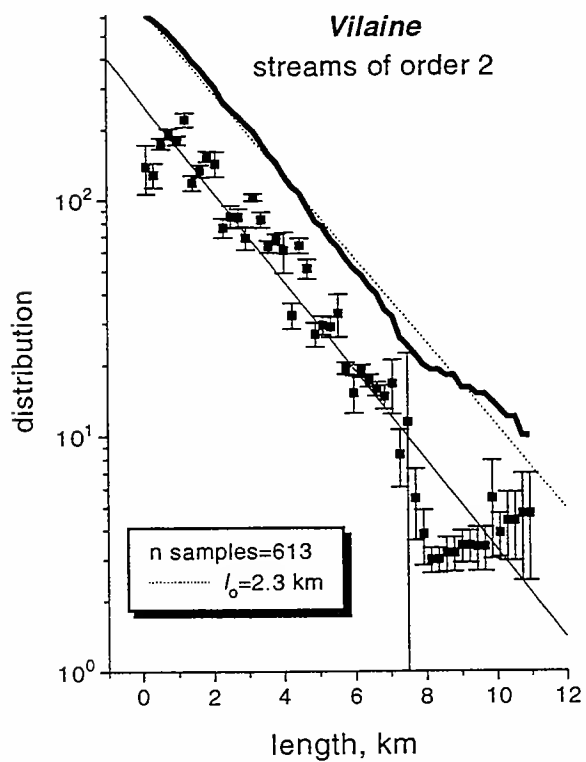
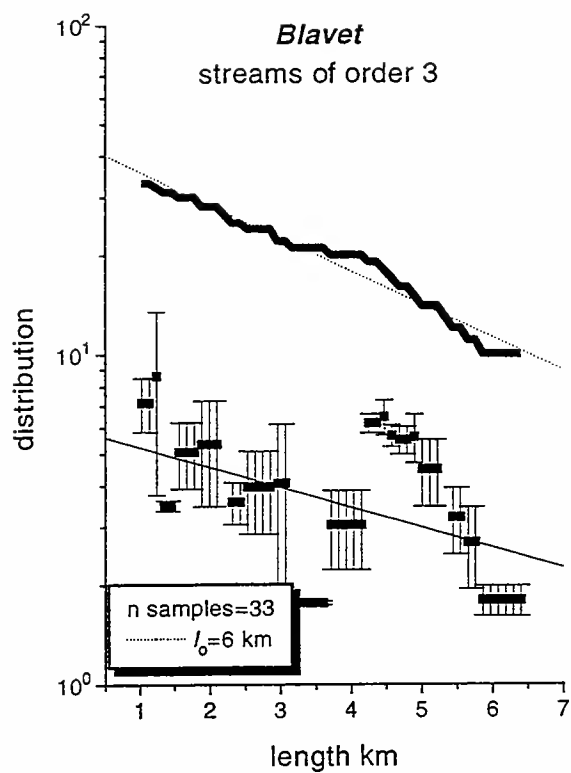
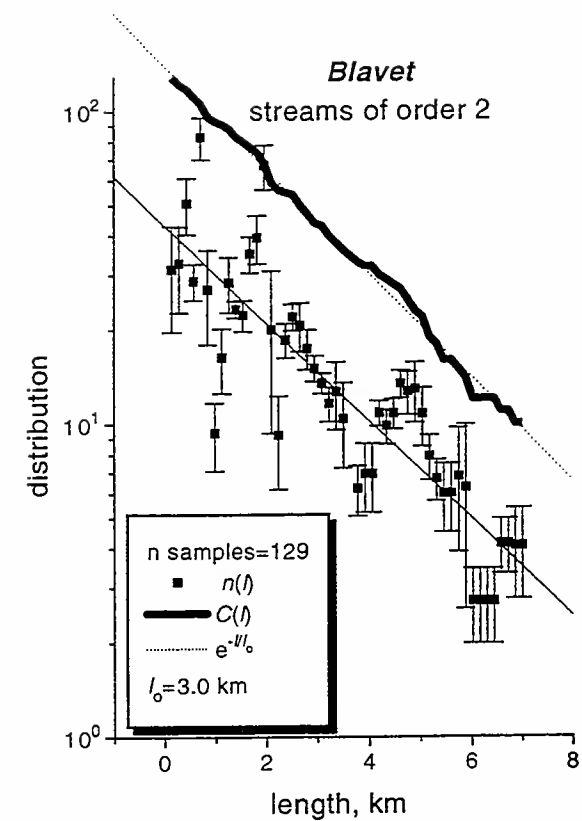


Figure 5

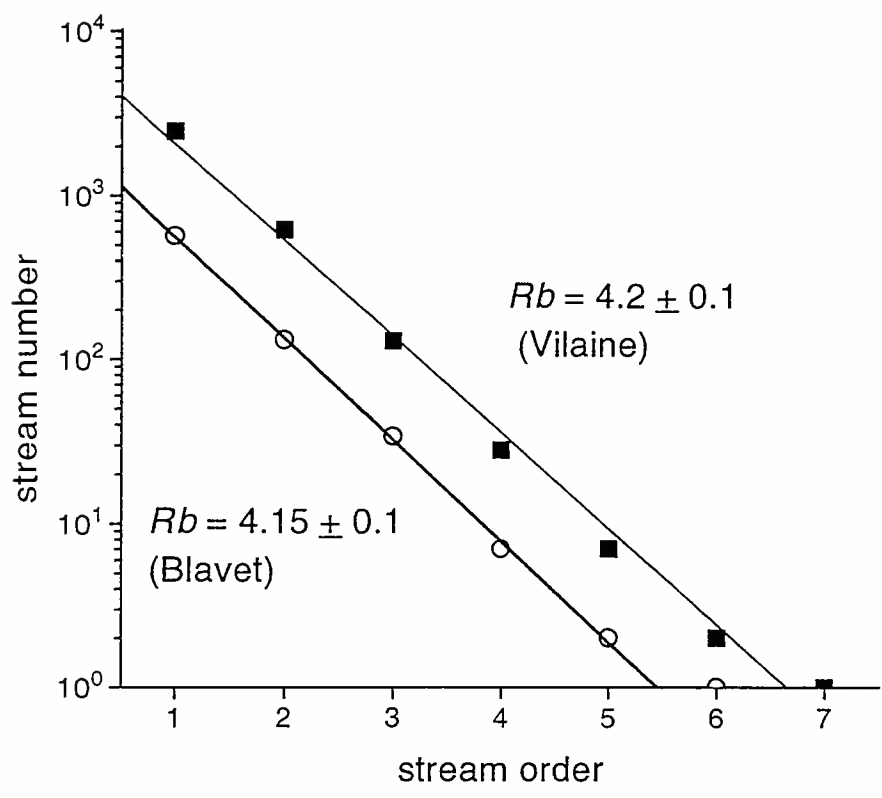
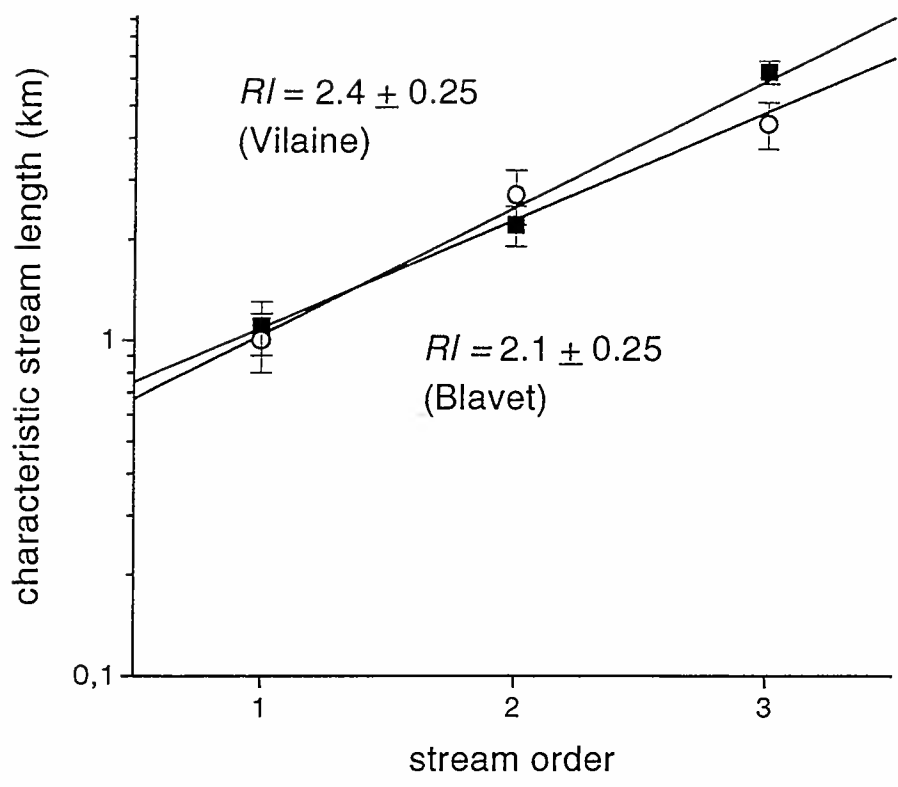


Figure 6

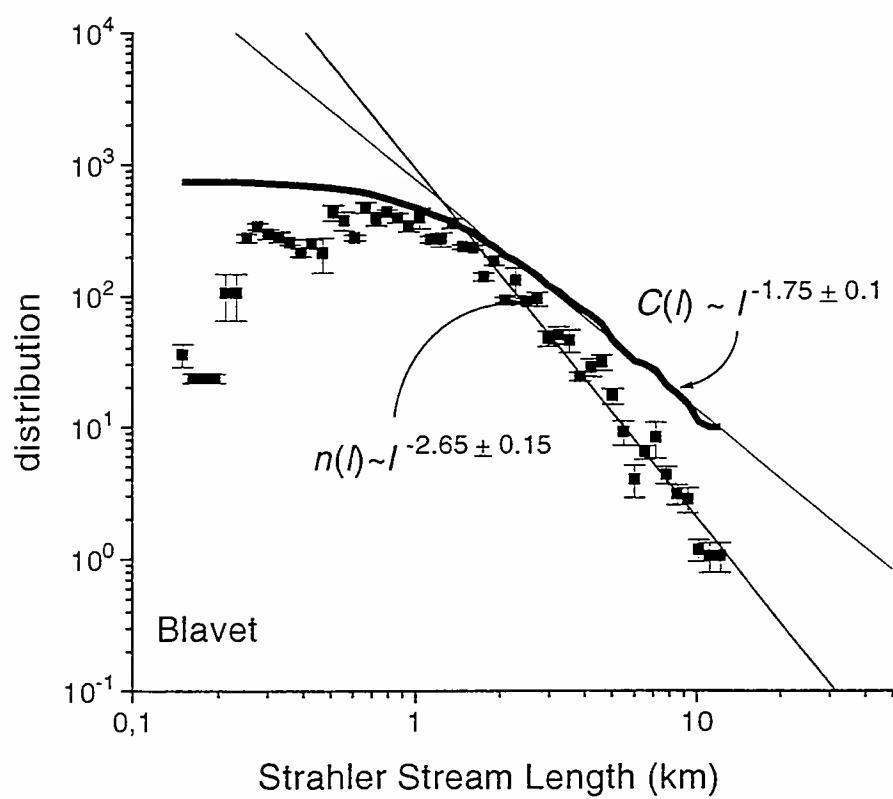
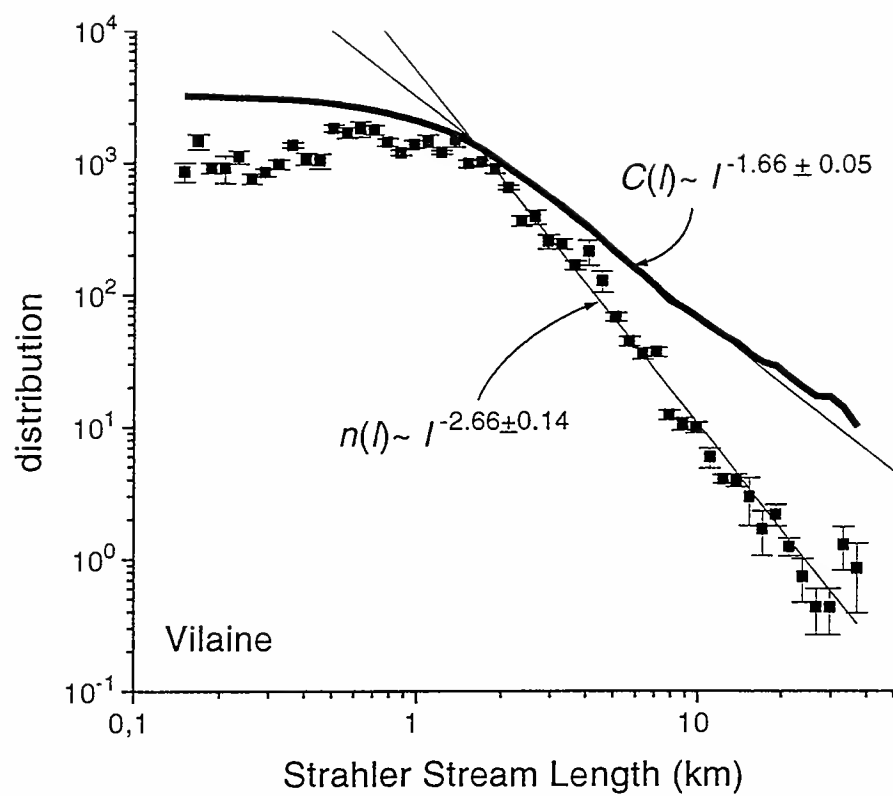


Figure 7

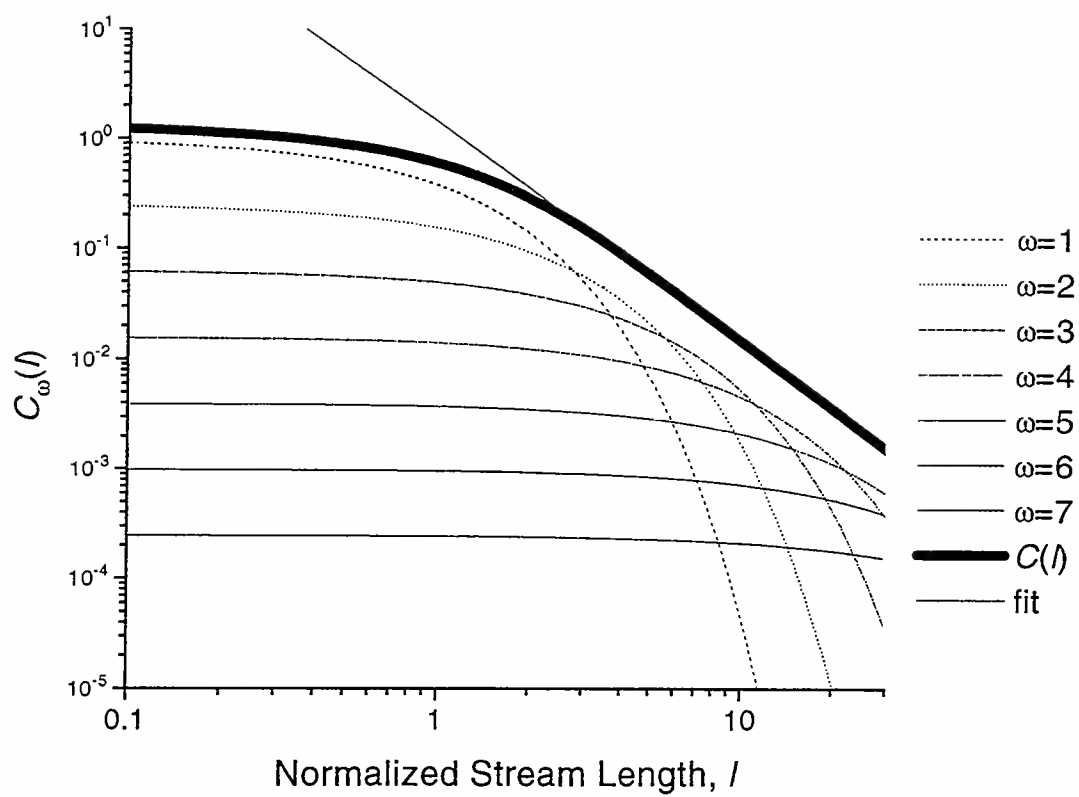


Figure 8

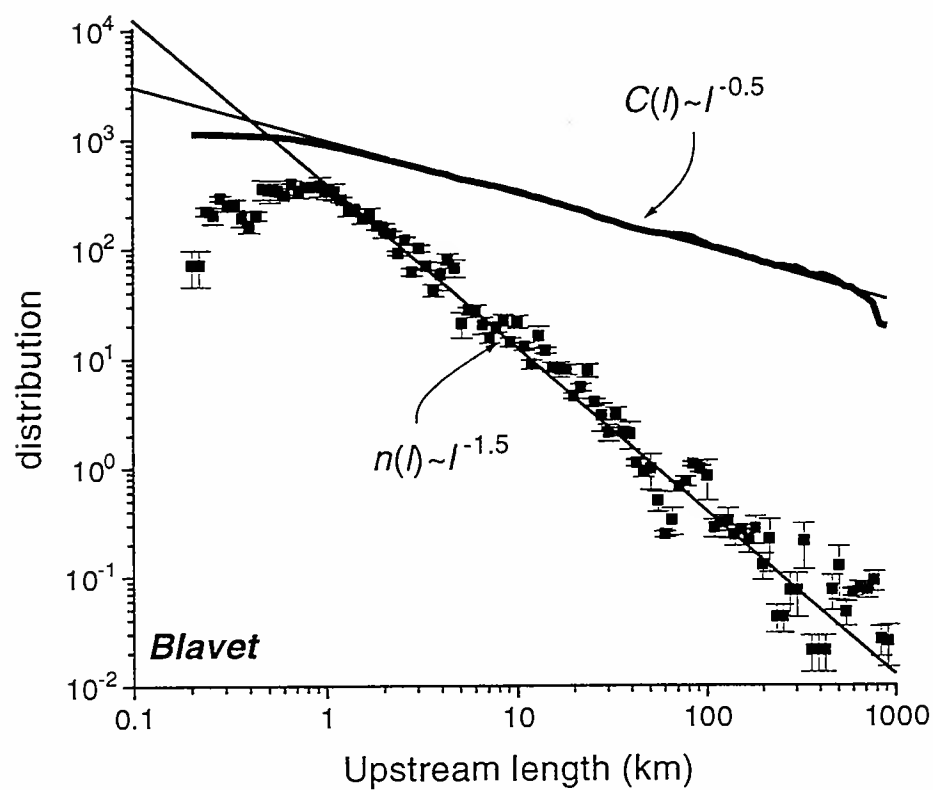
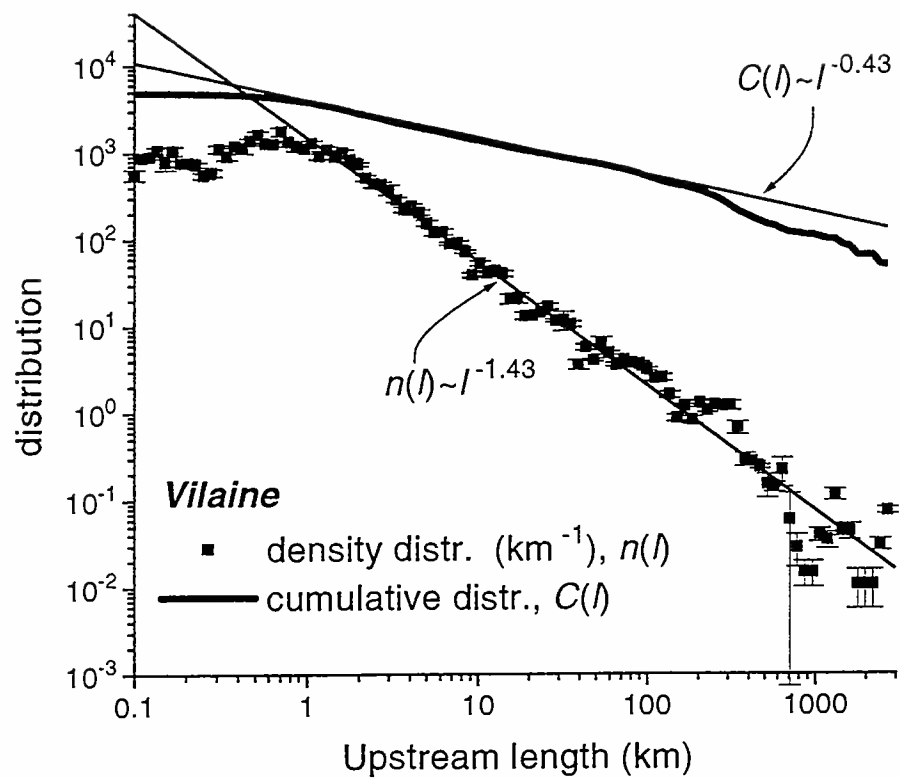


Figure 9

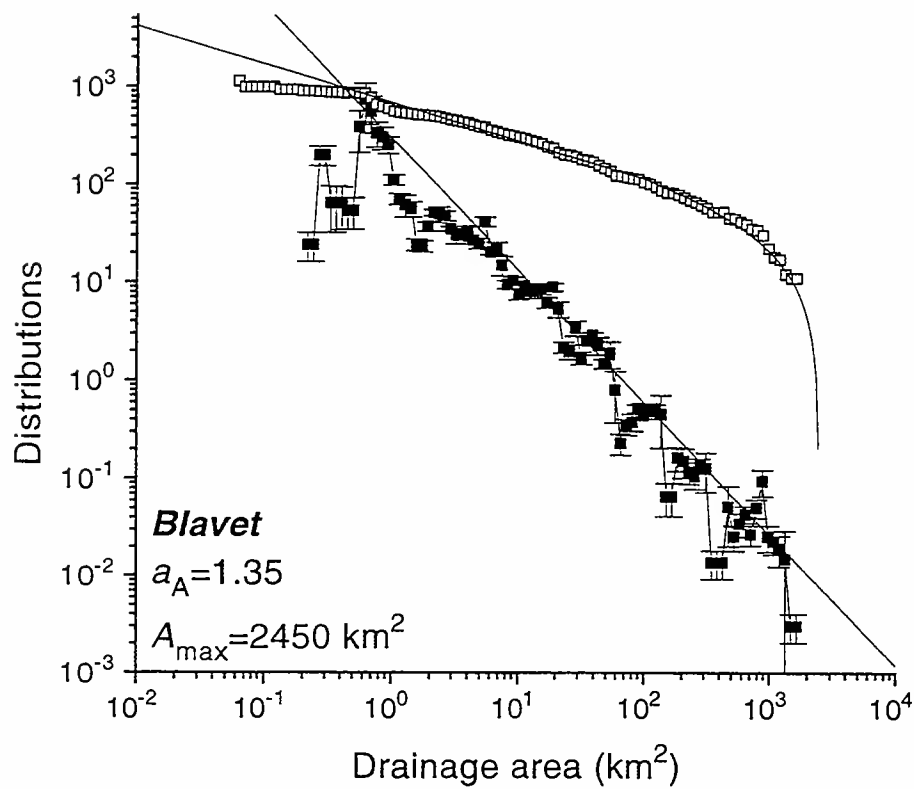
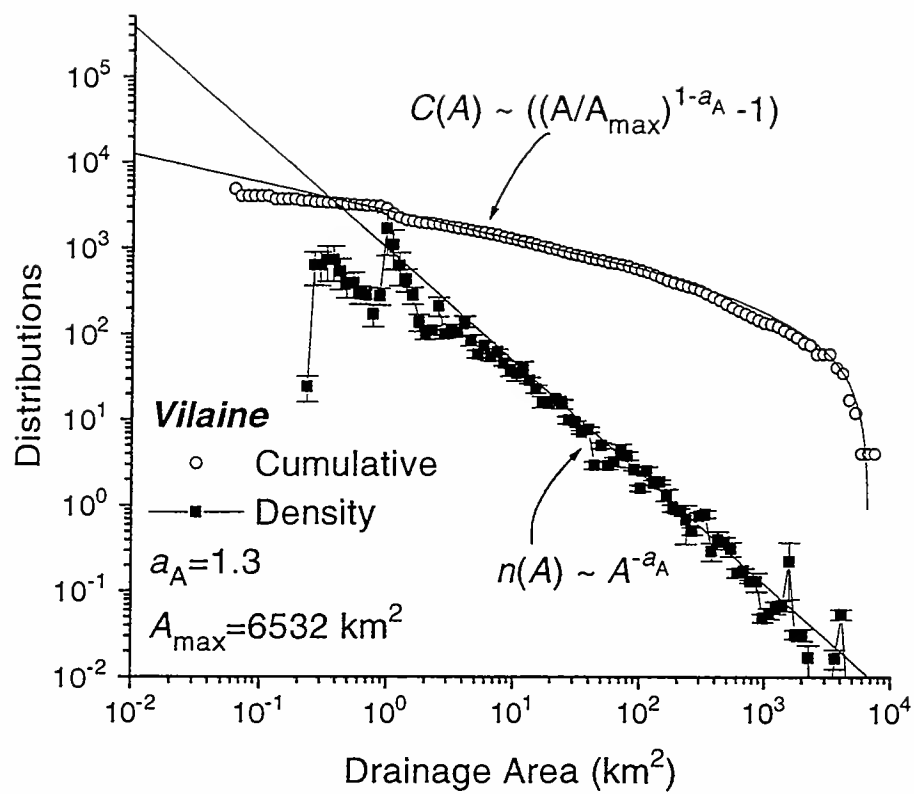


Figure 10

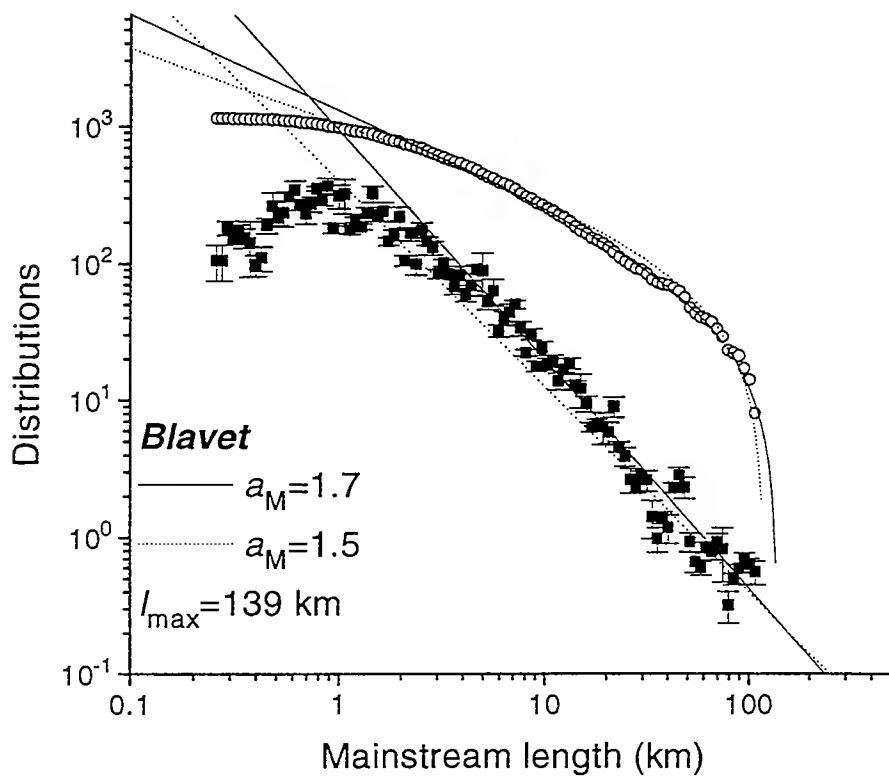
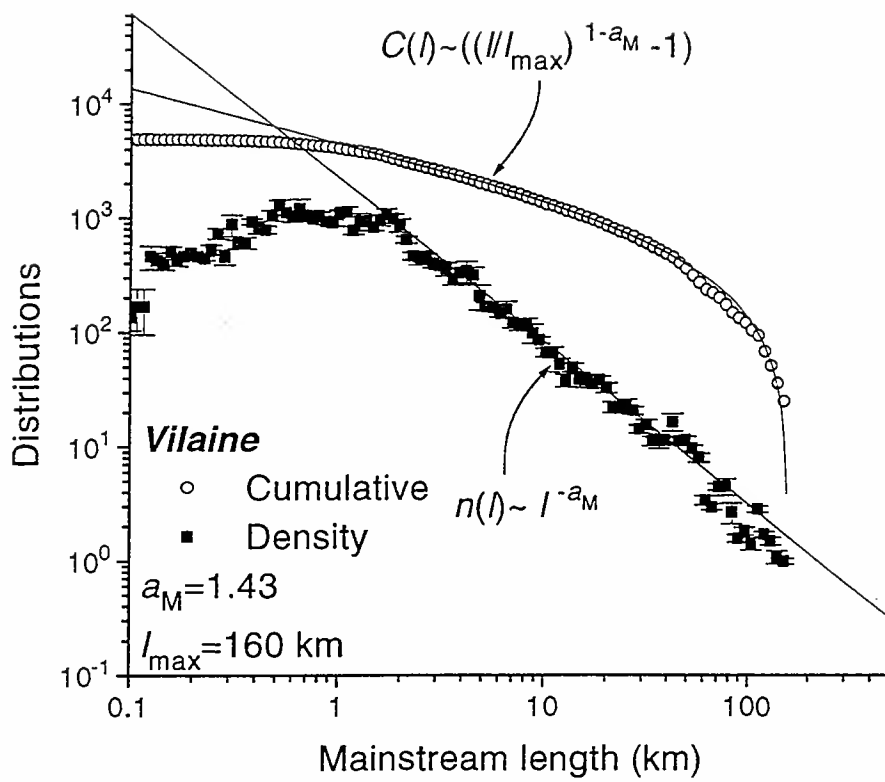


Figure 11

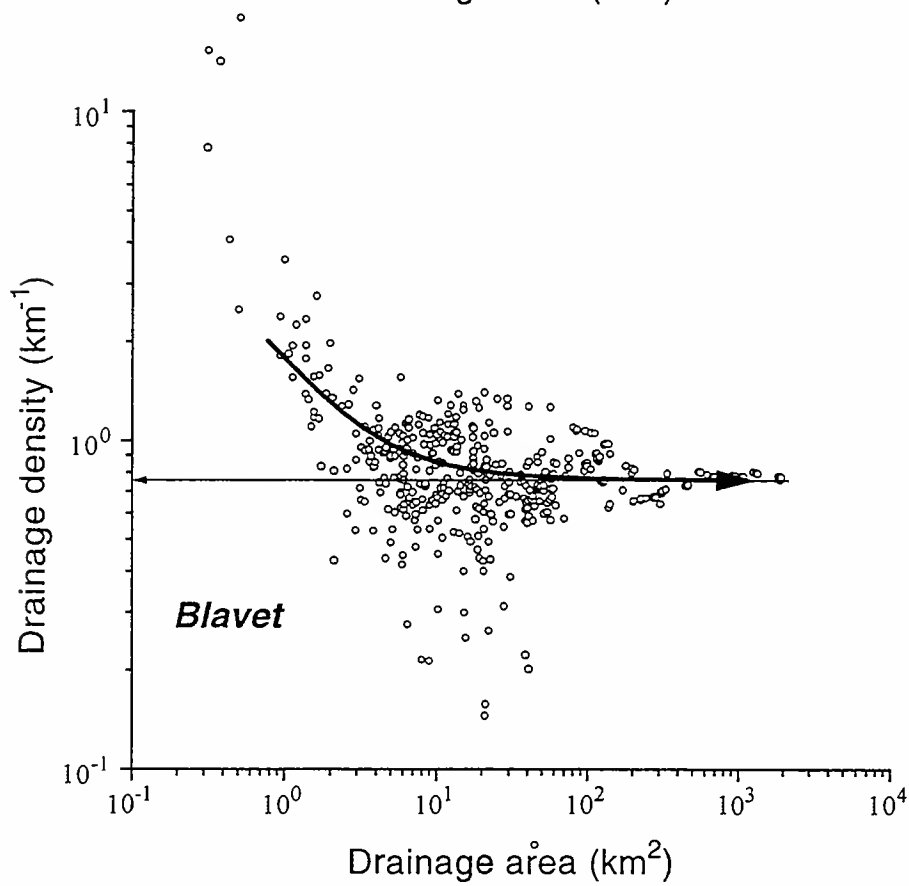
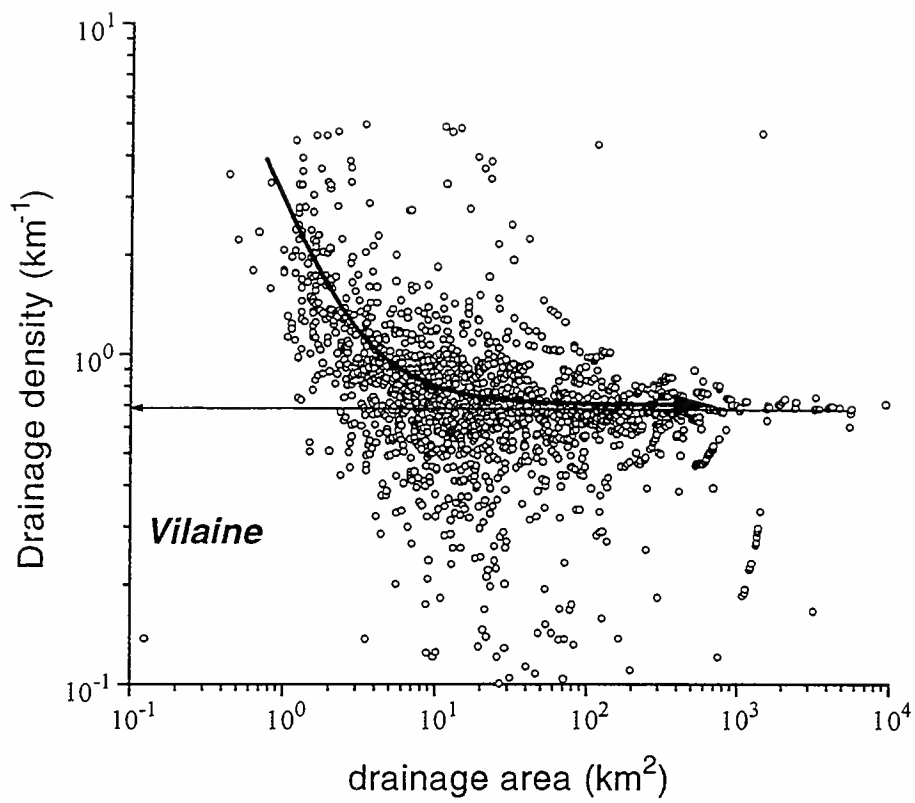


Figure 12

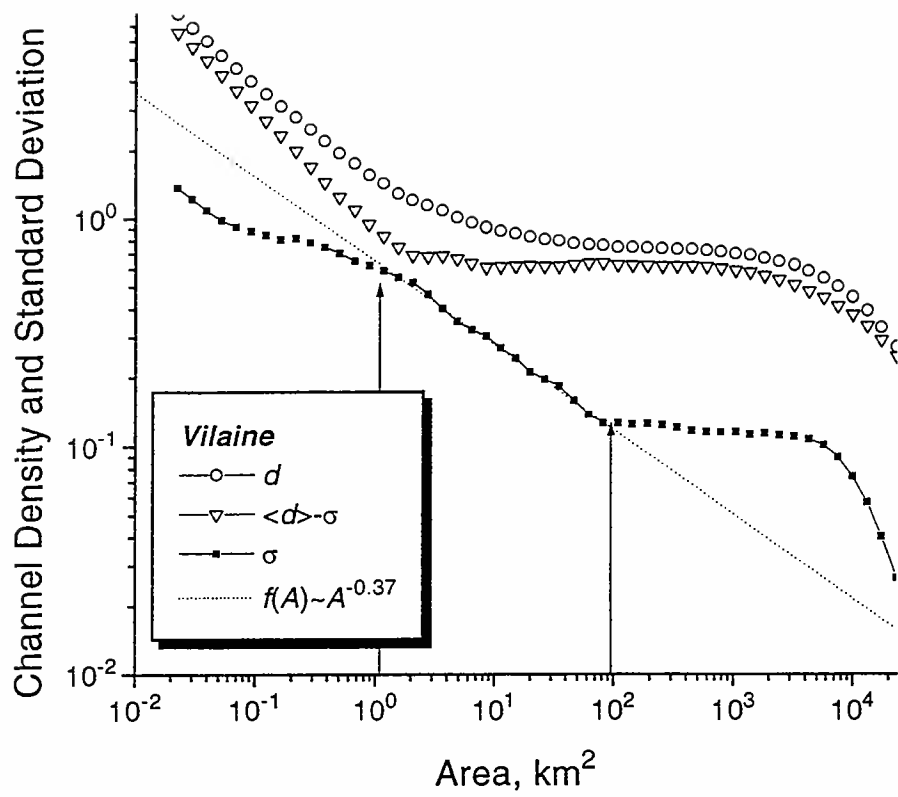


Figure 13

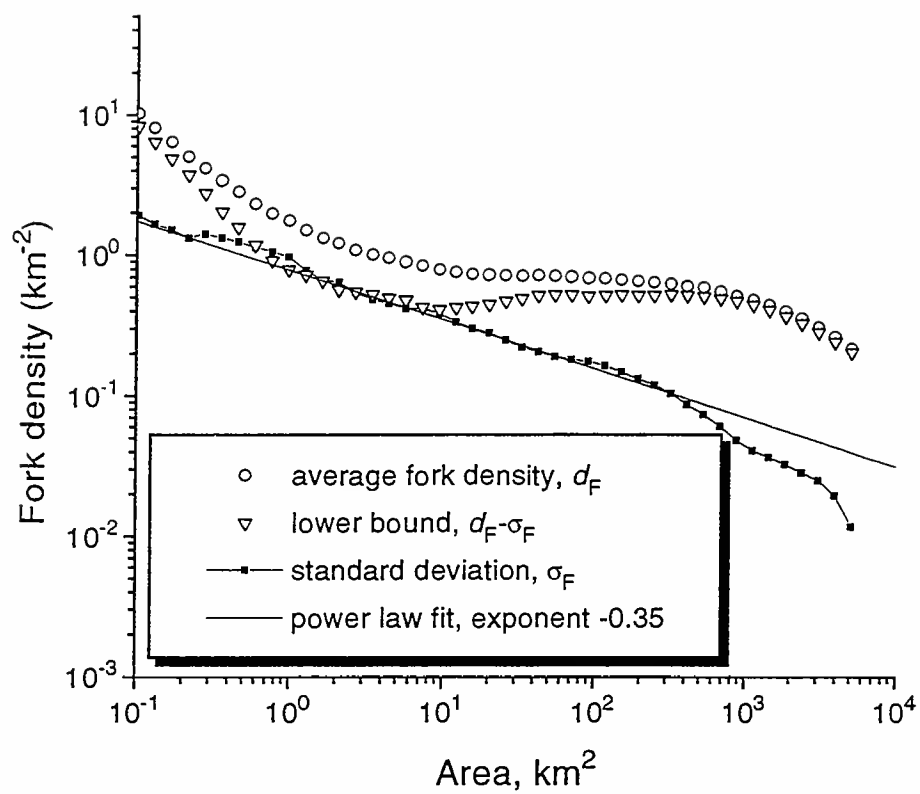


Figure 14

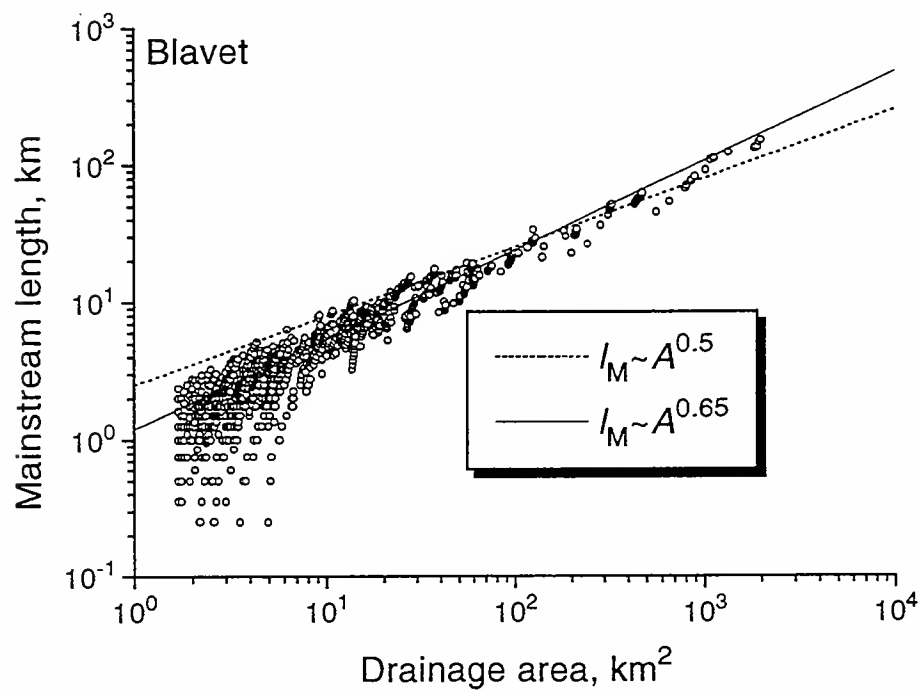
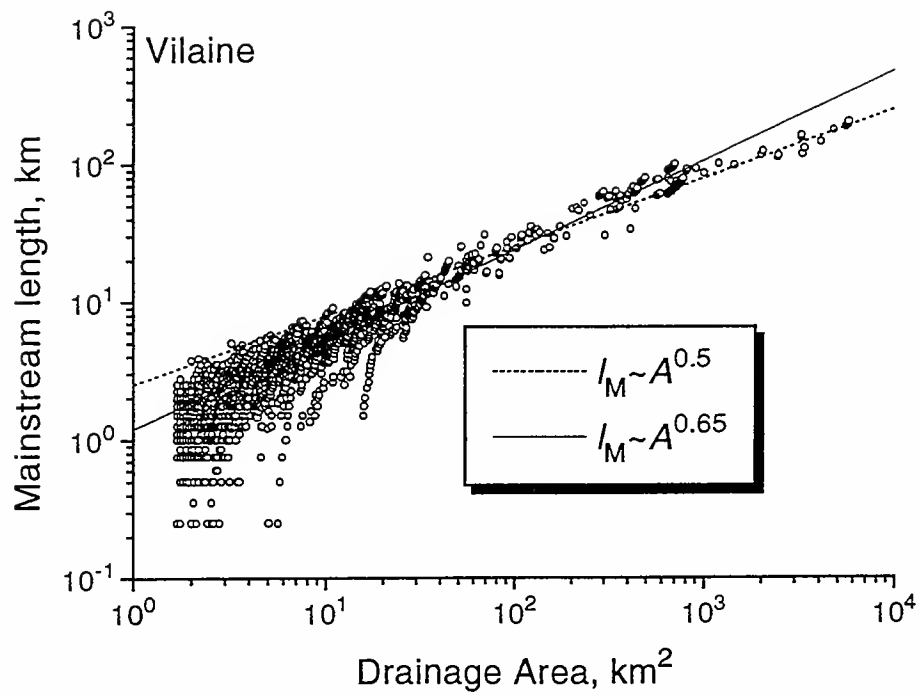


Figure 15

CHAP. 2: MODÈLES DE CROISSANCE DES RÉSEAUX HYDROGRAPHIQUES ET D'ÉVOLUTION DU RELIEF

1. Introduction

L'objet du chapitre 1 était de contraindre la dynamique des reliefs et des réseaux hydrographiques qui leur sont associés, par une analyse de cas de figures naturelles, afin de faire ressortir leurs caractéristiques spatiales propres. Cette analyse a l'inconvénient de faire implicitement référence à des échelles de temps et d'espace finies que sont la durée de vie et la taille du système étudié. Mais quand bien même l'étude d'objets réels aboutit à un schéma d'organisation, il est nécessaire d'une part, d'approfondir ce schéma en validant des hypothèses de mise en place des réseaux et de topographies à l'aide de modèles d'organisation, et d'autre part, d'utiliser ces derniers dans une démarche d'extrapolation du comportement des systèmes naturels sur des plages d'échelles de temps et d'espace plus étendues. Ceci est l'objet de ce chapitre.

Si l'analyse de la structure géométrique des réseaux hydrographiques et des propositions de modèles d'organisation furent développées dès les années 40, la validation et l'utilisation de ces résultats furent contraintes par le développement des moyens informatiques. L'avènement de puissance de calcul et de mémoires numériques conséquentes a permis entre autres, l'utilisation et l'exploitation de topographies numériques, et par là même un renouveau dans l'étude quantitative et la modélisation des structures géomorphologiques. Nous pouvons distinguer deux grands groupes de modèles géomorphologiques proposés dans la littérature :

- (i) les modèles de réseaux qui s'attachent à reproduire des arborescences structurées similaires aux réseaux naturels, à l'aide soit de critères d'organisation des connections (*modèles de configuration*), soit de règles de croissance dans un espace bi-dimensionnel (*modèles de croissance*),
- (ii) les modèles couplés réseau-topographie simulant la formation de reliefs et de réseaux hydrographiques basés sur une modélisation des processus d'érosion.

Le premier type de modèles nous permet de discuter les règles d'organisation observées dans le chapitre 1. Le deuxième type de modèles nous permet d'aborder la dynamique du système mécanique et le développement des instabilités les plus représentatives. Nous développerons, pour chacun de ces deux groupes, les modèles que nous estimons les plus représentatifs et nous proposerons en fin de chapitre un modèle d'érosion basé sur nos propres observations.

2. Les modèles de réseaux

L'évolution des réseaux hydrographiques suit selon certains auteurs (Glock, 1931; Howard, 1990) différentes phases que l'on peut grossièrement réduire à : une première phase d'extension et d'occupation de l'espace disponible, limitée à une densité maximum de drainage en relation avec les conditions locales (pluviométrie, végétation, géologie), puis une seconde phase de réorganisation du réseau (modification de la topologie des branchements) pendant laquelle le système tend vers une configuration d'équilibre.

Les modèles, présentés ci-dessous, diffèrent par l'importance donnée à la phase de croissance sur la configuration d'équilibre. Les premiers modèles (*modèles d'optimisation*) considèrent une croissance aléatoire et une topologie des branchements fortement modifiée pendant la phase de réorganisation. Les autres modèles considèrent que l'organisation est atteinte à la fin de la phase de croissance.

Les modèles suivants tentent, à partir de règles déterministes ou stochastiques, de retrouver les structures des réseaux hydrographiques, et proposent ainsi des principes d'organisation possibles.

2.1. Les modèles d'optimisation

Sous cet intitulé nous regroupons des modèles de construction de réseaux hydrographiques basés sur un principe d'optimisation. Ces modèles définissent un critère à minimiser et ajustent la structure du réseau tant que la configuration optimale n'est pas atteinte. Deux modèles à notre connaissance dominent dans ce groupe: le modèle d'Howard (1990) basé sur une minimalisation de la puissance par unité de longueur de cours d'eau, et le modèle de Rodriguez Iturbe et al. (1992ab) basé sur une minimalisation locale et globale de l'énergie dissipée.

2.1.1. Géomorphologie et thermodynamique

Un paysage peut être considéré comme un système ouvert soumis à l'action antagoniste de processus endogènes dus aux mouvements tectoniques, et des processus exogènes comme la pluie ou le vent. Les processus endogènes apportent de la matière aux systèmes (flux de matière > 0), au contraire des processus exogènes dont l'action tend à retirer de la matière au système (flux < 0). L'action simultanée de ces deux types de processus conduit-elle vers un état d'équilibre du système? La détermination des conditions d'équilibre, et l'influence de perturbations sur la stabilité des états d'équilibre, constitue l'enjeu principal de la compréhension de la dynamique des reliefs. Cette approche est très similaire à celle de la thermodynamique classique ou statistique. Il est donc assez naturel de tenter d'effectuer un rapprochement, voire une assimilation, entre les grandeurs thermodynamiques et géomorphologiques, et d'établir les mêmes lois de comportement.

L'analogie avec un système thermodynamique fut introduite par Leopold et Langbein (1962), en identifiant les variables géomorphologiques à des variables thermodynamiques. Ils proposèrent ainsi la correspondance suivante:

$$T \leftrightarrow h$$

$$dQ \leftrightarrow dM$$

où h , l'altitude par rapport à un niveau de base donné, joue le rôle d'une température thermodynamique, et dM , la variation de quantité de masse, est analogue à dQ , la variation de quantité de chaleur. Nous pouvons dès lors définir l'entropie S d'un système thermodynamique ou d'un relief comme:

$$dS = dQ/T \leftrightarrow dM/h.$$

L'intérêt de l'analogie thermodynamique est de définir l'état d'équilibre du système à partir des principes de la thermodynamique dont le deuxième est que le taux de production d'entropie est minimal à l'équilibre.

L'application de ces principes thermodynamiques généraux permet ainsi de retrouver le profil en long caractéristique des rivières ($h \sim e^{-cx}$, avec x la distance par rapport à la ligne de crête et c une constante), et donne ainsi une certaine crédibilité à cette approche (Scheidegger et Langbein, 1966; Scheidegger, 1967). Une autre approche, très similaire à la précédente, consistera à minimiser l'énergie dissipée, afin de trouver l'état du système le plus stable. L'effort de modélisation portera dans ce cas non pas sur la détermination de l'entropie, mais plutôt sur l'expression de l'énergie dissipée par les processus d'érosion.

2.1.2. Modèle d'optimisation des angles de confluence (1990)

D'après Howard quatre processus importants modifient l'aire drainée des bassins versants:

- (1) le développement de nouveaux biefs par une croissance des ordres 1,
- (2) la variation de l'aire drainée par une migration des lignes de crête,
- (3) les processus de capture,
- (4) les migrations de vallées et les réajustements d'angles de confluence.

Si le processus (1) intervient très tôt dans l'élaboration des réseaux hydrographiques, les processus (2) (3) et (4) opèrent de façon beaucoup plus lente. Les corrélations observées sur des réseaux hydrographiques entre les angles de jonction des biefs avec le débit Q et la pente, laissent suggérer l'existence d'une configuration optimale des écoulements au niveau des confluences. Une érosion différentielle des berges engendrerait une migration des vallées et par la-même une évolution des angles initiaux de

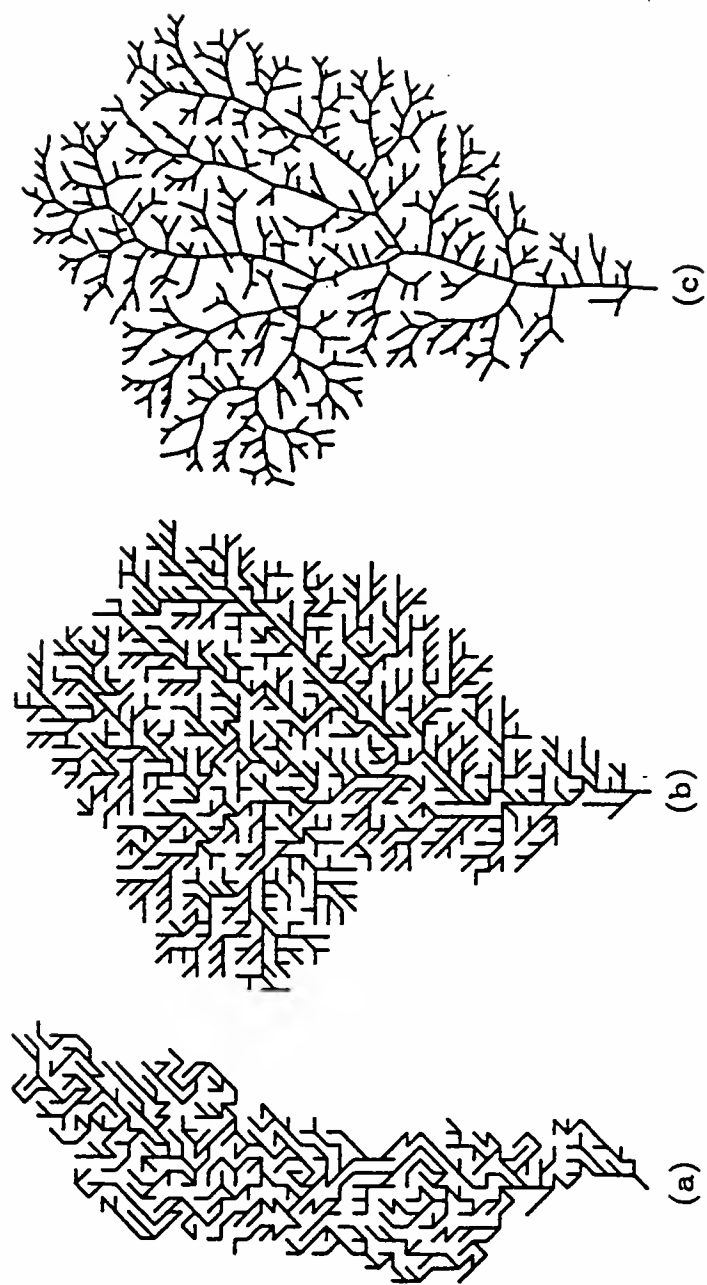


Figure II.1 : Evolution de l'arborescence d'un réseau hydrographique théorique à trois stades d'optimisation. (a) partie d'un réseau développé après une croissance aléatoire sur une matrice de points (100 x 100) ; (b) réseau développé après l'application d'un modèle de capture des biefs entre eux (Howard, 1971); (c) réseau développé après une modification des angles de connection un critère de puissance minimale dissipée (d'après Howard, 1990)

confluences vers une configuration plus optimale. Le modèle d'Howard s'appuie sur l'idée que le taux de travail des écoulements Ω , au niveau de chaque confluence, doit être minimal.

$$\Omega = \sum_{i=1}^3 C_i L_i$$

avec i le nombre de biefs, C_i la puissance par unité de longueur de bief, L_i la longueur du bief i . En posant:

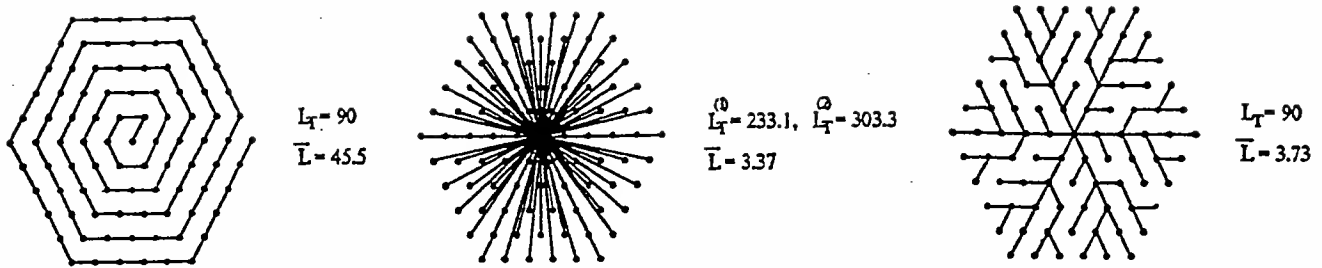
$$C_i = \rho g Q_i S_i$$

et

$$S_i = K Q_i^z = K (\alpha L_i)^z$$

avec S_i est la pente moyenne du bief i , ρ la densité du fluide, K est une constante, α le taux d'apport en eau des berges (supposé constant sur l'ensemble du réseau), Ω ne dépend plus que de deux variables à savoir la longueur des biefs et le paramètre z . La structure optimale est obtenue par un calcul itératif des valeurs de Ω . A chaque pas du calcul le réseau est réactualisé par un déplacement des confluences d'une quantité proportionnelle à la longueur moyenne des biefs et dans le sens opposé à $\vec{\nabla} \Omega$. L'application de ce modèle à un réseau théorique obtenu par une procédure de croissance aléatoire, permet d'obtenir un réseau d'aspect plus réaliste (Fig II 1). Notons cependant que l'aspect du réseau final dépend fortement de z : lorsque $z \rightarrow 0$ le réseau présente des directions de drainage plus alignées avec des angles de confluence plus faibles. Les réseaux résultats présentent cependant les caractéristiques topologiques et géométriques des réseaux naturels.

L'une des faiblesses de ce modèle, comme le reconnaît son auteur, est d'attribuer une valeur constante au paramètre z sur l'ensemble du réseau et du calcul d'optimisation. L'expression de la pente en fonction du débit devrait en effet dépendre de l'échelle du bassin versant étudié et évoluer au cours de la migration des vallées. Le modèle peut donc être optimisé en changeant la valeur de z suivant la valeur de l'aire drainée amont. Mais quand bien même l'optimisation de ce modèle soit réalisable, il reste à trouver d'autres critères de validation permettant de faire ressortir l'efficacité de l'optimisation. Le modèle initial vérifie en effet déjà les critères de validation couramment utilisés.



L_T is the total length of the paths, and \bar{L} is the average length of the path from a point to the outlet. In the explosion case, $L_T^{(2)}$ refers to the case when there is a minimum displacement among the points so that there is a different path between each point and the outlet.

Figure II 2 : 3 types de schémas de connections possibles. Si l'énergie dissipée par le système est proportionnelle à la longueur du chemin de connexion, le type arborescent est la structure qui dissipe à la fois localement et globalement le moins d'énergie. (d'après Stevens, 1974)

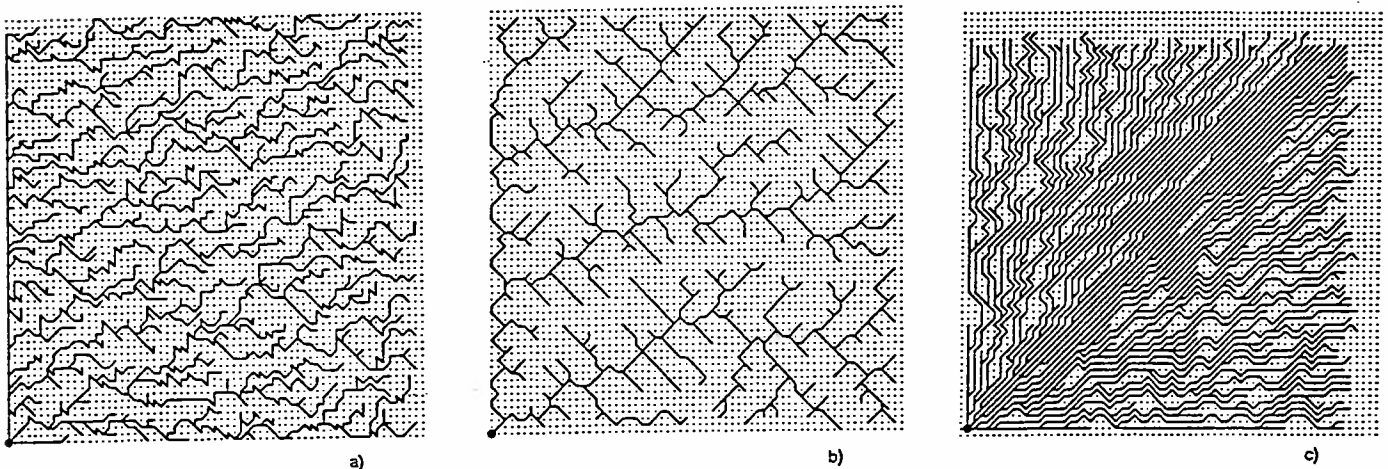


Figure II 3 : Optimal Channel Network (OCN) obtenus à partir d'une configuration aléatoire a). L'aire drainée critique nécessaire à la formation d'un bief est dans cet exemple égale à 4 pixels.

Critère d'optimisation:
$$\sum_i P_i = \chi \sum_i Q_i^\eta L_i.$$

Le réseau b) correspond au cas $h=0.5$, le cas c) à $h=1$. (d'après Rigon et al, 1993).

2.1.3. Modèle des “réseaux optimisés” ou “Optimal Channel Networks” (OCN) (1992)

Le réseau hydrographique est ici considéré comme un système dissipatif qui d’après les lois thermodynamiques doit tendre vers un état où l’énergie dissipée est minimale. Si l’on suppose que l’énergie dissipée P dans un bief dépend linéairement de sa longueur, on démontre que le système arborescent est celui qui dissipe localement et globalement le moins d’énergie (Stevens, 1974; Fig. II 2).

Inspirés par ce principe, Rodriguez Iturbe et al. (1992a) ont construit un modèle basé sur trois postulats:

- (1) le taux d’énergie dissipée par chaque bief doit être minimal;
- (2) le taux d’énergie dissipée par unité d’aire est constant sur toute la surface du bassin versant;
- (3) le taux d’énergie dissipée totale du système doit être minimale.

L’application des deux premiers postulats conduit à un système de drainage arborescent simple, où la vitesse d’écoulement est constante sur tout le réseau hydrographique. L’énergie dissipée peut alors s’exprimer en fonction du débit moyen annuel Q_i et de la longueur L_i de chaque bief: $P_i = kQ_i^{0.5}L_i$. La condition de minimisation imposée par le troisième postulat peut alors s’écrire:

$$E = \sum_i P_i = \sum_i kQ_i^{0.5}L_i$$

Le débit Q_i sera par la suite assimilé à l’aire drainée A_i dans les calculs. La simulation proprement dite consiste à chaque pas d’itération, à choisir un lien au hasard, à changer son orientation, et à retenir pour l’itération suivante la configuration pour laquelle E prend la plus faible valeur. L’expression de l’énergie E est similaire à celle définie dans le modèle d’Howard. Les deux modèles se distinguent essentiellement par l’application d’une règle de minimalisation de l’énergie dissipée sur des échelles d’espace différentes.

Les réseaux théoriques obtenus vérifient l’ensemble des critères topologiques et géométriques des réseaux naturels (Fig. II 3 ; Rinaldo et al., 1992; Rigon et al., 1993). L’expression de l’énergie dissipée E reste néanmoins l’un des points sensibles du modèle. L’utilisation d’une expression plus générale: $E = \sum_i kA_i^n L_i$, montre que les propriétés topologiques des réseaux résultats sont préservées si $0 < n < 1$ (Rinaldo et al., 1992). Il serait par conséquent, comme dans le modèle précédent, intéressant d’étudier l’effet d’une modification de l’hypothèse simplificatrice à l’origine de l’expression $E = \sum_i kQ_i^{0.5}L_i$, et selon laquelle la vitesse des écoulements est supposée constante sur tout le réseau hydrographique.

Les OCN ont la particularité:

- (i) de ne pas dépendre des conditions initiales,
- (ii) d'aboutir à des résultats semblables lorsque le système est soumis à des perturbations;
- (iii) de présenter une distribution des aires drainées suivant une loi de puissance ($n(A) = A^{0,4 \pm 0,1}$) caractéristique des systèmes d'agrégation décrits par Takayasu et al. (1988) et observée sur des cas naturels (chapitre 1).

Ces trois propriétés des OCN démontrent selon les auteurs de ce modèle, qu'un principe de minimisation de l'énergie dissipée appliqué à la fois à une échelle locale et globale peut engendrer des systèmes dissipatifs tendant naturellement vers un état critique (Rinaldo et al., 1992). L'état critique d'organisation correspond à une répartition des aires drainées suivant une loi de puissance sans longueur caractéristique. Autrement dit, le système s'organise de lui-même, quel que soit l'état initial et quelles que soient les perturbations auxquelles il est soumis, vers une configuration géométrique telle que la distribution des aires drainées suit une loi de puissance avec une puissance égale à $0,4 \pm 0,1$. Cet état critique n'est pas synonyme d'état d'équilibre, mais simplement d'une configuration type vers laquelle le système tend et conserve au cours de son évolution. D'après Rinaldo et al. (1992) cette dynamique d'évolution serait à l'origine des propriétés fractales des réseaux hydrographiques, ces dernières représenteraient en fait les principaux indices en faveur de ce modèle.

Poursuivant ce raisonnement Rinaldo et al. (1993) et Rigon et al. (1994) proposent un modèle d'érosion inspiré de la dynamique particulière des tas de sable. Un tas de sable est en effet l'exemple type de système auto-organisé tendant vers un état critique (Bak et al. 1987, 1988; Christensen et al., 1992). A partir d'une configuration d'altitude et d'un réseau de drainage initiaux, on calcule en chaque point de la topographie la contrainte locale cisailante τ_i engendrée par un écoulement de surface de débit local Q_i :

$$\tau_i = \rho g Q_i^{0,5} \Delta z = \rho g A_i^{0,5} \Delta z$$

avec ρ est la densité de l'eau, g l'accélération liée à la gravité, Δz la différence d'altitude suivant la ligne de plus grande pente. Le principe est de considérer une contrainte cisailante seuil τ_c au-delà de laquelle le système est localement instable (déclenchement d'une avalanche). A chaque pas d'itération, le pixel présentant une différence ($\tau_i - \tau_c$) maximale voit son altitude diminuée de manière à imposer $\tau_i = \tau_c$. La matière érodée est retirée du système sans sédimentation. Le réseau de drainage est alors recalculé pour établir la nouvelle grille de contraintes τ_i . On répète cette procédure tant qu'il existe un point tel que $\tau_i > \tau_c$. Le système évolue ainsi vers un état "critique". Puis on introduit une perturbation en modifiant l'altitude d'un point choisi au hasard. Cette perturbation induit une nouvelle configuration du réseau de drainage et une nouvelle grille des

contraintes ce qui engendre une nouvelle phase d'avalanches en cascade. On perturbe ainsi le système tant que la perturbation produit une modification du réseau de drainage. Le réseau de drainage résultat vérifie les propriétés topologiques et géométriques des réseaux hydrographiques, et valide cette approche selon les auteurs de ce modèle.

Les modèles d'optimisation ont le mérite de montrer qu'une approche thermodynamique conduit à des réseaux réalistes. Cependant, l'hypothèse selon laquelle les réseaux hydrographiques évoluent d'un état initial vers une configuration optimale, génèrent des systèmes insensibles aux conditions initiales et très stables vis à vis d'éventuelles perturbations. Ces propriétés, contradictoires avec les résultats obtenus par des simulations analogiques (Schumm et al., 1987), représentent un des points faibles de ces modèles. La condition de minimalisation de l'énergie dissipée apparaît donc comme une contrainte trop forte dans l'évolution d'une topographie.

2.1.4. Modèle topologique aléatoire (1966)

Les modèles aléatoires, à travers une vision stochastique des processus, constituent un pôle important dans l'ensemble des modèles de construction de réseaux hydrographiques. Le terme aléatoire peut être ici perçu sous deux angles différents:

- (i) les processus étudiés comportent une composante aléatoire intrinsèque qui les rendent imprévisibles à plus ou moins long terme;
- (ii) la complexité ou le nombre des processus impliqués ne permet pas à l'observateur, avec les moyens matériels dont il dispose, de saisir tout le déterminisme du système.

Partant de la simple constatation que le nombre de sources n d'un réseau hydrographique fixe le nombre de confluences ($n-1$) et le nombre de liens entre deux confluences ($2n-1$), Shreve (1966) émet l'hypothèse que des réseaux de même magnitude (même nombre de sources) sont d'égale complexité avec une probabilité identique d'exister. Dans le modèle de Shreve, tout réseau naturel peut être considéré comme l'une des réalisations possibles d'une population de réseaux de topologie aléatoire (le terme topologie fait ici référence au schéma de connexions utilisé pour relier les confluences entre elles, la distance entre deux confluences est supposée constante). Une telle population regroupe tous les réseaux de même magnitude et définit un ensemble de réseaux topologiquement distincts (Topologically Distinct Channel Networks: TDCN ; Fig. II 4). Le nombre de TDCN de magnitude n au sein d'une même population est obtenu par la formule:

$$W(n) = \frac{1}{2n-1} C_{2n-1}^n \quad \text{où } C_{2n-1}^n = \frac{(2n-1)!}{n! (n-1)!}$$

Par une analyse combinatoire des populations de TDCN, Shreve (1966) démontre que la configuration la plus probable vérifie les lois de Horton ($R_b=4$, $R_l=2$).

Ce modèle sera par la suite généralisé (Shreve, 1967, 1969, 1975; Smart, 1968; Smart et Werner, 1976) par deux postulats: (i) en l'absence de contraintes d'environnement les réseaux hydrographiques ont une topologie aléatoire; (ii) les biefs intérieurs et extérieurs et les aires drainées qui leur sont associées ont des distributions statistiques indépendantes, qui ne dépendent pas de leur localisation au sein du réseau.

Le modèle de Shreve est l'un des modèles qui concordent le mieux avec les observations. Les résultats statistiques obtenus sur l'analyse de la Vilaine et du Blavet confirment l'hypothèse d'une configuration topologique et géométrique aléatoire (distribution exponentielle des longueurs de biefs intérieurs et extérieurs).

Ce modèle n'est pas à proprement parlé un modèle d'optimisation car il présuppose l'absence de déterminisme dans la construction du réseau. Cette hypothèse, quoique très insatisfaisante sur le plan de l'analyse des processus, met néanmoins en évidence de façon théorique l'éventualité d'une croissance aléatoire des réseaux hydrographiques.

2.2. Les modèles de croissance

La deuxième grande catégorie de modèle part implicitement de l'hypothèse que la phase de croissance des réseaux fixe la topologie des structures hydrographiques. Il existe un certain nombre de modèles qui, à partir de cette hypothèse, proposent des règles d'extension des arborescences hydrographiques indépendamment des processus d'érosion, avec deux approches complémentaires :

- (i) l'extrapolation d'observations effectuées sur des petits bassins versants ($< 1 \text{ km}^2$), ou des modèles réduits analytiques, aux échelles supérieures,
- (ii) l'analogie avec des processus de croissance de structures similaires observés pour des systèmes de nature différente.

L'étude de la croissance de réseaux de taille restreinte conduit à des modèles déterministes très qualitatifs présentant un développement en étapes distinctes. Difficiles à transcrire sous forme numérique, ces modèles ont néanmoins le mérite de décrire en quelques traits principaux le développement de réseaux expérimentaux, et trouvent à ce titre leur place dans ce chapitre. L'assimilation des réseaux hydrographiques à des systèmes d'agrégation, oriente la recherche de modèle de croissance vers des modèles d'agrégation de molécules. Nous présenterons dans ce texte deux modèles d'agrégation qui permettent de reproduire des arborescences satisfaisant aux critères de validation courants, à savoir l'invasion percolation et l'agrégation limitée par la diffusion.

2.2.1. Les modèles déterministes

2.2.1.1. Modèle de Horton (1945)

Le modèle conceptuel de croissance de Horton s'attache à décrire l'extension des réseaux hydrographique dans le contexte particulier d'une surface uniforme soumise à un ruissellement généralisé. Horton suggère qu'au-delà d'une certaine distance critique x_c , des rigoles parallèles au sens de la pente apparaissent et commencent à inciser la surface. Les rigoles dont le taux d'incision est le plus fort vont augmenter latéralement l'aire qu'elles drainent, capturer les rigoles voisines et initier ainsi un réseau dendritique (Fig. II 5a).

Ce modèle très simple ne permet pas de décrire la formation des réseaux hydrographiques sur des surfaces présentant des géométries et des propriétés variées (rugosité, végétation, perméabilité). Il se limite au cas de figure d'une surface plane peu pentée et présentant une perméabilité faible. De plus Horton ne donne pas d'explication sur l'origine physique de l'apparition du réseau parallèle de rigoles. L'utilisation d'un seuil de comportement (longueur critique x_c), constitue le point le plus intéressant du modèle avec l'introduction d'une vision non linéaire des processus mis en jeu.

2.2.1.2. Modèle d'érosion progressive (1956)

Schumm (1956), Howard (1971), Smart et Moruzzi (1971) proposent un modèle où le réseau hydrographique progresse d'une zone drainée par un réseau dense vers une zone vierge de tout réseau (Fig. II 5b). La progression s'effectue par un allongement et une subdivision des ordres 1 qui, pris dans leur ensemble, peuvent être ainsi assimilés à une *onde de dissection* de la surface disponible.

Ce modèle, comme le précédent, reste très qualitatif. Sa particularité est de supposer une progression purement aval-amont du réseau hydrographique, sans partage des surfaces à l'amont des biefs d'ordre 1.

2.2.1.3. Modèle de Glock (1931)

Glock propose un modèle basé sur une croissance séquentielle du réseau hydrographique. Il distingue 4 phases d'évolution (Fig. II 5c):

- (1) Initiation: le réseau se présente sous la forme d'une distribution éparse et discontinue de biefs;
- (2) Extension: élongation et raccord des biefs initiaux ("*squelette*" du réseau),
- (3) Maximum extension: ramification sensible de l'arborescence de base afin d'occuper tout l'espace disponible;
- (4) Intégration: élimination des biefs dont les bassins versants, par aplanissement du relief, ne peuvent plus entretenir l'existence;

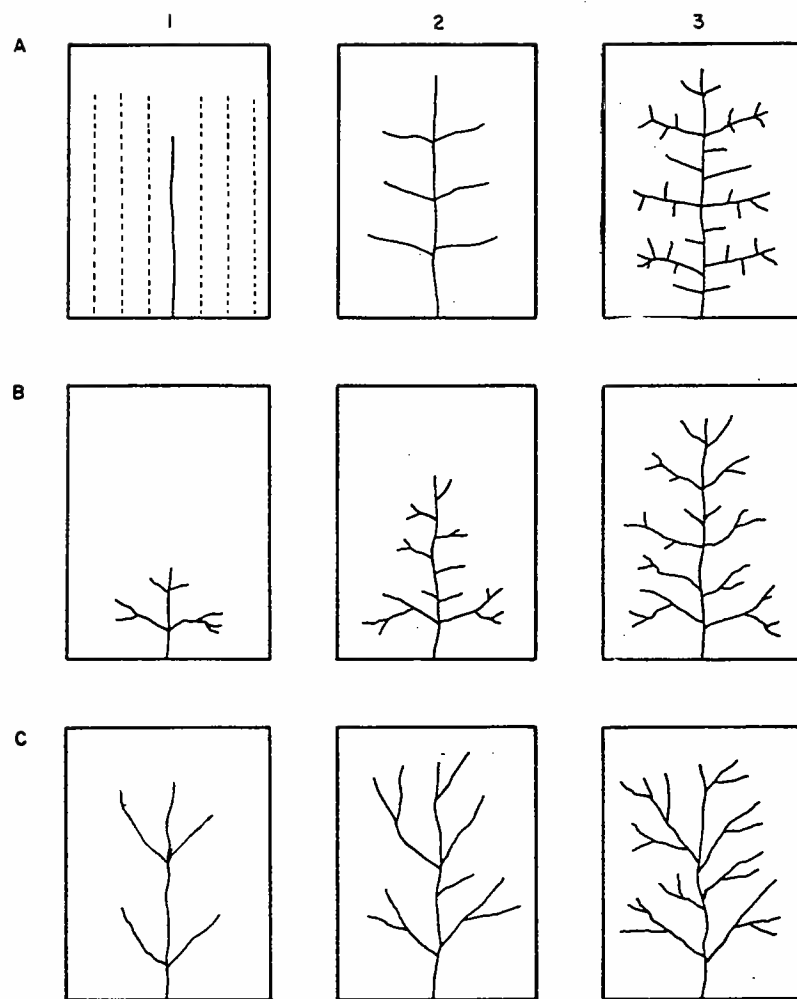


Figure II 5 : Modèles conceptuels déterministes d'évolution de réseau hydrographique. Le modèle A correspond au modèle de Horton: un réseau parallèle de rigoles est progressivement remplacé par une structure arborescente; le modèle B correspond à une progression des biefs d'ordre 1 vers la partie amont du bassin non encore drainée; Le modèle C considère une installation rapide d'un réseau principal complété dans une deuxième phase par la formation de branches secondaires. (d'après Schumm et al., 1987)

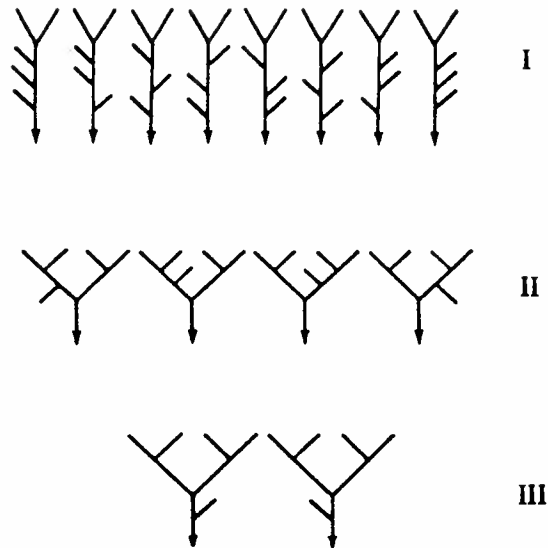


Figure II 4 : Les 14 Topologically Dinstinct Channel Networks (TDCN) de magnitude 5 (nombre de sources = 5) (d'après Shreve, 1966)

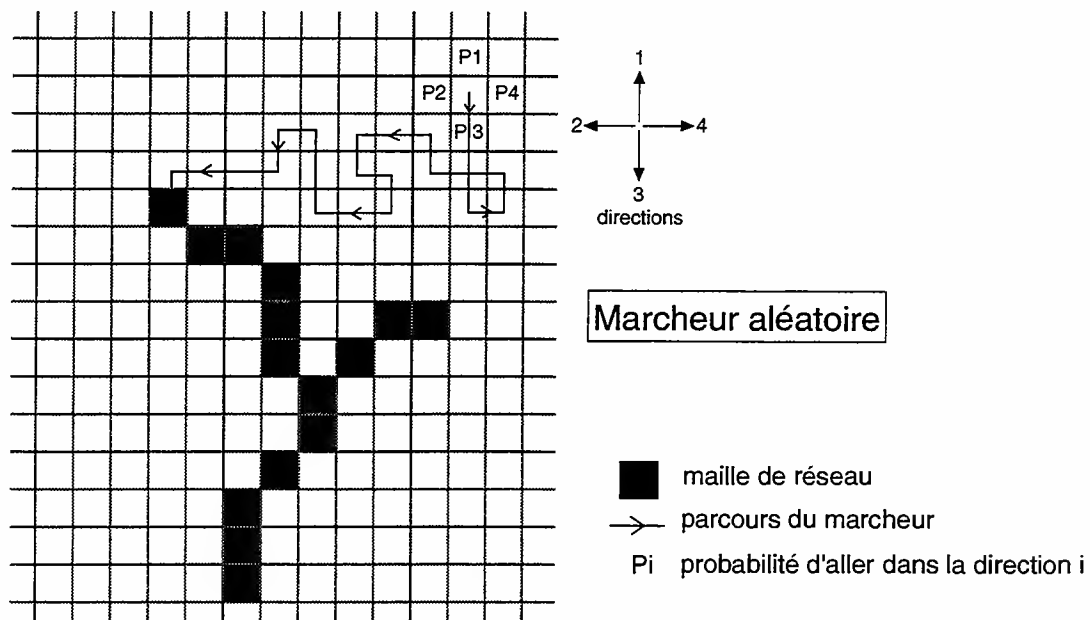


Figure II 6 : Technique du marcheur aléatoire (exemple de la méthode D4: 4 directions possibles de déplacement). Un marcheur lancé sur une topographie. Le chemin suivi par le marcheur est conditionné par les probabilités P_i de déplacement. Les valeurs de P_i dépendent des conditions locales (pente, perméabilité...). Si P_i est constante quelque soit i , le parcours est aléatoire.

Ces quatre étapes d'évolution correspondent à une description trop qualitative des processus pour pouvoir être appliquée de façon reproductible à des cas concrets. Les observations sur des réseaux réels ne permettent pas en effet de distinguer clairement ces différentes étapes.

Les trois modèles déterministes précédents constituent des modes différents d'extension des réseaux hydrographiques. Si l'on se réfère aux expériences analogiques effectuées au Colorado State University (pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à Schumm et al., 1987), le modèle de Glock apparaît comme le mode d'évolution le plus courant. Un des faits majeurs mis en évidence lors de ces expériences est l'importance des conditions initiales. La structure finale du réseau hydrographique et le mode de croissance semblent en effet très dépendants de paramètres comme la valeur initiale de la pente ou du niveau base. De manière générale une variation minime des conditions initiales engendre des modifications importantes dans la structure des réseaux développés.

2.2.2. La marche aléatoire

2.2.2.1. La technique du marcheur

Une autre grande famille de modèles utilise la technique du marcheur pour générer des réseaux théoriques. Le parcours d'un marcheur dans un espace comme une topographie ou un système maillé, peut être conditionné par des règles plus ou moins contraignantes. Ces dernières définissent, à chaque "pas" d'itération et pour chaque direction possible, une probabilité de déplacement (Fig. II 6). L'expression de la probabilité de déplacement en fonction de paramètres physiques introduit dans le modèle un déterminisme correspondant à l'application de règles physiques ou stochastiques vis à vis des propriétés locales du système. Les caractéristiques physiques du système (valeur d'un paramètre pour chaque unité du système) se présentent sous la forme de "topographie" propre à chaque paramètre, et sur lesquelles il est possible de calculer des potentiels et par la-même des gradients qui vont conditionner la marche. Parallèlement aux règles de marche, des règles d'action du marcheur sur la ou les "topographies" peuvent être définies (modification de la surface sur laquelle se déplace le marcheur). Le "parachutage" des marcheurs peut s'effectuer de façon ordonnée dans le temps ou dans l'espace, ou à l'inverse être complètement aléatoire.

La technique du marcheur est un moyen très souple d'étude de comportement des systèmes spatialisés. Au-delà de sa forme assez intuitive (on identifie aisément le marcheur à une goutte ou à une certaine quantité d'eau), le grand avantage de cette méthode est de pouvoir introduire simplement une composante aléatoire plus ou moins forte dans les modèles. Elle demande cependant une certaine réflexion dans

l'interprétation des équations déterministes qui gouvernent l'évolution du système, en termes de règles de conduite du marcheur.

2.2.2.2. *Modèle du marcheur ivre (1962)*

Les modèles de marcheurs utilisés pour construire des réseaux de drainage dans un plan, ont pour objectif de définir les connections reliant les nœuds d'un système maillé symbolisant les confluences ou les points sources d'un réseau hydrographique. Précisons que cette procédure qui suit ne permet pas d'étudier les processus de croissance, et simule simplement des configurations possibles d'arborescences. On impose que des règles de marche, la goutte d'eau ne modifiant pas sur son passage les propriétés de la surface de déplacement. Lorsqu'un marcheur est lancé sur la grille, il poursuit sa course tant qu'il n'a pas atteint les limites du système ou un site déjà visité. Le chemin suivi par chaque marcheur représente un des biefs du réseau final. Afin d'éviter la formation de réseaux bouclés, on empêche le marcheur de recouper sa course (Self-Avoiding Walk: SAW). La marche est ici aléatoire: à chaque itération, la probabilité de déplacement du marcheur est égale quelles que soient les directions possibles. La figure II 7 représente l'évolution du réseau après "le lancé" de 3 marcheurs.

Leopold et Langbein (1962) proposèrent les premières simulations de SAW pour reproduire la structure des réseaux hydrographiques (Fig. II 8). Les réseaux théoriques obtenus respectent les lois de Horton et vérifient approximativement la loi de Hack. Meakin et al. (1991) étudièrent la sensibilité des SAW vis à vis des règles de parcours. Ils proposent notamment une autre variété de marches aléatoires, où les sites cibles du marcheur ne sont plus limités aux plus proches voisins, mais choisis suivant une direction aléatoire (Indefinitely Self-Avoiding Walk: IGSAW). Quel que soit le type de trajectoire, les lois de Horton et la loi de Hack restent satisfaites avec une marge d'erreur raisonnable. Les résultats obtenus dans le cas des SAW mettent en évidence des effets de taille finie, et montrent un comportement asymptotique des lois géométriques avec la taille du système. Dans tous les cas, les réseaux générés par une marche aléatoire vérifient la loi de puissance propre au modèle d'agrégation de Takayasu et al. (1988). Notons pour mémoire que Scheidegger (1967) et Seginer (1969) présentent également des SAW très semblables de part leur construction et leurs résultats aux deux modèles précédents.

Les modèles stochastiques reproduisent les lois géométriques et statistiques observées pour les réseaux naturels (lois de Horton, loi de Hack, loi de puissance des aires drainées). Ils démontrent ainsi qu'il n'est pas nécessaire d'imposer un critère de minimisation pour satisfaire les lois d'organisation observées. On peut donc s'interroger sur la représentativité des critères de validation utilisés. Les travaux de Kirchner (1993, 1994a, 1994b) mettent en évidence l'aspect très général des lois de Horton, en démontrant qu'une arborescence binaire quelconque (deux biefs par confluence) vérifie ces lois. De même, le modèle d'agrégation de Takayasu, sur lequel s'appuient les conclusions de

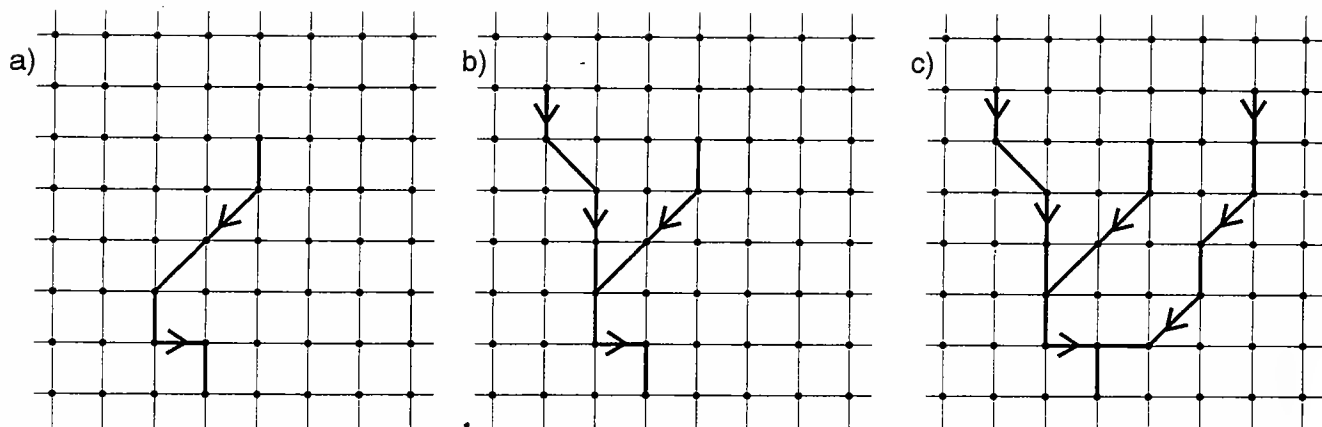


Figure II 7: Construction d'un réseau théorique à l'aide de la technique du marcheur aléatoire. Les figures a), b) et c) représentent 3 stades de construction pour 3 lancers de marcheur successifs. Le parcours d'un marcheur aléatoire constitue la formation d'une branche du réseau théorique.

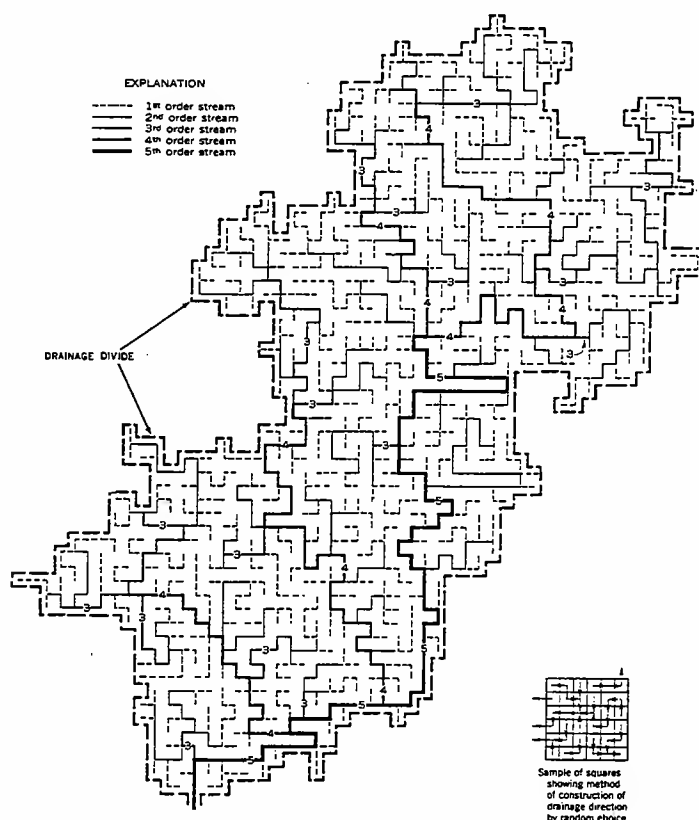


Figure II 8: Réseau théorique obtenu à l'aide de marcheurs aléatoires (d'après Leopold et Langbein, 1962).

Rinaldo et al., n'utilise aucune règle déterministe d'agrégation et de ce fait considère ce phénomène de façon globale. C'est pourquoi, il est prématuré d'une part, d'attribuer à ces critères un caractère propre aux réseaux hydrographiques, et d'autre part, d'interpréter ces tendances comme la signature d'un phénomène déterministe. L'impossibilité de pouvoir déterminer l'efficacité relative des modèles à l'aide de critères quantitatifs ne permet pas de conclure sur la nature plus ou moins aléatoire des processus. Les modèles d'organisation aléatoires s'avèrent cependant les modèles les plus simples satisfaisant les critères de validation actuels, mais également ceux dont les principes s'accordent le mieux avec les lois statistiques observées (Chapitre I). L'hypothèse d'une réorganisation du réseau hydrographique suivant des règles déterministes après une première phase d'extension, ne présente pas d'argument supplémentaire par rapport à l'hypothèse d'une construction aléatoire. La structure aléatoire des longueurs de cours d'eau sur des échelles supérieures à 1 km, laisse au contraire envisager la construction d'une arborescence stable pendant la phase de croissance.

2.2.3. La percolation d'invasion appliquée aux réseaux hydrographiques

2.2.3.1. La percolation d'invasion

L'invasion percolation est à l'origine un modèle mis au point pour simuler la progression de fluides dans un milieu poreux (Meakin, 1991). Cette méthode consiste dans un premier temps, à définir sur un système maillé un champ aléatoire de cohésion du système (porosité, résistance, composition chimique) par rapport à une contrainte extérieure (pression d'un fluide, force, corrosion). La valeur locale du champ, i.e. sur chaque maille, permet de définir une probabilité locale de réaction du système vis à vis du processus étudié. L'invasion du système s'effectue à partir d'un site ou d'un ensemble de sites (front de percolation) définis préalablement, qui déterminent la frontière entre les éléments du système qui sont inchangés et ceux modifiés sous l'action de la contrainte (pores vides/pores remplis d'eau, sites intacts/ sites cassés, sites propres/sites rouillés). La règle de progression du front est la suivante: à chaque pas d'itération, le site en contact direct avec le front de percolation, possédant la probabilité la plus faible, est envahi et devient partie intégrante du front. La figure II 9 illustre trois itérations successives de percolation d'invasion.

Une des propriétés des systèmes de percolation d'invasion est de générer des structures de dimension fractale $D = 1.82$. Cette valeur, très proche de celle obtenue par La Barbera et Rosso (1989,1990) en utilisant les lois de Horton, encouragea l'application de cette méthode pour les simulations de réseaux hydrographiques.

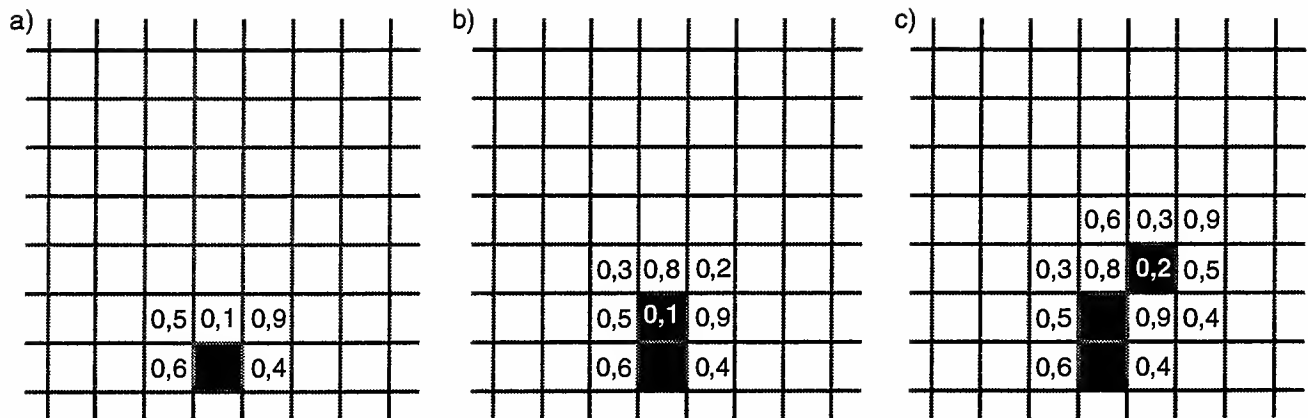


Figure II.9 : Règle d'invasion percolation. Une structure initiale croît par occupation du site mitoyen possédant la plus faible résistance. L'invasion percolation présentée dans l'exemple s'effectue suivant 8 directions.

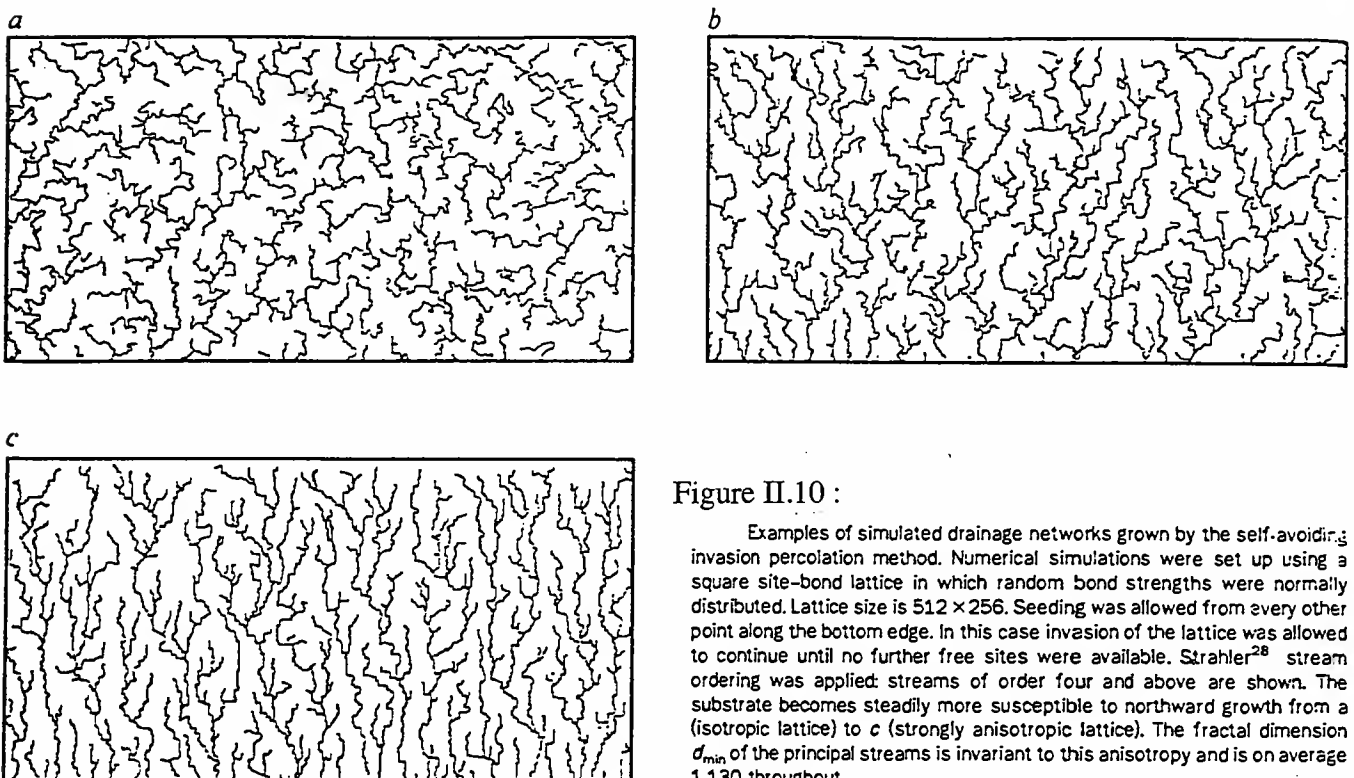


Figure II.10 :

Examples of simulated drainage networks grown by the self-avoiding invasion percolation method. Numerical simulations were set up using a square site-bond lattice in which random bond strengths were normally distributed. Lattice size is 512×256 . Seeding was allowed from every other point along the bottom edge. In this case invasion of the lattice was allowed to continue until no further free sites were available. Strahler²⁸ stream ordering was applied: streams of order four and above are shown. The substrate becomes steadily more susceptible to northward growth from a (isotropic lattice) to c (strongly anisotropic lattice). The fractal dimension d_{\min} of the principal streams is invariant to this anisotropy and is on average 1.130 throughout.

(d'après Stark, 1991)

2.2.3.2. Le modèle de Stark (1991)

Stark (1991) propose d'appliquer un modèle d'invasion percolation pour simuler la croissance des réseaux hydrographiques. Il apporte cependant une modification au modèle de manière à empêcher la formation de boucles: un site ne peut pas être envahi si l'un des ces voisins, excepté le site source, est déjà occupé (self-avoiding invasion percolation).

Les réseaux théoriques (Fig. II 10) résultants vérifient les lois de Horton et prédisent avec une remarquable précision la loi de Hack ($L \sim A^a$, $a_{\text{simulation}}=0.565$, $a_{\text{expérimental}}=0.568$). Notons cependant qu'une telle méthode ne peut pas créer des réseaux de dimension égale à 2, et ne peut donc pas reproduire les résultats obtenus pour la Vilaine et le Blavet.

La percolation d'invasion peut être assimilée à une croissance des réseaux hydrographiques gouvernée par un contrôle aval. Si cette image correspond assez bien au remplissage d'un lac, elle reste néanmoins trop simpliste pour simuler l'action érosive des écoulements amont-aval présents dans les systèmes naturels.

2.2.4. L'agrégation limitée par la diffusion appliquée aux réseaux hydrographiques

2.2.4.1. L'agrégation limitée par la diffusion

Utilisée pour simuler les processus d'agrégation irréversibles entre particules, l'agrégation limitée par la diffusion (Diffusion-Limited Agregation: DLA) utilise toutes les possibilités offertes par la technique du marcheur (Meakin, 1991; Wicseck, 1992).

Considérons une particule immobile sur la grille représentant le champ de déplacement des marcheurs. Cette particule sera une cible. Au-delà d'une distance r de la cible représentant l'infini, nous lançons un marcheur que nous laissons errer au hasard sur la grille mais avec une restriction essentielle: si le marcheur passe sur l'une des cases voisines de la cible, elle colle à la cible. On construit ainsi une nouvelle cible à deux particules. Puis nous lançons un autre marcheur... La figure II 11 présente l'évolution du système après le lancé de 3 marcheurs.

A l'instar des figures de percolation, les agrégats produits par un DLA possèdent une dimension bien définie $D=1,65$. Cette dimension correspondant au cas précédent, peut varier suivant les règles de parcours et de "collage". La variété de règles possibles offre un potentiel infini de cas de figures, et autorise la simulation numérique d'un grand nombre de processus de transfert.

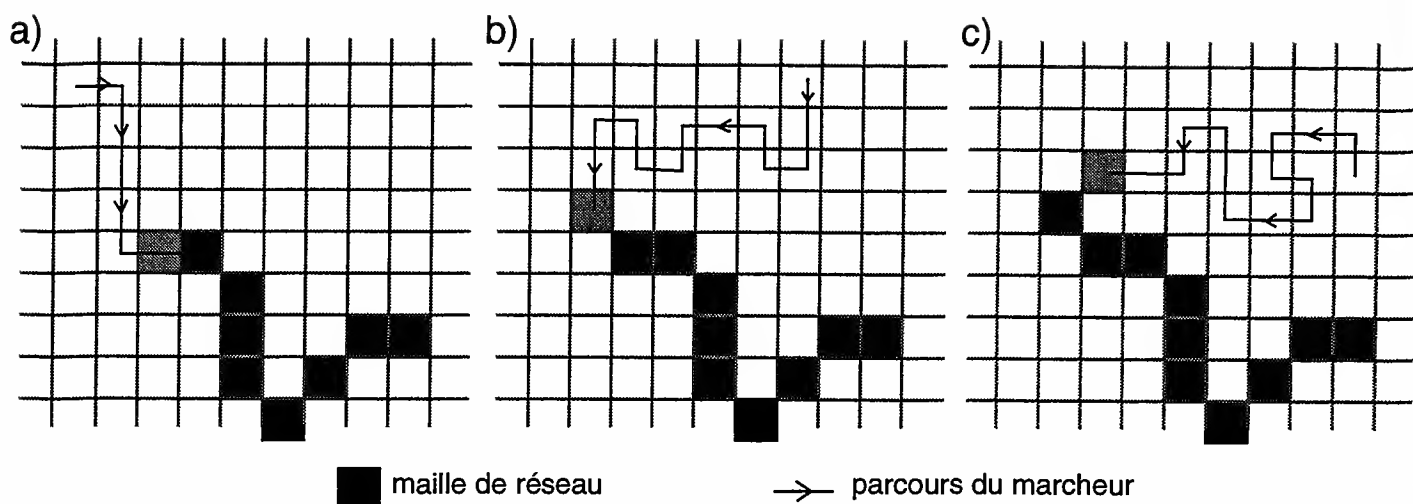


Figure II.11 : Construction d'un réseau théorique par agrégation limitée par la diffusion. Les schémas a), b) et c) représentent 3 stades successifs de croissance. Le réseau se développe par agrégation de marcheurs aléatoires sur une structure initiale qui peut être un point ou une arborescence.

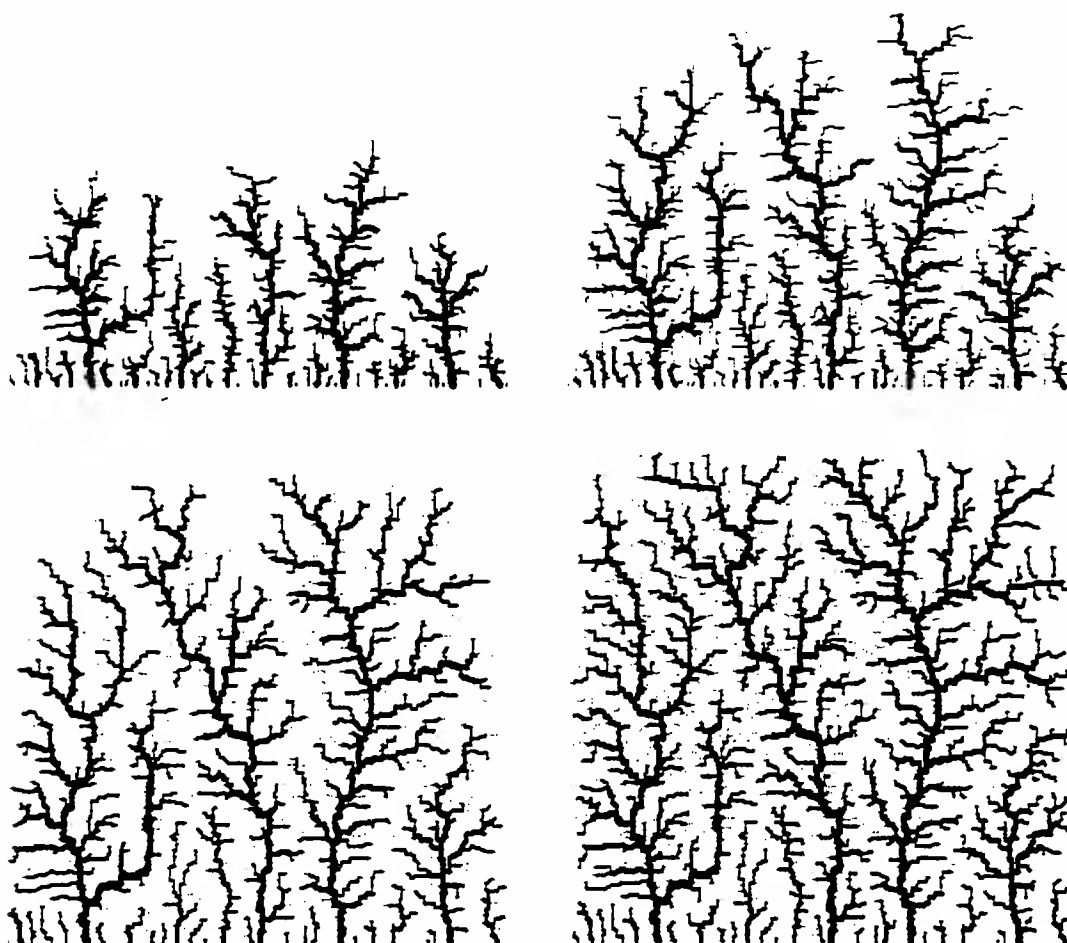


Figure II.12 : Exemple de réseaux théoriques construits par agrégation limitée par la diffusion. Dans cet exemple on impose une contrainte locale d'agrégation empêchant les marcheurs de "coller" sur des sites adjacents à deux cellules du réseau. (d'après Masek et Turcotte, 1993)

2.2.4.2. Application aux réseaux hydrographiques (1993)

Afin de mieux simuler la pluie et l'influence mutuelle exercée par la croissance des biefs (compétition entre les sources pour la partage de l'espace disponible), Masek et Turcotte (1993) présentent une version modifiée de DLA (Fig. II 12). Dans ce modèle: (i) les marcheurs sont lancés de manière aléatoire sur toute la grille et non plus à "l'infini", (ii) le collage du marcheur n'a lieu que dans les mailles ne possédant qu'un seul voisin appartenant à l'agrégat, (iii) le marcheur termine sa course s'il atteint les limites du système ou passe sur un site jouxtant l'agrégat. Les réseaux construits à l'aide de cette procédure vérifient les lois de Horton ($R_b=3,98$; $R_l=2,09$) et possèdent une dimension fractale $D=1,87$.

Bien que ce dernier résultat ne soit pas en accord avec les données sur la Vilaine et le Blavet, la technique du DLA garde un attrait certain de part sa souplesse d'utilisation et les possibilités d'amélioration qu'elle peut offrir. C'est pourquoi nous l'utiliserons par la suite comme schéma de base pour l'élaboration d'un modèle couplé réseau-topographie.

2.3. Conclusion des modèles de réseaux

Dans le chapitre 1, nous avons montré que les réseaux hydrographiques pouvaient se décrire par (i) une densité d'aire drainée constante, (ii) une distribution aléatoire des branchements à l'intérieur du réseau, (iii) des lois de puissance observées sur les distributions des paramètres qui intègrent toute l'information "amont" (aires drainées, longueur totale en amont...). L'ensemble de ces données peut s'interpréter simplement par un modèle de branchement aléatoire (Shreve, 1966) sur un arbre convergent (Takayasu et al., 1988).

En fait, on peut montrer que la condition de branchement vers l'aval est suffisamment forte pour déduire l'ensemble des lois topologiques actuellement mesurées (lois de Horton, loi de Hack, distribution de longueurs...). Il n'est donc pas étonnant que les modèles, présentés précédemment, satisfassent aux lois topologiques des réseaux naturels. La faiblesse des études précédentes ne vient pas des modèles mais de l'absence d'identification de paramètres mesurables pertinents, qui ne soient pas la conséquence de la condition de branchement "vers l'aval".

Les modèles d'agrégation, type DLA, prédisent des lois d'échelle spatiales qui ne sont pas observées sur les réseaux du Blavet et de la Vilaine décrits au chapitre 1. Cette contradiction peut avoir deux causes : soit l'analogie n'est pas pertinente et il faut invoquer d'autres mécanismes de croissance, soit il existe une limite à la phase de croissance "fractale" lorsque le réseau remplit tout l'espace disponible. En tout état de cause, il n'est pas possible de valider ce type d'analogie sans observation de réseaux non permanents et/ou sans modélisation directe incluant les processus d'érosion-sédimentation.

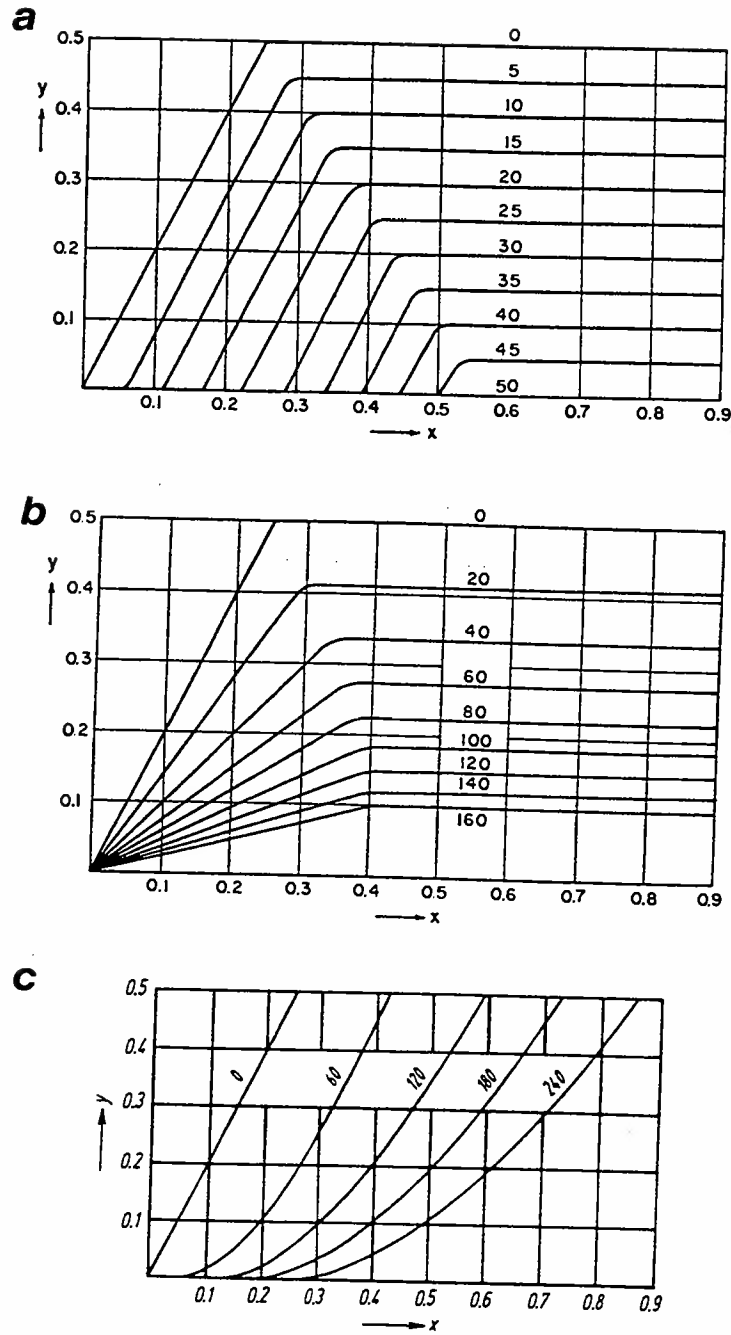


Figure II.13 : Évolution théorique de la pente d'un versant d'après la relation: $\frac{\partial z}{\partial t} = -\sqrt{1 + \left[\frac{\partial z}{\partial x}\right]^2} \Phi$,
a) $F = \text{constante}$; b) $F = y$; c) $F = \frac{\partial y}{\partial x}$. (d'après Scheidegger, 1961, 1991)

3. Les modèles d'érosion

La complexité des processus géomorphologiques vient de la superposition de mécanismes lents (altération chimique, transfert en milieux poreux, tectonique...) et de mécanismes rapides (transport dans les rivières, avalanches...).

Les modifications du relief sont le résultat d'une chaîne de processus qui ne peuvent être correctement décrits que par des couplages fortement non-linéaires.

Dans ce chapitre, nous décrirons les principales règles d'érosion, les mécanismes couplés qu'il faudrait prendre en compte pour une description réaliste de la dynamique de ces systèmes et les instabilités mécaniques qui en résultent.

3.1. Les équations générales d'évolution

L'expression générale de l'évolution de l'altitude z d'un point (x,y) soumis à une action endogène tectonique et à une action exogène érosive, se déduit de l'équation de continuité de la matière en ce point:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q}_s + T(x,y,t)$$

avec: $\vec{\nabla} \cdot \vec{q}_s$ la divergence du flux de matière, et $T(x,y,t)$ la composante tectonique verticale au point (x,y) et au temps t .

3.1.1. Les théories "globales"

La première approche de la géomorphologie a été de considérer le système comme pouvant être décrit par une seule loi d'évolution reliant l'altitude au temps et à l'espace. Ces théories sont réductionnistes dans la mesure où elles réduisent l'ensemble des mécanismes potentiellement actifs à une seule loi d'évolution. Cette simplicité permet certaines prédictions, notamment sur la géométrie moyenne des profils.

3.1.1.1. L'évolution des pentes liées à des causes locales

Dans son livre de 1961 ("Theoretical Geomorphology"), Scheidegger a résumé l'ensemble des lois simples, utilisables en géomorphologie, qui relient l'altitude et ses dérivées partielles (spatiales et temporelles) entre elles. Ces équations présupposent que les modifications morphologiques ne sont gouvernées que par les variations locales d'altitude.

On peut alors représenter l'évolution des pentes par une équation différentielle du type :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\sqrt{1 + \left[\frac{\partial z}{\partial x}\right]^2} \Phi$$

où x est la distance suivant un axe horizontal, z l'altitude en fonction de x , et Φ l'expression formelle de l'érosion. Scheidegger distingue trois types d'action érosive:

- (1) $\Phi = \text{constante}$: le taux d'érosion est uniforme et indépendant de la pente;
- (2) $\Phi = z$: le taux d'érosion augmente avec l'altitude; par exemple lorsque la pluviométrie augmente avec l'altitude (pluies advectives);
- (3) $\Phi = \frac{\partial z}{\partial x}$: le taux d'érosion est d'autant plus important que la pente est forte.
- (4) $\Phi = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$: le taux d'érosion est proportionnel au gradient de la pente. on retrouve une équation classique de diffusion où une perturbation de longueur d'onde λ s'amortit avec un temps caractéristique $tc \sim \lambda^2$.

Scheidegger donne la solution de ces équations pour un versant, de pente initiale constante (Fig. II 13). Les solutions obtenues sont qualitativement raisonnables. L'expression de Φ peut être modifiée pour rendre compte de différentes formes plausibles pour les profils de versants.

3.1.1.2. L'évolution des pentes prenant en compte l'aire drainée

Les équations précédentes ne rendent pas compte d'effets non locaux qui peuvent être induits par la topographie amont. Parce que l'efficacité de la plupart des mécanismes d'érosion est dépendante du flux hydraulique, la loi d'érosion en un point est dépendante de l'ensemble des points en amont qui y drainent. Cette surface est désignée sous le terme générique d'aire drainée.

Pour la plupart des mécanismes d'érosion, le flux de matière q_s des systèmes géomorphologiques est usuellement exprimé en fonction de deux paramètres macroscopiques principaux, le flux hydraulique q et la pente S , avec une loi de transport du type :

$$q_s = F(q, S) = K q^n S^m$$

où K est un coefficient.

Citons quelques lois proposées dans la littérature :

- le fluage ("creep") : $n=0, m=1$;
- l'effet "splash" provoqué par l'impact des gouttes de pluie sur le sol et/ou le déplacement de blocs rocheux, $n=0, m=2$;
- le transport de "sable" dans les chenaux alluvionnaires, $n=1.3-1.7, m=1.3-2$.

La détermination de cette loi est principalement empirique. Pour certains processus tels que le ruissellement, il existe des justifications physiques basées principalement sur la contrainte cisailante appliquée par la rivière sur son lit. Le flux sédimentaire dépend de la

vitesse d'écoulement et de la géométrie de la rivière qui sont reliées à q et S via des lois statistiques de type équation de forme, ou équation de Manning ou de Chezy (donnant la vitesse du fluide).

La résolution unidimensionnelle des équations de continuité et de transport (Smith et Bretherton, 1972) aboutit à un profil convexe lorsque l'exposant n est inférieur à 1 (par exemple dans le cas de la diffusion où $n=0$ et $m=1$), et un profil concave lorsque $n>1$. Ces auteurs montrent, de manière plus générale, que la condition de concavité implique l'inégalité suivante:

$$\frac{\partial q_s}{\partial q} > \frac{q_s}{q}$$

Ces résultats analytiques confirment les travaux expérimentaux de nombreux auteurs sur les profils de pente (Culling, 1963; Kirkby, 1971, 1980, 1986).

D'un point de vue purement formel, q le flux hydraulique est une variable externe qui possède sa propre équation de continuité :

$$\vec{\nabla} q = R(x, y, z, t)$$

où $R(x, y, z, t)$ est la pluie efficace (volume de pluie qui contribue au ruissellement) au point (x, y) et au temps t .

Dans l'hypothèse où la pluie est uniformément distribuée ($R=c^{ste}$), il est possible de remplacer la variable q par sa variable spatiale palliative: l'aire drainée, A .

En utilisant la transformation $q \rightarrow A$, Howard (1994) illustre le rôle de l'exposant n sur la concavité de la pente, en prenant l'exemple de l'érosion d'un plateau dont la vitesse de surrection U est constante dans le temps et l'espace. Si l'équilibre érosion-surrection est atteint, on a :

$$q_s = U A = K A^n S^m$$

soit,

$$S = [U/K]^{1/m} A^{(1-n)/m}$$

Si $n>1$, la pente diminue avec l'aire drainée, c'est à dire vers l'exutoire du BV; le système est donc concave. Sinon, la pente augmente avec l'aire drainée et la forme résultante est convexe.

Pour conclure ce paragraphe, nous faisons trois remarques :

- (i) La conversion du flux hydraulique en aire drainée peut être une expression plus complexe que la simple loi: $q \sim A$. Des lois plus complexes, de type $q \sim A^\gamma$ où γ est un coefficient qui varie entre 0.6 et 1.0, ont été proposées pour rendre compte de configurations très différentes d'écoulement de surface.

(ii) Les équations de continuité et de transport sont vectorielles. Généralement, on suppose que les flux d'eau et de matières sont parallèles à la ligne de plus grande pente. Il est toutefois possible de définir une aire drainée qui corresponde pour des flux locaux divergents.

(iii) Bien que systématiquement utilisée, l'assimilation flux hydraulique-aire drainée peut conduire à une solution inexacte 1) s'il existe une variabilité systématique de la pluie avec l'espace (en particulier une dépendance avec l'altitude) et 2) si les fluctuations temporelles de la pluie induisent des instabilités mécaniques.

3.1.2. Les mécanismes couplés

3.1.2.1. Les systèmes fluviaux et la transition versant-réseau

Il est évident que la formation de rivières modifie fondamentalement le processus d'érosion parce que le régime hydraulique est lui-même fortement modifié. En particulier, la vitesse hydraulique dans les rivières est de l'ordre de $\sim 1 \text{ m.s}^{-1}$, alors qu'elle est, en moyenne, plus faible d'un ou plusieurs ordres de grandeur sur les versants ($\sim 0.01\text{-}0.1 \text{ m.s}^{-1}$ dans les sols labourés). Le cisaillement appliqué sur les particules, proportionnel à la vitesse, est donc beaucoup plus intense sur les fonds de rivières que sur les versants.

La modélisation des systèmes fluviaux prend en compte deux propriétés principales :

- une capacité érosive importante fonction du flux et de la pente
- une capacité à transporter des charges solides dans la phase aqueuse

Il est donc nécessaire de considérer au moins deux lois d'érosion distinctes pour différencier les processus lents et peu actifs agissant sur les versants et les processus rapides et efficaces agissant par l'intermédiaire des réseaux hydrographiques.

Pour résoudre les équations d'érosion, il est donc nécessaire de définir une variable d'état qui détermine le processus actif en un lieu donné. Wilgoose et al. (1991a, b, c) introduisent une fonction "channel" qui possède sa propre loi d'évolution, fonction essentiellement de l'aire drainée locale. Ils reprennent des idées générales plus anciennes qui limitent l'existence de talwegs à une distance critique des lignes de crêtes (Horton, 1945). Le lecteur trouvera dans les paragraphes suivants (*Instabilités marginales en géomorphologie*) une discussion plus approfondie de l'aire drainée critique et de sa signification physique.

Cette dualité versant-réseau introduit une non-linéarité forte dans l'équation d'évolution du système mécanique liée à la migration spatiale de l'interface réseau-versant.

3.1.2.2. Le transport advectif des rivières

Les systèmes fluviaux ont aussi la capacité de transporter des sédiments dans la phase aqueuse, en solution ou en suspension. Ce transport permet de déplacer rapidement de la matière sur de longues distances.

La prise en compte de ce processus modifie considérablement la loi de continuité de la matière. Pour illustrer ce point, prenons l'exemple d'une érosion unidimensionnelle simplement proportionnelle à la pente. Sans transport par les rivières, l'équation de continuité est une équation de diffusion :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = D \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

Si, au contraire, le transport par les rivières est total, chaque élément érodé ne pourra pas se redéposer sur le point immédiatement voisin et l'équation de continuité deviendra :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\alpha \frac{\partial z}{\partial x}$$

Dans le cas général, il faut considérer un transport partiel avec des échanges entre la surface topographique et la phase aqueuse. Pour cela, on fait intervenir une variable supplémentaire qui est la charge solide de la rivière, s . Le modèle le plus simple considère que l'augmentation de charge solide se fait proportionnellement à la pente locale, S , et au débit hydraulique, q , tandis que la décharge (rivière → surface) se fait proportionnellement à la charge solide. L'équation d'évolution de la charge solide devient :

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \alpha q S - \beta s$$

Si la pente S reste constante, cela conduit à une évolution de la charge s du type :

$$s = \frac{\alpha q S}{\beta} (1 - e^{-\beta t})$$

Il existe donc (i) une charge limite $\frac{\alpha q S}{\beta}$ qui correspond à une stabilisation des échanges eau-sol, et une constante de temps $1/\beta$ qui fixe la mise en charge de la rivière. On peut d'ailleurs remplacer ce temps par une distance caractéristique $d=v/\beta$ où v désigne la vitesse des écoulements dans la rivière (Kooi et Beaumont, 1994).

De même, l'équation de continuité de la matière doit prendre en compte les échanges sol-eau. On voit donc clairement que la prise en compte du transport advectif des rivières implique au moins une variable supplémentaire (la charge solide) et deux équations couplées.

3.1.2.3. l'altération chimique

L'érosion d'un système géomorphologique est contrôlée par la capacité des sols à produire des matières transportables (l'altération, au sens large) et par leur capacité à transporter ce matériel mobilisable. On voit donc apparaître deux cas-limites : l'érosion contrôlée par l'altération ("Weathering-limited removal" ou "detachment-limited removal") et l'érosion contrôlée par le transport ("Transport-limited removal").

Peu de modèles géomorphologique prennent en compte l'altération comme facteur limitant de l'érosion. A notre connaissance, seuls Howard (1994a,b) ou Ahnert (1976, 1977, 1987) l'ont fait.

La méthode consiste à faire intervenir, en première approximation, une couche supplémentaire (la couche d'altérite aussi appelée régolithe) qui diminue par érosion via sa surface supérieure et augmente par altération mécanique ou chimique de l'encaissant via son interface inférieure. Ahnert considère que la vitesse de production des "altérites" dépend de l'épaisseur de la couverture régolithique, C , avec deux lois possibles :

(i) pour l'altération mécanique, une loi exponentiellement décroissante, e^{-kC} ; qui traduit la diminution des écarts thermiques avec la profondeur (effet de couverture);

(ii) pour l'érosion chimique, une vitesse qui possède un maximum pour une épaisseur critique, C_c .

On a donc affaire à un mécanisme couplé où la vitesse d'altération dépend de l'épaisseur de la couche d'altérite, elle-même dépendante de l'érosion de surface donc de la loi de transport ! Dans le cas le plus simple, on peut faire intervenir une vitesse d'altération constante qui introduit un temps caractéristique, t_a (inversement proportionnel au taux de production des altérite) dans le processus d'érosion. Une mise en situation de tels concepts dans un modèle d'érosion est présentée par Howard (1994), qui prend en compte le rapport d'érodabilité, F , entre le substratum et le régolithe.

Une autre différence importante est faite entre le matériel mobilisé pour la première fois (substratum ou altérite) et les alluvions remobilisables dans le processus d'érosion. Ces derniers ont, a priori, des seuils d'érodabilité beaucoup plus faibles et un grano-classement déjà établi. Citons les études de Hairsine and Rose (1992a.) et Howard (1994) qui prennent en compte ce problème.

3.2. Les instabilités en géomorphologie

Il est évident que les processus géomorphologiques conduisent à la croissance d'instabilités mécaniques, géométriquement caractérisées par la formation de vallées plus ou moins profondes. L'étude de ces instabilités nous renseigne sur la physique de formation des reliefs.

Il existe deux façons diamétralement opposées d'aborder un tel problème (Loewenhertz, 1991). La première méthode est d'étudier la croissance d'instabilités marginales, c'est à dire l'évolution de petites perturbations dans un système proche de l'équilibre. Cette démarche a été entreprise par Smith et Bretherton (1972) et Loewenhertz (1991) entre autres.

La seconde méthode consiste à établir de fortes perturbations dans les conditions aux limites du système (par exemple, la surrection brutale d'un plateau) et d'étudier la conséquence sur l'évolution du système. Cette méthode a été utilisée par Wilgoose et al. (1991), Stark (1994), entre autres. L'érosion associée est caractérisée par une phase de croissance forte des incisions.

3.2.1. La théorie des faibles perturbations

L'évolution des systèmes géomorphologiques est fortement conditionnée par la croissance d'instabilités mécaniques, essentiellement liée au processus d'incision. Schématiquement, une incision, pratiquée localement, se traduit par une augmentation de l'aire drainée en ce point et/ou une augmentation de la pente locale. Si ces modifications d'ordres géométriques conduisent à une augmentation de l'incision par rapport au système environnant, on pourra parler d'instabilité mécanique. La condition dépend donc de la dépendance de la loi d'érosion $F(A, S)$ aux fluctuations d'aire drainée A et/ou de pente S .

En termes mathématiques, il faut étudier la stabilité de l'équation de continuité de la matière pour des modifications faibles des paramètres d'entrée : $z \rightarrow z+z'$, $S \rightarrow S+S'$, $A \rightarrow A+A'$ où les perturbations d'altitude z' , d'aire drainée A' et de pente S' sont petites devant les paramètres correspondants. Deux études ont particulièrement fait avancer ce problème : Smith and Bretherton (1972) et Loewenhertz (1991).

Dans un système mono-dimensionnel, une incision ne crée pas de variation d'aire drainée. Seule l'augmentation de la pente locale modifiera la vitesse d'érosion. Pour tous les systèmes naturels, cela se traduit par une augmentation de la vitesse d'érosion et donc par diminution de la perturbation. Le système mono-dimensionnel est donc inconditionnellement stable.

A deux dimensions, il existe des modifications d'aire drainée qui changent considérablement l'analyse précédente. L'apparition de flux transverses à la pente principale va avoir deux effets antagonistes :

- favoriser l'érosion perpendiculaire à la pente principale (mécanisme stabilisateur),
- concentrer ces flux transversaux dans les zones de bas-fonds dans une direction parallèle à la ligne de plus grande pente (mécanisme amplificateur d'instabilité).



On peut montrer que, si le deuxième effet l'emporte sur le premier, l'amplification de perturbations transverses à la pente principale est possible. Dans tous les cas, les perturbations parallèles à la ligne de plus grande pente seront atténuées.

Les analyses de Smith and Bretherton (1972) et Loewenhertz (1991) étudient la perturbation d'une solution stationnaire par une fonction sinusoïdale transverse de faible amplitude : $z'(x,y,t) = \Psi(x) \exp(iky + \sigma t)$ où x désigne la ligne de plus grande pente, y un axe perpendiculaire, t le temps, k le nombre d'onde de la perturbation ($=2\pi/\lambda$ où λ est la longueur d'onde) et σ le facteur d'amplification. Si σ est positif, la perturbation peut être amplifiée et donner naissance à une instabilité. Si σ est négatif, la perturbation est amortie et le système est dit "stable". Notons que ces 2 études posent des conditions sur la solution de départ, avant perturbation, légèrement différentes, ce qui explique les différences dans l'analyse mathématique. Smith and Bretherton supposent que la solution de départ est de forme constante, c'est à dire que le taux d'érosion en chaque point est constant - en fait, leur solution est valable s'il n'existe pas, avant perturbation, de flux de matière transverses. Loewenhertz part au contraire d'une solution de départ réellement stationnaire où un soulèvement tectonique T , compense l'érosion en tout point.

Les modifications d'aire drainée liées à la perturbation sont obtenues à partir de l'équation de continuité des flux hydrauliques. A partir des deux équations de continuité (matière et flux hydraulique), et en supposant que les flux se font le long de la ligne de plus grande pente, Smith and Bretherton proposent une condition nécessaire (mais pas suffisante) pour créer des instabilités:

$$\frac{q_s}{q} < \frac{\partial q_s}{\partial q}$$

Malheureusement, comme le montre Loewenhertz (1991), cette condition n'est ni suffisante (une perturbation de longueur d'onde infinie est inconditionnellement stable puisqu'elle se ramène à une analyse unidimensionnelle), ni complètement nécessaire, bien que fortement recommandée. Smith and Bretherton montrent que la condition d'instabilité est équivalente à une concavité de la forme résultante stationnaire :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} < 0$$

La réciproque est aussi vraie. Ils montrent aussi que, si cette condition est vérifiée, les petites longueurs d'onde auront un facteur d'amplification σ , proportionnel au carré du nombre d'onde, k^2 . Autrement dit, plus la longueur d'onde est faible, plus la perturbation sera amplifiée.

Les conclusions de Loewenhertz (1991) sont qualitativement identiques. Toutefois, comme Loewenhertz part d'une solution stationnaire, la condition d'instabilité devient une condition de concavité de la surface de départ, avant perturbation. Elle pousse

l'analyse mathématique plus loin pour montrer que les instabilités peuvent quand-même croître au dessus du point d'inflexion, pour des points situés sur la partie convexe de la surface de départ.

Ces analyses sont en désaccord, au moins sur un point, avec les observations géomorphologiques : ce ne sont pas les plus faibles longueurs d'onde qui sont les plus amplifiées. En effet, il semble qu'il existe une aire drainée critique en deçà de laquelle les incisions ne s'amplifient pas. Cette observation, souvent faite sur les systèmes naturels (voir Montgomery et Dietrich (1988, 1989)), a conduit Loewenhertz à modifier son analyse en introduisant une distance critique, γ , en deçà de laquelle le flux ne se faisait plus suivant la ligne de plus grande pente mais de manière aléatoire tel un processus diffusif simple. Cette condition enlève le moteur de l'amplification des instabilités — la concentration des flux — pour des longueurs d'onde inférieures à γ , et les longueurs d'onde préférentiellement activées ne sont plus les plus petites. La validité d'un tel modèle est liée aux mécanismes physiques qui justifient cette longueur γ — effets hydrauliques inertiels ou gravitationnels, structure de la couverture végétale.... Raisonnablement, on peut penser que γ ne dépasse pas la dizaine de mètre au grand maximum. Ce modèle ne peut donc pas être invoqué pour justifier des aires drainées critiques de l'ordre du km^2 , comme celles observées sur le réseau hydrographique de la Vilaine (voir chapitre 1).

Le concept d'échelle de coupure trouve déjà son origine dès les travaux de Horton (1945). Horton définit en effet une longueur critique d'écoulement laminaire de surface x_c au-delà de laquelle la contrainte cisailante t est supérieure à la contrainte cisailante critique t_c d'érosion. Des observations expérimentales (Dunne, 1980) montrent aussi qu'il existe une échelle critique en deçà de laquelle l'érosion ne produit pas d'incision mais se présente sous la forme de processus diffusifs, tels que l'effet splash (Fig. II 14).

Ce concept d'aire drainée critique, qui définit la limite inférieure du réseau de drainage, a aussi été développé par Kirkby (1980, 1986), Tarborton (1992) d'un point de vue théorique, et par Montgomery et Dietrich (1988, 1989) d'un point de vue expérimental. La valeur de l'aire drainée critique est relative à un certain nombre de paramètres globaux ou locaux tels que: les propriétés locales du sol, les caractéristiques de la végétation, la pluviométrie ou encore la topographie locale. Les données expérimentales, obtenues sur trois bassins versants soumis à des pluviométries très différentes (260 mm/an, 760 mm/an et 1500 mm/an), révèlent une relation négative entre l'aire drainée critique a_{cr} et la pente locale à l'amont de la source (Montgomery et Dietrich, 1988, 1989). Reprenant l'analyse de Tarborton et al. (1992), Montgomery et Foufoula-Georgiou (1993) construisent, à partir d'un MNT au pas de 10 m, la courbe générale du comportement de l'aire drainée en

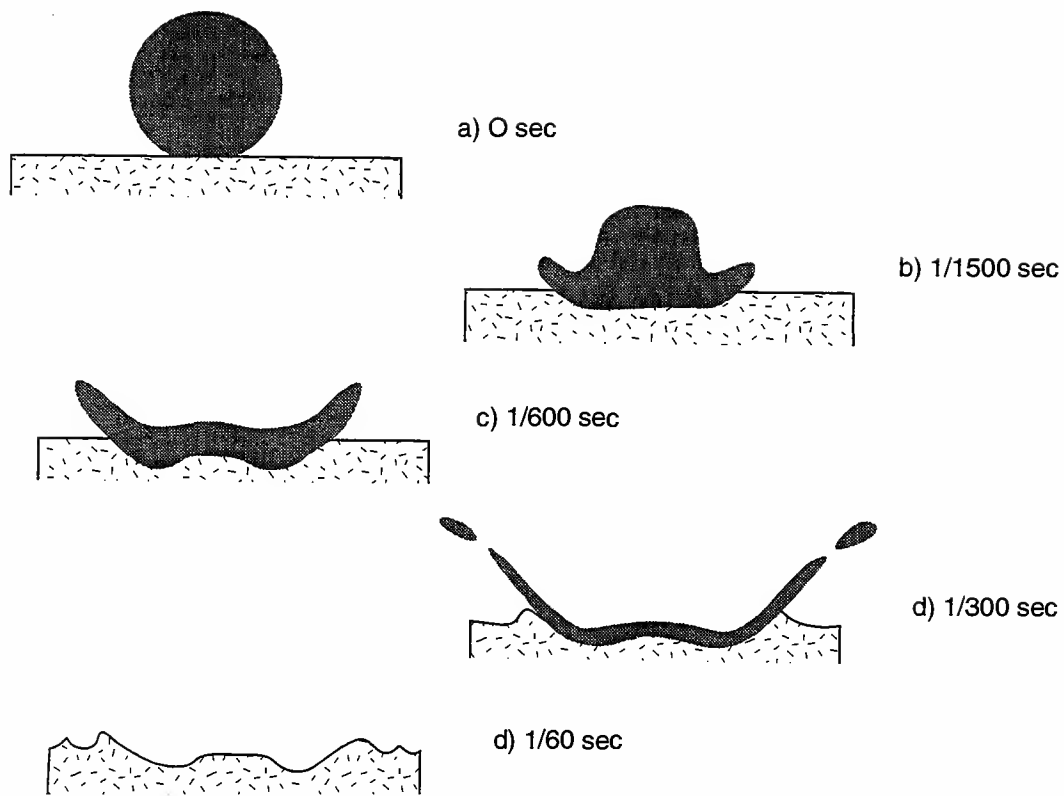


Fig 14: Effet de rejaillissement (splash).

La dislocation des gouttes d'eau lorsqu'elles s'écrasent au sol provoque l'arrachement de particules de terres qui peuvent être projetées à une distance de quelques dizaines de c.

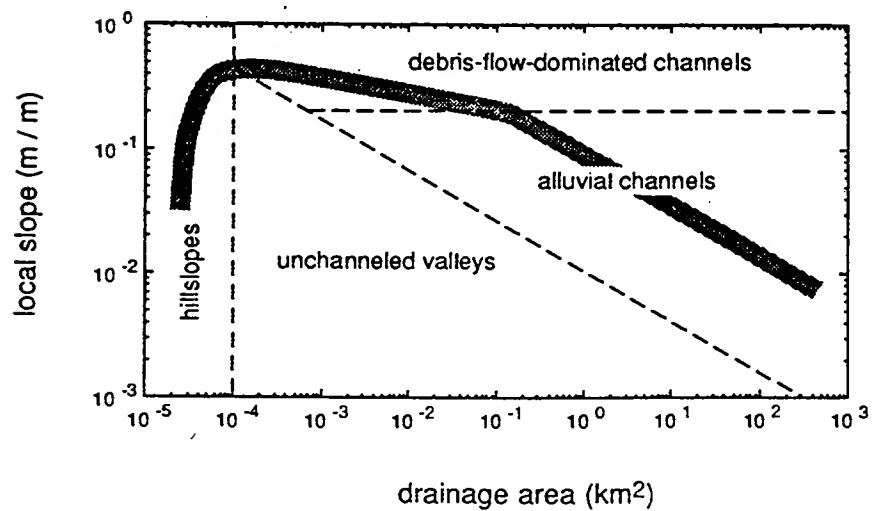


Figure II.15 : Schematic illustration of relations between drainage area and local slope depicting hillslope/valley transition and channel initiation criteria. Note that the trend of the averaged data (wide shaded curve) for a catchment will vary between landscapes and watersheds.

(d'après Montgomery et FouFoula-Georgiou, 1993)

fonction de la pente locale à l'échelle du versant et des têtes de vallées (Fig II 15). L'utilisation d'un MNT à mailles triangulaires permet d'associer la partie croissante de la courbe aux zones divergentes (versant) et la partie décroissante aux zones convergentes (vallée). Ils concluent, contrairement à Tarboton, que le changement de pente ne correspond pas à un seuil de formation des cours d'eau pour un bassin versant donné, mais à la transition du versant à la vallée. L'existence de ces deux seuils pourrait s'expliquer par des constantes de temps très différentes entre les phénomènes hydrologiques et géomorphologiques.

3.2.2. Les modèles déterministes de perturbations de fortes amplitudes

3.2.2.1. Modèle de Willgoose et al. (1991)

L'un des modèles continus de référence que l'on puisse citer dans ce domaine, est celui de Willgoose et al. (1990, 1991abc). Ce modèle utilise pour définir la dynamique du système, l'équation de continuité de la matière et une équation d'extension des réseaux:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = c_0(x, y) + \frac{1}{\rho_s(1-n)} \left(\frac{\partial q_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{sy}}{\partial y} \right) + D \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = d_t \left[0.0025 \frac{a}{a_t} + \left(\frac{Y^2}{1 + 9Y^2} - 0.1Y \right) \right] \quad (2)$$

avec z l'altitude, t le temps, x et y les coordonnées horizontales, c_0 le taux de surrection tectonique, ρ_s la densité de sédiments, n la porosité, q_s le flux de sédiments, D la constante de diffusion, Y le degré de formation du cours d'eau, dt le taux de croissance des cours d'eau, a la fonction d'initialisation des cours d'eau, a_t le seuil d'initialisation d'un cours d'eau. Les équations constitutives sont:

$$a = \beta_2 q^{m_2} S^{n_2}$$

$$q_s = f(Y) q^{m_1} S^{n_1}$$

$$f(Y) = \beta_1 O_t \quad Y = 0 \text{ (versant)}$$

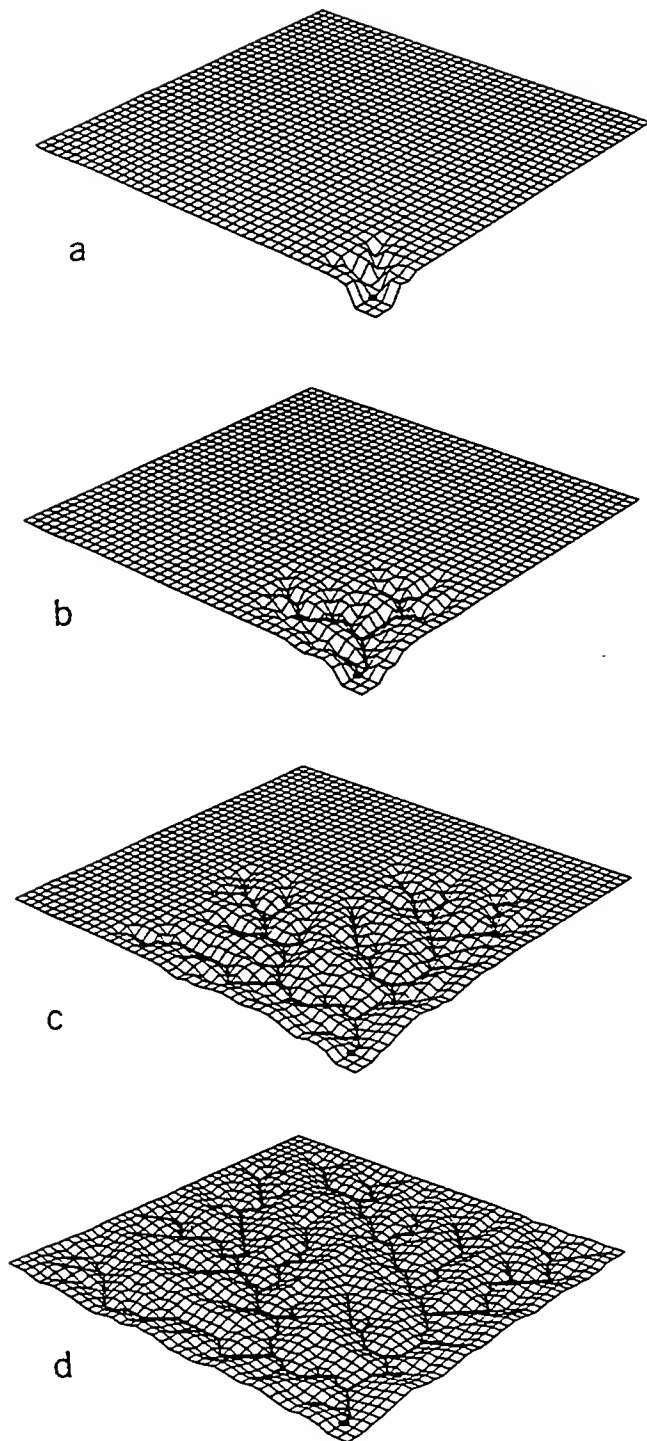
$$f(Y) = \beta_1 \quad Y = 1 \text{ (cours d'eau)}$$

$$Q_c = \beta_3 A^{m_3}$$

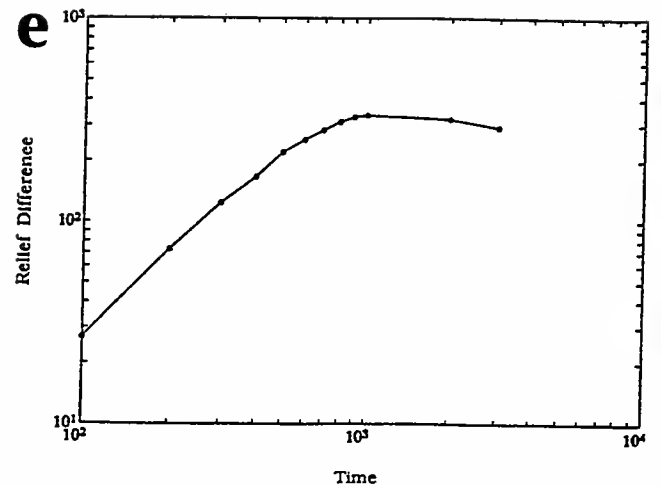
$$q = Q_c / w$$

$$w = \beta_4 Q_c^{m_4}$$

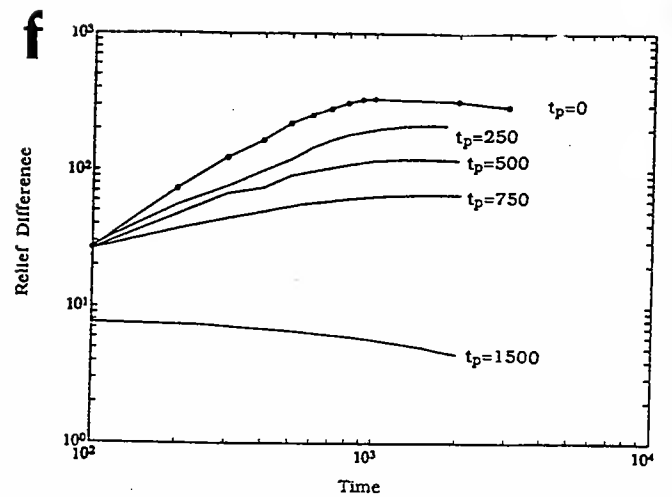
où q est le débit d'eau, S la plus grande pente locale, β_1 le taux de transport de sédiments, O_t le taux relatif de transport de sédiments dans le réseau, relatif à celui sur le



Isometric view of channel network and hillslope with time: (a) $t = 500$, (b) $t = 2000$, (c) $t = 6000$, (d) $t = 13,000$. Times are nondimensional.



Separation of trajectories with time plotted in log-log to illustrate the power-law growth of perturbations.



Growth of relief difference between a base simulation and a perturbed one. The perturbation in elevation was made in each case at time t_p .

Figures II.16 : Simulation de croissance de réseau hydrographique à l'aide du modèle d'érosion de Willgoose: a), b), c), d); figures e) et f) étude de la croissance d'une perturbation en fonction du temps. Au-delà d'un certain stade de développement le réseau empêche toute nouvelle perturbation de croître. (d'après Willgoose et al. 1991a, Ijjasz-Vasquez et al., 1992)

versant, Q_c le débit local dans le réseau, w la largeur du cours d'eau. b_i , m_i et n_i sont des constantes.

Les termes de la partie droite de l'équation dynamique (1) représentent respectivement la surrection tectonique relative à l'altitude de l'exutoire, la continuité des transports de sédiments, et les processus de diffusion. L'originalité du modèle vient essentiellement de l'utilisation d'une fonction d'initialisation du réseau (2) empruntée à l'étude des croissances d'arborescences biologiques (Meinhardt, 1982). L'équation (2) possède deux attracteurs $Y=0$ (état initial du système, la surface est assimilée à un versant) et $Y=1$ (état stable irréversible, le pixel appartient au réseau). Lorsque la fonction d'initialisation a dépasse un seuil donné a_t , la valeur $Y=0$ devient instable et croît progressivement pour atteindre la valeur $Y=1$. Pour $0 < Y < 1$, les équations 1 et 2 sont remplacées par:

$$f(Y) = \beta_1 O_t \quad Y \leq 0,1a \quad (\text{versant})$$

$$f(Y) = \beta_1 \left[O_t + (1-O_t)(Y-0,1a) \frac{Y}{1-0,1a} \right] \quad 0,1a \leq Y < a \quad (\text{état transitoire})$$

$$f(Y) = \beta_1 \quad Y \geq a \quad (\text{cours d'eau})$$

où a est un paramètre supérieur à 1. Cette transformation est nécessaire si l'on veut garder la continuité du modèle.

Le modèle de Willgoose est le seul modèle continu à notre connaissance qui différencie le réseau hydrographique du versant, d'un point de vue hydrodynamique. Les topographies numériques et les réseaux créés sont cohérents d'un point de vue qualitatif et quantitatif: lois de Horton et loi de Hack vérifiées. Willgoose montre, à l'aide de ce modèle, qu'une modification de la distribution aléatoire des altitudes initiales engendre, au cours de l'évolution du relief, des variations non négligeables de certaines propriétés géométriques et topologiques du réseau (lois de Horton et magnitude). Ce modèle montre également que plus les perturbations apparaissent tardivement au cours de l'évolution du système, moins elles sont amplifiées (Fig II 16). Pour un stade avancé du système, la perturbation régresse même pour ensuite disparaître. Les processus d'érosion semblent donc, d'après l'auteur de ce modèle, des processus déterministes hautement non-linéaires. De tels résultats concordent avec ceux des modèles analogiques (voir chapitre 2: "les modèles déterministes").

Si le modèle de Willgoose constitue jusqu'à présent l'un des efforts les plus conséquents en matière de modélisation déterministe, son nombre élevé de paramètres retire une grande partie de son intérêt.

3.2.3. Les modèles stochastiques de croissance

Contrairement aux modèles déterministes basés sur des équations de continuité ou de transport, l'application des techniques de marcheurs ou de percolation dans la simulation des processus d'érosion-sédimentation ne présente pas de complexité excessive. Leur simplicité d'application favorisa l'éclosion d'un certain nombre de modèles, utilisant des règles de parcours, d'érosion et de sédimentation différentes (Takayasu et Inaoka 1992; Chase, 1992; Leheny et Nagel, 1993; Stark, 1994). Nous présenterons dans ce chapitre deux modèles que nous considérons parmi les plus achevés dans ce domaine.

3.2.3.1. Modèle de Stark (1994)

De manière à simuler l'érosion d'un plateau abrupt par effondrements successifs de son escarpement, Stark construit un modèle d'invasion percolation couplé avec de l'agrégation limitée par la diffusion. L'invasion percolation est en effet une technique relativement bien appropriée pour simuler le recul du front du plateau (escarpement) suivant le degré local (sur chaque pixel délimitant l'escarpement) de cohésion du matériau. La cohésion ou le niveau de dégradation sur chaque pixel ou chaque site de l'escarpement varie suivant l'exposition du site aux écoulements de surface, de subsurface et souterrains ou encore à l'érosion chimique. L'invasion percolation ne permettant pas de simuler les écoulements amont - aval, Stark propose d'introduire un modèle d'agrégation limitée par la diffusion pour simuler la dégradation des sites le long de l'escarpement au cours du temps.

Les règles de parcours et d'érosion de ce modèle sont les suivantes:

- (1) sur chaque site du maillage représentant le système, on définit une valeur initiale aléatoire de résistance à l'érosion;
- (2) l'une des limites du système représente la position initiale de l'escarpement (le système est périodique sur les deux limites adjacentes au front de percolation);
- (3) chaque cycle d'érosion comprend 4 phases:
 - (i) un marcheur aléatoire est parachuté de manière aléatoire sur un site,
 - (ii) lorsque le marcheur atteint la limite du plateau en un pixel donné, la valeur de résistance à l'érosion de ce pixel diminue d'une quantité γ ,
 - (iii) la résistance à l'érosion d'un site choisi aléatoirement sur le front de percolation (escarpement) est diminuée d'une quantité ε ,
 - (iiii) le site appartenant au front de percolation et possédant la résistance à l'érosion la plus faible est érodé, à savoir retiré du plateau.

(4) lorsque le front de percolation atteint la limite opposée la simulation s'arrête.

Suivant les valeurs de γ et ε , le modèle simule préférentiellement l'un des trois types d'érosion suivants:

(i) $\varepsilon \rightarrow 0$ et $\gamma \rightarrow 0$, le recul de l'escarpement est déterminé principalement par les conditions initiales sur l'ensemble du plateau (érosion d'invasion percolation),

(ii) $\varepsilon \gg \gamma \gg 0$, l'érosion à la base du plateau et à l'origine de l'évacuation des matériaux plus à l'aval, est prédominante et contrôle la progression du front de l'érosion; la dynamique des processus d'érosion est alors analogue à la progression d'un front de diffusion (érosion de diffusion);

(iii) $\gamma \gg \varepsilon \gg 0$, l'effet érosif des écoulements souterrains constitue la principale cause du recul de l'escarpement (agrégation limitée par la diffusion).

L'érosion naturelle d'un plateau correspond à l'action combinée des trois types de processus précédents. Chacun de l'un de ces processus d'érosion engendre un front d'érosion (ligne irrégulière représentant dans un plan le bord du plateau) de dimension d_f différente. Cette dernière remarque s'applique également à la dimension d_{min} du chemin le plus court traversant la structure. Sur la base de cette différence, Stark propose un diagramme de phase tripolaire (Fig. II 17) dont chaque pôle symbolise un des 3 types d'érosion et correspond à un couple (d_f, d_{min}) donné. Le positionnement au sein de ce graphe de cas de figures réels, à partir de la mesure des dimensions d_f et d_{min} , permettrait une estimation qualitative du processus d'érosion dominant.

3.2.3.2. *Modèle de Chase (1992)*

Conçu pour étudier l'évolution du relief sur des échelles de longueur et de temps importantes, le modèle de Chase est basé sur 3 règles simples simulant l'érosion, la sédimentation et la diffusion sur le parcours du marcheur. L'échelle du système est telle qu'il n'est pas nécessaire de distinguer les pixels appartenant aux réseaux hydrographiques de ceux des versants. Les règles de parcours et d'action du marcheur s'appliquent quelle que soit la localisation de ce dernier. Chaque marcheur représente un événement pluvieux suffisamment conséquent pour mobiliser des matériaux.

Le marcheur se déplace suivant la plus grande pente et suit donc une règle de déplacement déterministe sans composante aléatoire. Les principales phases du parcours sont les suivantes:

(1) parachuté de manière aléatoire sur la topographie, le marcheur provoque, lors de son impact avec la surface, une érosion amont-aval proportionnelle à la pente (coefficient d) entre le pixel d'impact et ses quatre plus proches voisins (pixels jouxtant l'un des côtés du pixel d'impact); cette première phase du parcours correspond, à l'échelle du système, aux processus de diffusion générés par l'altération de la roche au contact de l'eau, les glissements de pente, la formation de talus... ;

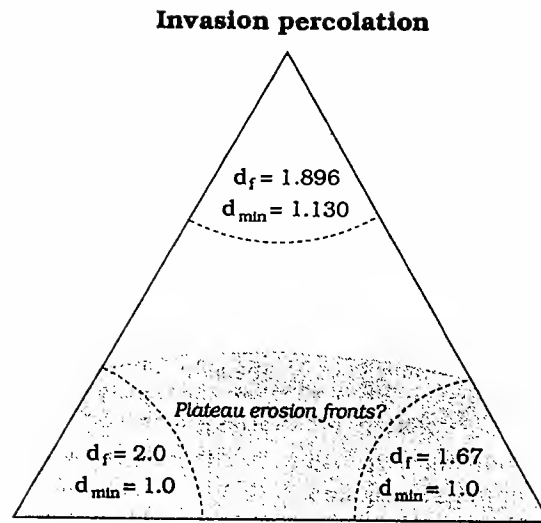


Figure II.17: **Eden growth**

Laplacian fingering

This is a kind of phase diagram intended to illustrate the relative importance of the model weathering and erosion processes. Invasion percolation, which reflects preexisting variability in substrate strength and erosion rates, is unlikely to dominate erosion front morphology. Laplacian, or Poissonian, fingering arising from a DLA growth mechanism in the model reflects seepage weathering as well as seepage erosion and sapping and is thought to be a significant control on plateau front morphology. Background weathering processes and mean substrate weakness are modeled through the Eden mechanism and are thought to be as important. Values of scaling exponents for the three end-member processes include d_{min} , which is the fractal dimension of the shortest path across such structures, and which may affect the scaling of streams formed below the escarpment. Any mixed growth process may exhibit each scaling behavior over distinct length scale ranges. (d'après Stark, 1994)

(2) une fois la phase d'impact terminée, le marcheur se déplace sur le pixel voisin (8 voisins) le plus bas, et érode le pixel initial d'une quantité proportionnelle (coefficient e) à la différence de potentiel entre les deux pixels; le marcheur accumule ainsi une charge de sédiments, tant que sa capacité de transport n'est pas dépassée;

(3) la capacité de transport du marcheur est également supposée proportionnelle à la pente; lorsque la pente décroît suffisamment pour engendrer une charge de sédiments dépassant la capacité de transport du marcheur, celui-ci dépose sur les deux derniers pixels de son parcours une quantité de sédiments telle qu'aucune inversion de pente n'est produite directement par la sédimentation;

(4) le parcours du marcheur s'interrompt lorsque ce dernier atteint les limites du système ou un point bas de la topographie (les 8 voisins sont à des altitudes supérieures); le marcheur dépose alors toute la quantité de sédiments qu'il transporte.

Une bonne compréhension du modèle nécessiterait plus de détails sur les règles d'action du marcheur, notamment au niveau des règles de diffusion et de sédimentation. Malheureusement dans son article de 1992, Chase ne détaille pas suffisamment son modèle.

En jouant sur la valeur relative des coefficients d'érosion, de sédimentation et de diffusion, il est possible de mettre en évidence l'influence de ces trois processus sur l'évolution de la topographie. Afin de disposer d'un critère de comparaison, Chase quantifie les reliefs théoriques obtenus à l'aide du modèle en mesurant leur dimension fractale. Une topographie très irrégulière, où l'altitude en un point est indépendante de celles de ses voisins, présentera une dimension df tendant vers 3. A l'inverse, la dimension df d'un relief aplani tend vers 2. Le calcul de la dimension et l'étude qualitative des reliefs théoriques montre de manière très générale l'action des trois processus précédents. C'est ainsi que l'érosion advective accentue l'irrégularité des reliefs, la diffusion lisse les faibles longueurs d'ondes et la sédimentation atténue l'amplitude des grandes longueurs d'onde.

Le modèle de Chase démontre qu'un modèle de marcheurs (3 paramètres) permet de construire des topographies réalistes en simulant de façon simple les trois modes de transport de sédiments que sont: la diffusion, les écoulements advectifs et la sédimentation. En ne distinguant pas le réseau hydrographique des versants, Chase suppose implicitement que les processus de diffusion et les processus d'advection agissent sur le même domaine spatial. Si le réseau hydrographique et le versant sont fortement couplés, ils ne peuvent cependant pas être confondus. Cette simplification introduit sans doute un biais non négligeable dans les résultats obtenus.

Les modèles d'érosion déterministes, basés sur la résolution des équations de continuité, nécessitent la définition de relations empiriques annexes et d'un nombre important d'hypothèses et de paramètres. Cette complexité contraste singulièrement avec la simplicité des modèles de marcheurs. Ces derniers, souples et performants, représentent une alternative de modèles d'érosion très intéressante à fort potentiel pédagogique. Les modèles de ce type, décrits dans la littérature, sont néanmoins d'une trop grande simplicité et ne distinguent pas, par des règles de marches, d'érosion et de sédimentation distinctes, les versants des réseaux hydrographiques. Il serait donc de notre point de vue intéressant d'améliorer les modèles de marcheurs.

4. Un modèle couplé réseau-topographie

Les analyses mécaniques précédentes montrent des approches des instabilités mécaniques très différentes. La première relie l'évolution du relief au développement d'instabilités marginales (faibles perturbations de la pente locale qui s'amplifient). La deuxième approche fait propager des perturbations à partir de fortes modifications de conditions aux limites du système. Aucun modèle actuel ne permet de relier ces deux approches du problème; sans doute parce que les simulations les plus réalistes des phénomènes d'érosion (Wilgoose et al. (1991), Stark (1992), Masek et Turcotte (1993), par exemple), considèrent implicitement que les réseaux ne peuvent se développer qu'à partir d'une des limites du système (par exemple, l'abaissement du niveau de la mer ou l'existence même de la mer aux bordures des systèmes continentaux). La croissance des réseaux représente alors une instabilité beaucoup trop forte pour permettre le développement d'autres instabilités marginales (instabilités de pente, par exemple). Ces modèles sont pourtant basés sur une ambiguïté puisqu'ils définissent explicitement des règles de croissance liées aux conditions amonts (aire drainée, par exemple) alors qu'implicitement les conditions aval (existence d'un réseau qui draine vers l'extérieur du système) sont encore plus importantes. Bien entendu, les observations montrent que ces deux conditions sont remplies dans la plupart des systèmes naturels (sauf pour les systèmes purement endoréiques), mais on peut se demander si cette condition de connectivité-aval est une condition nécessaire du processus d'érosion ou une résultante (le problème de l'oeuf et de la poule, en quelque sorte !).

Pour étudier l'influence respective des instabilités marginales et de la croissance à partir des conditions aux limites, nous avons construit un modèle probabiliste qui ne présuppose pas une condition de continuité des réseaux hydrographiques, tout en étant basé sur la dualité versant-réseau (liée aux conditions d'écoulement hydrographique) qui est, à notre avis, le moteur de la plupart des instabilités géomorphologiques.

La pluie représente l'une des sources principales d'apport dans les systèmes géomorphologiques (l'autre source étant la tectonique). La variabilité spatiale et temporelle des précipitations se fait à des échelles de temps très courtes devant les vitesses de modifications du relief. Ce "bruit" de haute fréquence induit des fluctuations dans la réponse du système qui sont implicitement moyennées dans la plupart des modèles d'érosion. Nous avons aussi voulu modéliser ces fluctuations de haute fréquence et les conséquences qui en découlent sur l'évolution "moyenne" des variables d'état du système (altitude, aire drainée, flux hydraulique, nature des écoulements, ...).

Concrètement, pour prendre en compte les fluctuations de haute fréquence des apports hydrauliques, nous avons défini la nature des écoulements hydrauliques (de versant ou de réseau) en utilisant un critère de flux instantané q plutôt qu'un critère portant sur sa variable géométrique palliative, l'aire drainée. En d'autres termes, nous voulons différencier le réseau de drainage (l'ensemble des points qui peuvent potentiellement devenir des réseaux hydrographiques) des points qui appartiennent réellement au réseau. La différence entre ces deux ensembles est essentiellement liée aux apports différentiels d'eau sur le système. Il est bien connu que les petites rivières s'assèchent en été... Avec ce modèle, nous définissons la probabilité qu'un point appartienne au réseau qui peut varier entre 0 (versant total) et 1 (réseau permanent).

De plus, nous avons voulu construire un modèle où la topologie des connections ("qui draine dans qui !") n'est pas permanente mais peut varier, au moins à haute fréquence. La définition d'une aire drainée demande alors une moyennisation temporelle des flux. Avec les critères que nous utilisons, nous pouvons créer des flux divergents qui ne respectent plus la condition d'embranchement vers l'aval.

Nous utiliserons ce modèle pour (i) étudier le rôle et l'importance des fluctuations de haute fréquence sur les variables d'état du système (état, flux, topographie, ...), (ii) caractériser les instabilités mécaniques

4.1. Critère de formation des réseaux hydrographiques

Les modèles de croissance de réseau utilisent dans leur grande majorité la notion d'aire drainée critique pour définir le passage du système versant au système hydrographique. La notion d'*aire drainée* est assimilée dans ce cas à la variable *débit* qui correspond beaucoup plus à la réalité physique du phénomène d'initiation des cours d'eau. L'utilisation d'un MNT, avec lequel seule une information topographique est représentée, ne permet pas dans l'absolu d'accéder à des variables dynamiques telles que les flux de matières ou d'eau. Ce n'est que par le biais d'une hypothèse d'apport d'eau uniforme sur l'ensemble du système, qu'il est possible d'interpréter les caractéristiques topographiques aux flux hydroliques. Cette hypothèse très restrictive, repose implicitement sur une échelle de temps suffisamment grande pour pouvoir moyenniser les apports dans l'espace.

CRITERE:

si (date courante - date dernier passage) < ou = temps critique

-> **formation d'un cours d'eau** (creation d'une maille de type réseau)

DATE : numéro du précipiton

Exemple:

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 24 | 21 | 22 | 21 | 45 |
| 30 | 27 | 50 | 25 | 45 |
| 35 | 40 | 50 | 45 | 40 |
| 45 | 51 | 49 | 47 | 38 |
| 32 | 35 | 30 | 31 | 32 |

Grille des dates du dernier passage
avant le lancer du précipiton 70

temps critique = 30



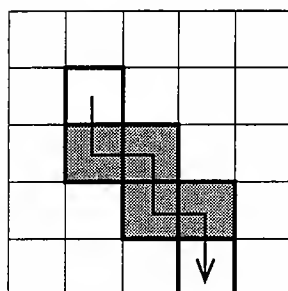
maille de type réseau



maille de type versant

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 20 | 19 | 23 | 21 | 25 |
| 22 | 17 | 15 | 18 | 20 |
| 21 | 13 | 11 | 16 | 17 |
| 17 | 18 | 10 | 15 | 18 |
| 20 | 22 | 17 | 12 | 25 |

Grille des altitudes



Nature des mailles
et trajet

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 24 | 21 | 22 | 21 | 45 |
| 30 | 70 | 50 | 25 | 45 |
| 35 | 70 | 70 | 45 | 40 |
| 45 | 51 | 70 | 70 | 38 |
| 32 | 35 | 30 | 70 | 32 |

Grille des dates

Fig II.18: Critère d'initialisation d'un cours d'eau.

Elle trouve sa justification dans l'existence d'une densité de rivières constante pour des zones de conditions climatiques uniformes. Le temps nécessaire à l'apparition d'une uniformisation des processus d'écoulement ou d'érosion varie selon le degré d'uniformité des conditions climatiques et pédologiques. Mais il n'a pas encore été démontré que l'antécédence de l'initialisation d'un réseau sur ses voisins était négligeable pour la répartition future des aires drainées. La chronologie des événements pluvieux locaux peut conditionner la prédominance de certains réseaux. Cet aspect n'est pas pris en compte dans les modèles qui confondent le débit avec l'aire drainée.

Le modèle reprend le concept de précipitons introduit par Chase (1992) qui désigne des marcheurs dont les règles de déplacement sont fixées par la topographie locale, et qui ont une action de transport de matière. Les précipitons sont introduits aléatoirement sur la topographie. Le nombre de précipitons introduits définit le temps, ce qui revient à négliger le temps de parcours de chaque précipiton devant les fluctuations pluviométriques. L'unité de temps la plus petite, t_U , (qui correspond à la plus haute fréquence de variation de la pluie) est l'écart de temps entre deux précipitons. Le flux hydraulique instantané est défini comme l'inverse de l'écart de temps entre deux passages successifs des précipitons, Δt , en un point de l'espace (que nous appelons "période de retour" dans la suite du texte). Cette condition revient à considérer que chaque précipiton transporte une quantité équivalent d'eau. Notons que cette valeur de flux est déjà une moyenne temporelle sur l'unité de temps t_U .

Nous ne définissons que deux types d'écoulement hydraulique possibles : un écoulement de rivière et un écoulement de versant. Chacun de ces états hydrauliques va conditionner la loi locale de transport de matière du précipiton. Pour définir un critère d'état hydraulique qui prenne en compte les fluctuations de haute fréquence des apports pluviométriques, nous définissons un flux instantané critique, q_{crit} , en dessous duquel l'écoulement est de type versant et au-dessus duquel l'écoulement est de type réseau hydrographique. Avec les hypothèses formulées plus haut, ce critère revient à définir un temps critique, t_{crit} , entre deux passages successifs deux précipitons :

si $\Delta t < t_{crit}$, l'écoulement est de type réseau,

si $\Delta t > t_{crit}$, l'écoulement est de type versant.

Dans la pratique il nous suffira pour chaque maille m_{ij} de garder en mémoire la date de passage du dernier précipiton (t_{ref}), de la soustraire à la date du prochain passage d'un précipiton sur la maille ($t_{ref} - t_{cour}$), pour en déduire la nature de la maille (si $(t_{ref} - t_{cour}) < t_{crit}$ alors m_{ij} est réseau sinon m_{ij} est versant), et d'actualiser la date mise en mémoire (Fig II 18). On prendra pour dater les passages des précipitons le nombre de précipitons lancés à partir du début de la simulation.

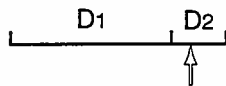
| | | | |
|----|----|----|----|
| 20 | 19 | 23 | 21 |
| 22 | 17 | 15 | 18 |
| 21 | 13 | 11 | 16 |
| 17 | 14 | 10 | 16 |

Position initiale
du précipiton

| | | | |
|---|----------------|----------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | | P ₂ | 0 |
| 0 | P ₁ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

a) Grille des altitudes

b) Grille des probabilités
($p_i = (\Delta h_i)^{1/D}$; D=coefficient de diffusion)



c) Choix aléatoire d'une portion
sur une longueur = $\sum P_i$

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

d) Déplacement du précipiton

Fig II.19 : Règle de déplacement sur le versant.
Le déplacement s'effectue suivant l'une des positions
avales parmi les 4 directions possibles. On détermine
pour chacune d'elles une probabilité P_i de déplacement.
Le choix de la direction s'effectue en pointant de
manière aléatoire l'une des position sur la longueur = $\sum P_i$.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 20 | 19 | 23 | 21 |
| 22 | 17 | 15 | 18 |
| 21 | 13 | 11 | 16 |
| 17 | 14 | 10 | 16 |

Position initiale
du précipiton

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

↑ Direction de déplacement possible
↑ Direction de déplacement

Grille des altitudes

Grille de déplacement

Fig II.20 : Règle de déplacement dans le réseau.
Le précipiton se déplace sur la position la plus basse
par rapport à sa position courante parmi les quatres
direction possibles

On peut montrer que ce critère est équivalent à définir une aire drainée critique. En effet, la probabilité de recevoir un précipiton en une maille M quelconque de l'espace, pendant un temps t est :

$$p = a/A * t,$$

où a est l'aire drainée au point et A l'aire totale du système (on prend l'unité de temps $t_U=1$). Statistiquement, le temps de passage moyen entre deux précipitons au point M correspond à l'inverse d'une aire drainée et le temps critique est donc représentatif d'une aire drainée critique avec une relation de type:

$$a_{crit} = A * t_U / t_{crit}.$$

Contrairement au modèle de Wilgoose et al., les mailles n'acquièrent pas de manière irréversible le type "réseau". La fluctuation locale du nombre de passage de précipitons, due au lancé aléatoire, induit l'apparition temporaire de mailles de type réseau. Seuls les axes de drainage principaux gardent une certaine rémanence au cours de la simulation. Les variations les plus significatives de conversion versant->réseau ou réseau->versant sont situées principalement aux extrémités amont du réseau hydrographique, lorsque les bassins versants d'ordre 1 ne drainent pas suffisamment de précipitons pour maintenir une période de retour inférieure à la période critique. Une autre cause de tarissement des réseaux hydrographiques est l'apparition de zones planes situées à l'aval, où les taux de sédimentation sont supérieurs aux taux d'érosion, et où l'on observe des réorientations fréquentes d'écoulements avec l'apparition d'arborescences hydrographiques divergentes. Les arborescences divergentes engendrent une répartition diffuse des précipitons dans les différentes branches avalées et par là même une augmentation de la période de passage. Au-delà d'un certain degré de divergence le réseau en terme de débit n'est plus viable et disparaît.

L'utilisation de la notion de débit à travers une fréquence de passage de précipitons, constitue l'une des originalités du modèle et permet sans nul doute de traduire avec plus de fidélité les phénomènes d'initialisation mais également de tarissement des cours d'eau. Ce dernier point est impossible à simuler en utilisant une variable palliative comme l'aire drainée critique. Nous pouvons donc à l'aide de ce critère distinguer, à chaque étape du parcours d'un précipiton, le versant du réseau, et appliquer les règles de parcours et d'action qui en résulte.

4.2. Règles de marche

Les processus de transport se divisent en deux classes: les processus diffusifs localisés principalement sur les versants et les processus advectifs dominants dans les cours d'eau. L'interprétation de ces deux types de transport en termes de déplacement de précipitons implique des règles différentes de marche pas à pas (Fig II 19 et II 20). Afin

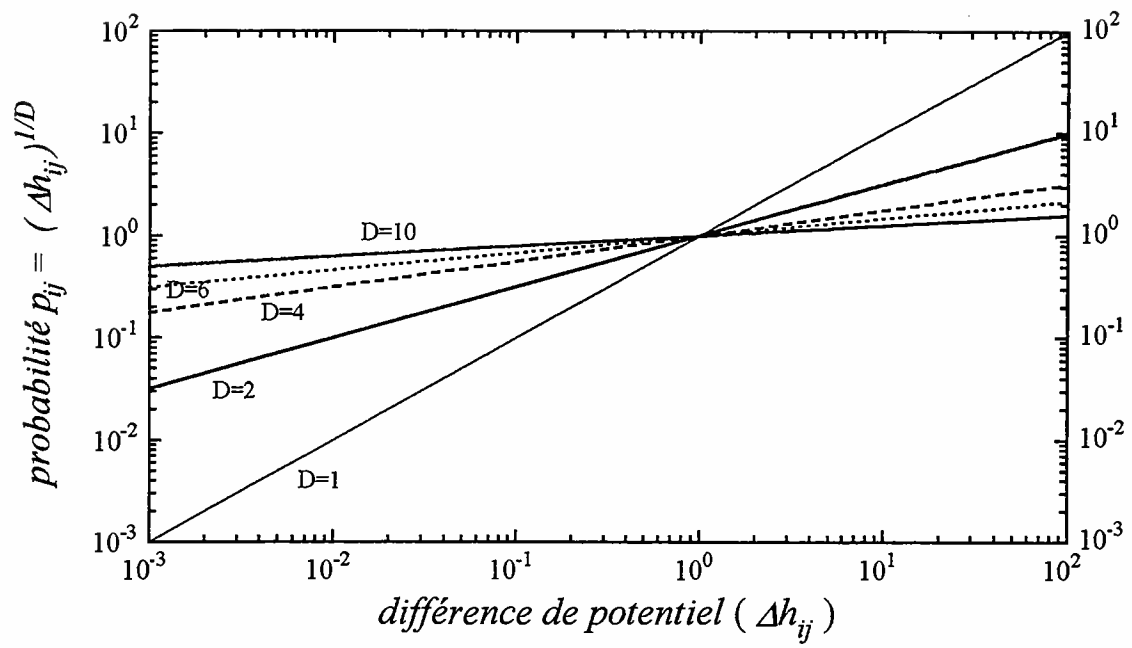


Figure II.21 : Variation de la probabilité de déplacement en fonction de la différence de potentiel. Lorsque le coefficient de diffusion D augmente, la probabilité tend à se stabiliser autour de 1.

de simplifier les calculs, nous utiliserons un déplacement de type D4, à savoir suivant l'une des 4 directions cardinales; le grand nombre de précipitons lancés aléatoirement compensant cette contrainte dans le choix des directions. Le déplacement est unidirectionnel, chaque précipiton étant considéré comme une entité indivisible.

4.2.1. Sur le versant

Les processus de diffusion purs sont caractérisés par un parcours aléatoire de particules dans un milieu donné. Leur modélisation se traduit donc dans l'absolu par une probabilité égale pour le précipiton de se mouvoir dans toutes les directions possibles.

Cependant les processus d'érosion diffus comme les éboulis, les glissements de terrain ou l'effet splash sont soumis de façon non négligeable à l'action de la gravité. Il nous semble donc important d'intégrer cette action dans le modèle. C'est pourquoi nous restreindrons le choix des directions possibles aux seules mailles ayant une altitude plus basse.

On peut également accentuer l'effet de la gravité en introduisant la différence de potentiel $\Delta h_{ij} = (h_i - h_j)$ dans l'expression de la probabilité p_{ij} d'aller dans une direction j à partir de la position courante i . L'expression de p_{ij} en fonction de Δh_{ij} et d'un coefficient de diffusion D doit répondre à deux conditions: (i) elle doit être croissante lorsque Δh_{ij} augmente (plus la différence de potentiel Δh_{ij} est grande, plus les transferts de matières auront tendance à suivre cette direction), (ii) plus le coefficient de diffusion, D , est grand, moins le déplacement est influencé par la différence de potentiel Δh_{ij} . Nous avons choisi d'utiliser une fonction de probabilité en puissance de la différence d'altitude:

$$p_{ij} = \frac{1}{P} (\Delta h_{ij})^{\frac{1}{D}} \text{ si } \Delta h_{ij} > 0 \text{ et } p_{ij} = 0 \text{ si } \Delta h_{ij} < 0; \quad \text{avec } P \text{ tel que : } \sum_j p_{ij} = 1$$

de manière à souligner le caractère diffusif des processus de transport sur les versants. La loi de puissance en $1/D$ atténue très fortement l'influence de la pente, lorsque D augmente (Fig II 21), et génère pour $D \geq 10$ des probabilités proche de 1 quelle que soit la différence de potentiel entre les points. Quand $D \rightarrow 0$, on retrouve le critère de plus grande pente.

4.2.2. Dans le réseau

Les écoulements dans le réseau hydrographique sont supposés suivre la direction la plus grande pente et ne présenter aucune forme de diffusion. Leur modélisation est donc réduite à la simple détermination de la maille présentant le dénivelé le plus important par rapport à la position courante (Fig II 20).

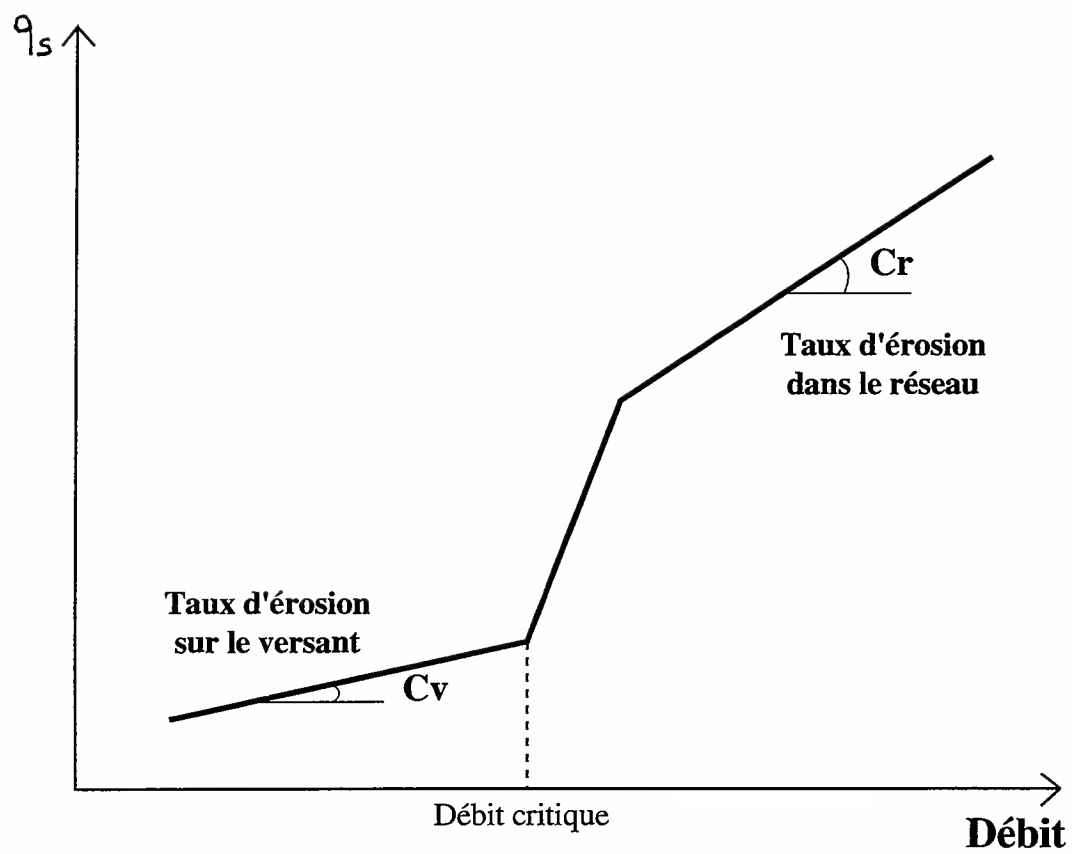


Figure II 22a : La différence des taux d'érosion entre le versant et le réseau introduit une non-linéarité des processus d'érosion

4.3. Règle d'érosion et de sédimentation

La structure des reliefs témoigne de taux d'érosion de sédimentation sensiblement différents selon la nature physico-chimique de la surface et des processus d'érosion impliqués. Dans cette étude, on fera abstraction de la variété pédologique et géologique des substrats, pour se concentrer sur les conséquences de changements de processus d'érosion liées à la nature de l'écoulement.

Nous n'avons retenu que deux lois d'érosion possibles :

- une loi de diffusion où la variation temporelle d'altitude est proportionnelle à la pente locale.
- une loi de transport où il existe des échanges entre une phase aqueuse pouvant transporter des sédiments et le sol.

4.3.1. Loi de diffusion

Cette loi rend compte de déplacement locaux de la matière transportée. Traduit en terme d'action des précipitons sur la topographie, le transport local de sédiment correspond à la règle suivante: le précipiton érode une quantité de matière ($C\Delta h_{ij}$) de la position courante i , proportionnelle à la pente locale (Δh_{ij}), pour ensuite déposer cette quantité de matière sur la position suivante j (Fig II 22a). La différence de processus entre réseau et versant est simulée en introduisant des coefficients d'érosion suivant la nature de la maille (réseau: C_r ; versant: C_v). Dans l'approximation continue, cette loi de marcheur est équivalente à une équation différentielle du type:

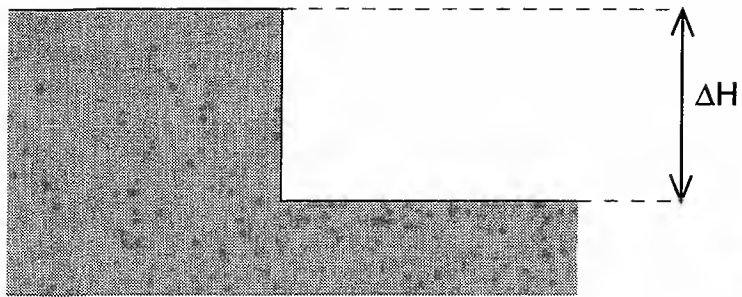
$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha \nabla_{//} (q \nabla_{//} h),$$

où q désigne le flux hydraulique qui draine en ce point, et $\nabla_{//}$ le gradient selon la ligne de plus grande pente (ou la moyenne pondérée des gradients selon les lois probabilités de déplacement définies plus haut). Notons que le flux drainé q dépend des règles de déplacement des précipitons. S'il n'y a pas de diffusion ($D=0$), ce flux est l'équivalent d'une aire drainée. Sinon, il faut définir une équation de continuité particulière du flux.

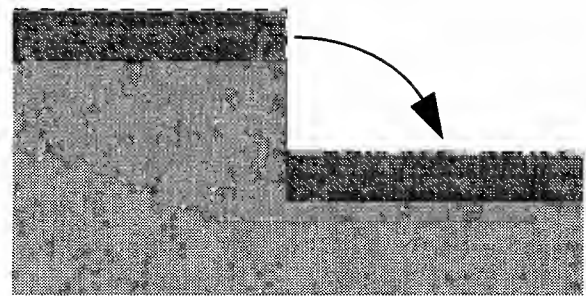
Avec cette expression, la non-linéarité du problème mécanique n'est pas introduite par la loi de diffusion mais par la transition versant→réseau qui correspond à un changement des paramètres C ($C=C_v$ pour le versant et $C=C_r$ pour le réseau). La loi de transport résultante, $q_s(q)$, est représentée sur la figure II 23.

4.3.2. Loi de transport

Les rivières possèdent une certaine capacité de transport qui dépend de la vitesse du fluide et de la granulométrie des sédiments mis en suspension (Howard, 1980). De manière générale une accentuation de la pente augmente le pouvoir érosif du cours d'eau



Etat initial

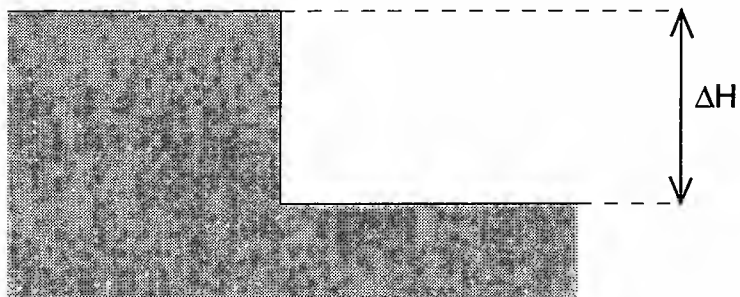


Erosion-sédimentation

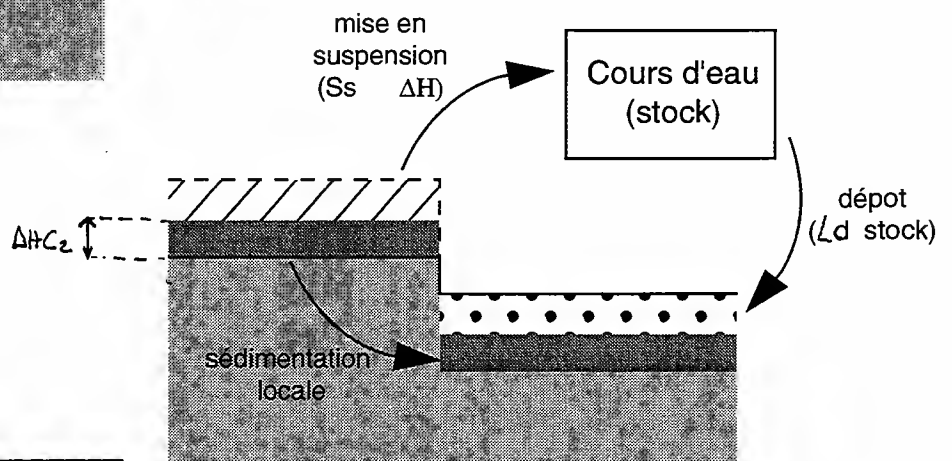


Etat final

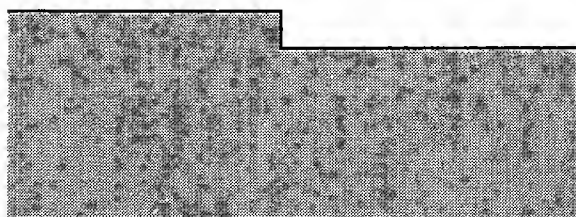
Fig II.22 Règle d'érosion-sédimentation pour le versant et le réseau dans le schéma 1 et pour le versant dans le schéma 2



a) Etat initial



b) Erosion-sédimentation



c) Etat final

Fig II.23 : Règle d'érosion-sédimentation pour le réseau dans le schéma 2

Cr: coefficient d'érosion dans le réseau,

Ss: coefficient de mise en suspension

Sd: coefficient de déposition,

Stock: charge de sédiments dans le réseau

et sa charge en sédiments. Inversement une diminution de la pente engendre un dépôt de sédiments et une réduction de la charge de matière en suspension. Le cours d'eau se comporte comme un réservoir de sédiments qui possède sa propre loi d'évolution. Le modèle d'érosion-sédimentation consistera donc à compléter le schéma précédent en ajoutant une variable supplémentaire : le stockage de sédiments dans la phase aqueuse, s . Bien entendu, cette loi de transport ne s'applique qu'aux mailles de type réseau. Les règles qui suivent ne concernent donc pas les mailles de type versant, pour lesquelles les règles d'érosion-sédimentation (diffusion) restent inchangées.

Nous utilisons une loi de transport simple où l'augmentation de s est proportionnelle à la pente locale, et où une proportion s/L_d de la charge solide est redéposée, L_d étant l'analogue d'une longueur caractéristique (voir le paragraphe sur les mécanismes couplés au début du chapitre 2).

Lorsqu'un précipiton se déplace d'une position i à une position j , il érode la position i d'une quantité $S_s \Delta h_{ij}$, qui est stockée dans la phase aqueuse. Simultanément, le précipiton redépose au point j , une proportion s/L_d de la charge en sédiments (Fig II 22b). Cette redéposition est toutefois limitée pour empêcher une inversion des pentes lors de la phase de sédimentation. Si le précipiton quitte le réseau pour aller sur des mailles "versant", il continue à déposer des sédiments suivant les règles précédentes, sur autant de mailles que son stock le lui permet. Précisons que lorsque le précipiton tombe dans un trou, il libère tout le stock emmagasiné avant de disparaître. Ce cas de figure peut générer une inversion de la pente locale si le stock dépasse le volume du trou. Cette modification du relief reste néanmoins très localisée et n'engendre pas de perturbation sensible dans l'évolution du relief.

Dans la limite continue, ces règles de transport sont analogues aux équations décrites dans le paragraphe 3.1.2.2. (*le transport advectif des rivières*). L_D représente une distance caractéristique du transport.

Si besoin, cette équation de transport peut se combiner simplement avec une équation de diffusion.

4.4. Résultat du modèle de précipitons

L'utilisation de ce modèle très schématique vise à mettre en évidence l'influence des principaux types de processus d'érosion sur le développement des réseaux hydrographiques et du relief. Nous distinguons dans le modèle deux modes de transport de matière: l'un diffus et l'autre advectif, et deux groupes de processus suivant leur localisation sur le versant ou dans le réseau. Le modèle interprète sous la forme d'un coefficient, le taux d'érosion ou la capacité de transport caractéristique de chacun de ces sous-ensembles. En jouant sur les valeurs relatives des coefficients, il ainsi est possible d'accentuer ou d'atténuer l'érosion différentielle engendrée par le changement de régime

hydraulique. Un rapport $\frac{C_r}{C_v}$ élevé traduit un fort pouvoir d'incision du ruisseau, et une valeur L_d élevée le transport sur de longues distances de quantité de matière érodée localement avec un taux de transport proportionnel à $S_s L_d$.

L'échelle de temps des processus est implicite suivant la valeur des coefficients des paramètres C_r et C_v . Entre deux passages de précipitations l'altitude en un point varie en fonction de la valeur de ces deux paramètres. Considérons deux simulations, une première réalisation avec des valeurs de coefficients d'érosion de référence, et une deuxième réalisation avec des valeurs de C_r et C_v supérieures, mais avec un rapport $\frac{C_r}{C_v}$ identique. Les variations d'altitudes à chaque pas de temps seront supérieures dans le cas de la deuxième simulation. Le rapport constant des coefficients d'érosion, induit implicitement que les processus sont identiques dans les deux réalisations. Seule une érosion sur une plus longue durée permet alors d'expliquer des altitudes finales inférieures. Le temps écoulé entre deux lancés de précipitations n'est donc pas le même pour les deux simulations. Les processus d'érosion ne sont définis dans le modèle que par la valeur relative des coefficients d'érosion. Des valeurs différentes mais un rapport constant ne changent en rien le cas de figure traité.

4.4.1. Evolution des réseaux hydrographiques et des reliefs.

Nous présentons dans ce paragraphe deux exemples de simulations afin d'illustrer les principales phases d'évolution de réseaux de drainage. Ces deux exemples correspondent à des échelles de longueur et de temps différentes de plusieurs ordres de grandeur. La première simulation reproduit l'installation d'un réseau de rigoles sur un versant de pente constante et de rugosité initiales égale à 1% de l'altitude maximale du relief. Le deuxième exemple simule l'érosion progressive d'un plateau d'élévation moyenne constante ($z(t=0)=1$).

La limite aval du système ($x=0$) est maintenue à une altitude nulle; à l'amont ($x=1$), le flux de matière est nul. Des conditions périodiques sont imposées sur les limites latérales du système. La principale différence entre les deux simulations vient de la perturbation initiale imposée par la condition aval. Dans le cas de la première simulation, il n'existe pas de différence d'altitude entre la limite aval du système et la base du versant. Dans le cas du plateau, il existe initialement une forte différence d'altitude entre l'extrémité du plateau et la limite aval.

4.4.1.1. Erosion d'un versant de pente constante

Nous posons pour cette simulation les hypothèses suivantes:

- (1) les processus de transport dominants sur le versant et dans le réseau sont diffusifs (pas de stockage de matière dans le réseau: $S_s = 0$);

(2) les écoulements sur le versant ne sont pas suffisamment importants (charge hydraulique des filets d'eau faible) pour induire une érosion différentielle importante entre les écoulements concentrés (rigoles) et les autres processus érosifs dominants sur le versant ($\frac{C_r}{C_v}=2$). L'effet de dispersion est caractérisé par un coefficient de diffusion $D=1$.

Le temps critique t_{crit} est égal à 20 de manière à laisser se développer un réseau dense de rigoles.

Deux types d'information, l'une topographique (blocs diagrammes) et l'autre hydrographique (réseau hydrographique dans un plan), sont présentés. A tout instant, un pixel peut avoir soit un état Réseau, soit un état Versant. Nous avons calculé, pour chaque pixel, la probabilité qu'il soit à l'état Réseau, c'est à dire le nombre d'occurrence où il est dans cet état normalisé au nombre d'occurrence où le pixel a été considéré. Les figures montrent plusieurs stades d'évolution correspondant chacun à N précipitons lancés ($N=15\ 000 * \text{numéro de l'étape d'érosion}$).

Les premiers stades d'évolution (figure II 24) présentent une organisation rapide du réseau de drainage. Les précipitons ne suivent pas au stade 1 de parcours bien défini. Mais dès le stade 2 des chemins préférentiels arborescents apparaissent. Le réseau de drainage ainsi initié s'organise par la suite (Fig II 24 et II 25, stades 3 à 25) par une succession de captures, en un réseau stable ne présentant plus de variations de structures significatives (Fig II 26). La croissance du réseau de drainage se fait par coalescence de structures initialement isolées et non pas par croissance progressive de structures arborescente à partir de la condition aux limites aval. Dans cet exemple les instabilités à l'origine de l'incision du versant ne sont donc pas induites par des modifications de conditions aux limites du système. L'organisation du réseau correspond plutôt au développement d'instabilités marginales. Il est intéressant de noter que le réseau acquière une relative stabilité dès les premiers stades. Le relief au contraire suit une évolution plus linéaire avec une amplification progressive des structures topographiques (Fig II 25 et II 26).

4.4.1.2. Erosion d'un plateau

Les hypothèses utilisées sont les suivantes:

- (1) le transport de matière dans les cours d'eau est purement advectif ($C_r=0$);
- (2) le rapport des coefficients d'érosion entre la diffusion de versant et le transport, $\frac{S_s}{C_v}$, est égal à 4;
- (3) la longueur caractéristique du transport, L_d , est égal à 20 pixels, soit 1/6 de la largeur du système.

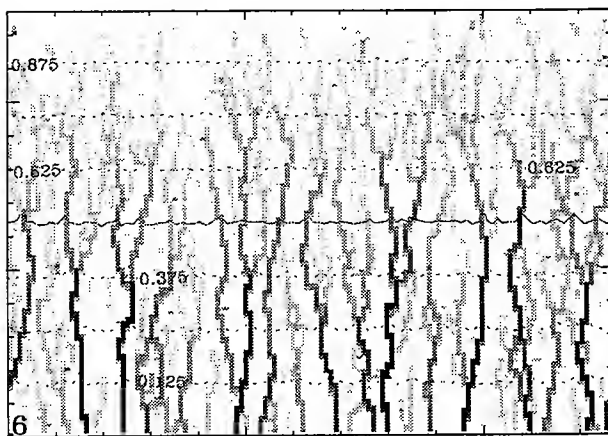
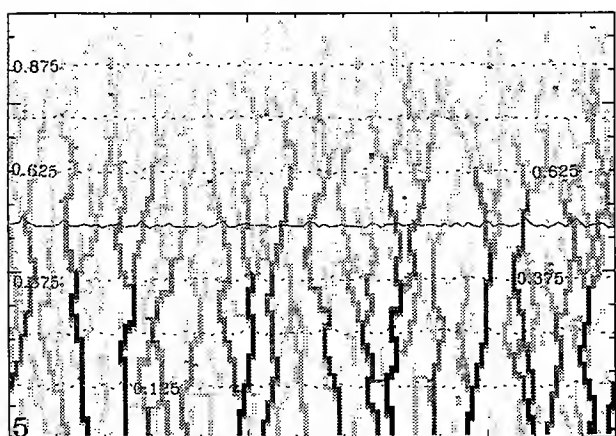
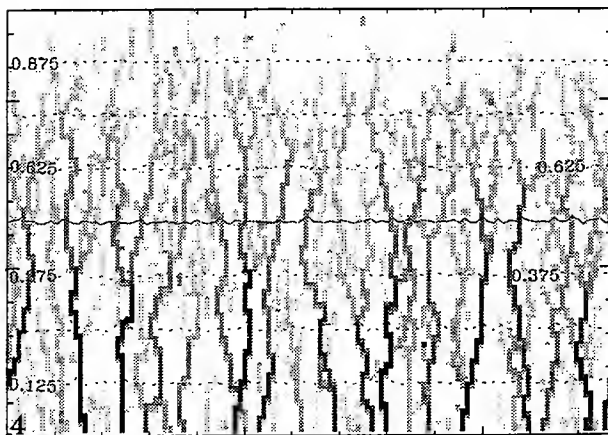
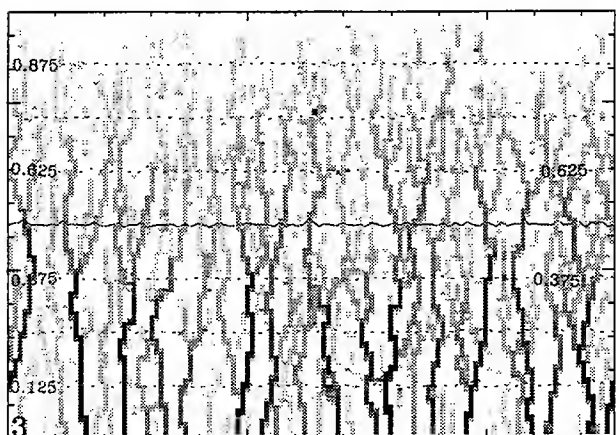
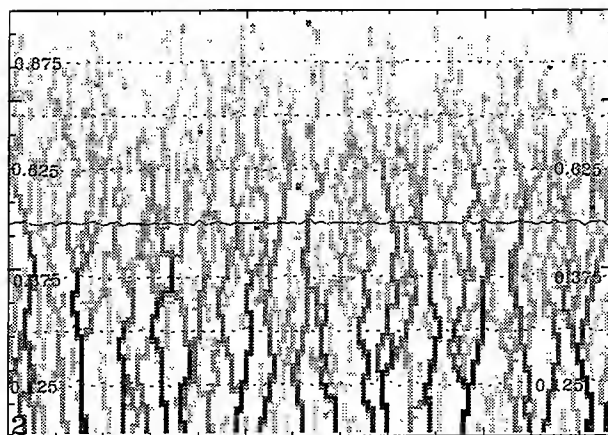
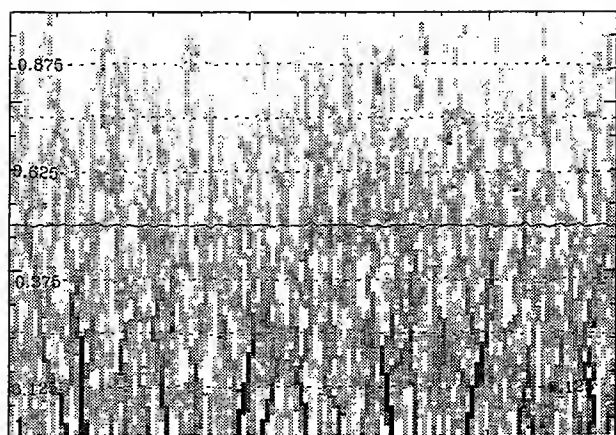


Figure II 24: Erosion d'un versant de pente constante; premiers stades d'évolution du réseau.

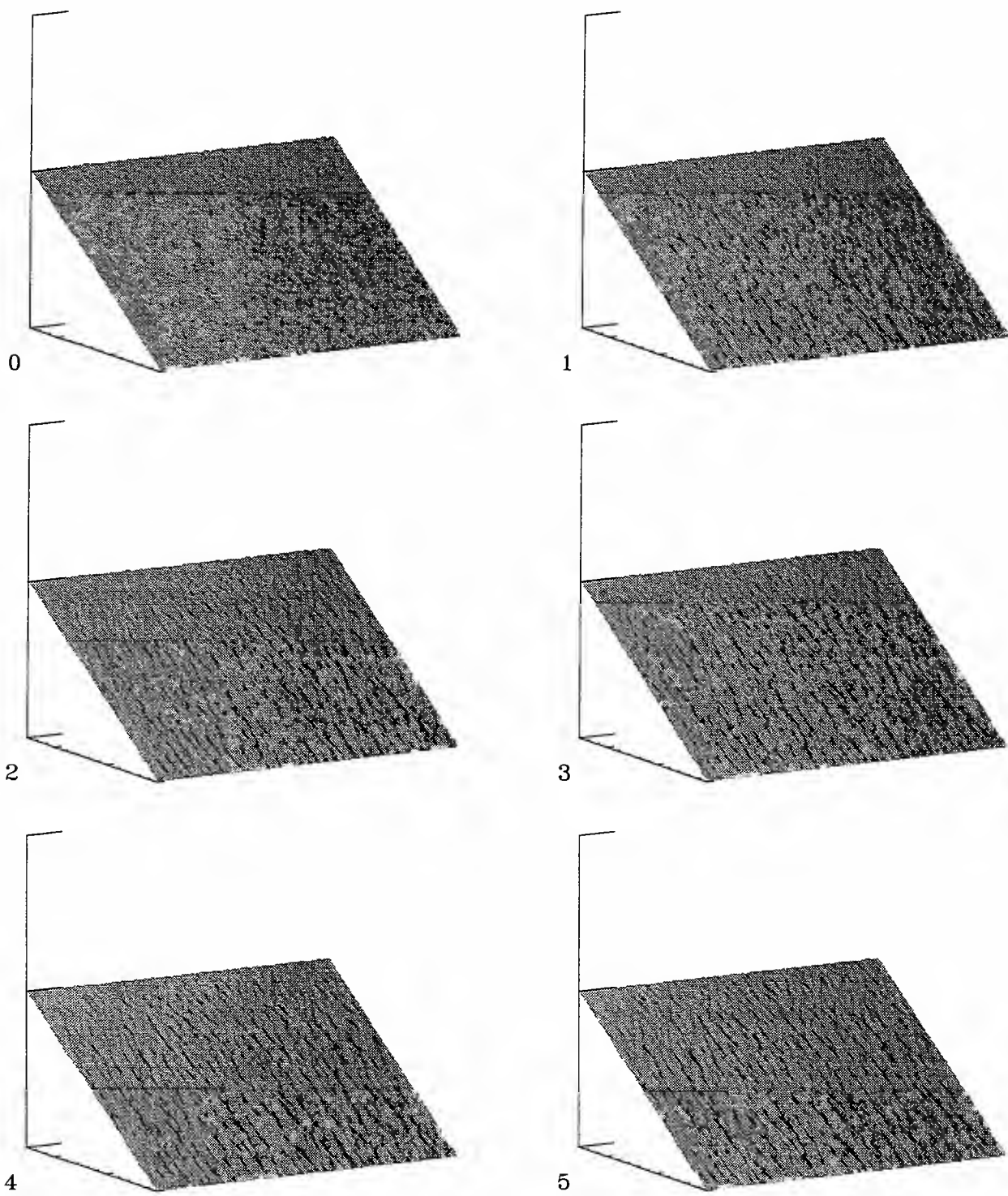


Figure II 25: Erosion d'un versant de pente constante; premiers stades d'évolution du relief.

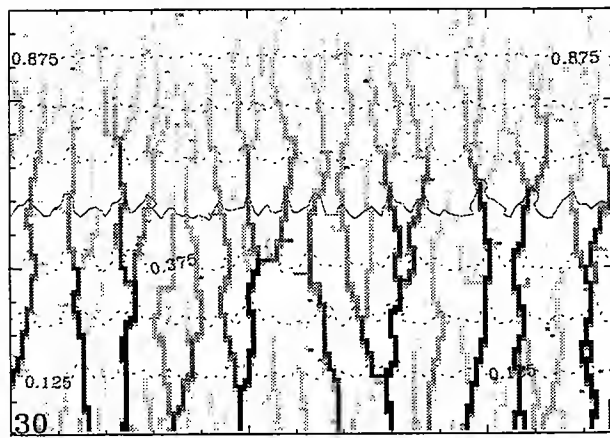
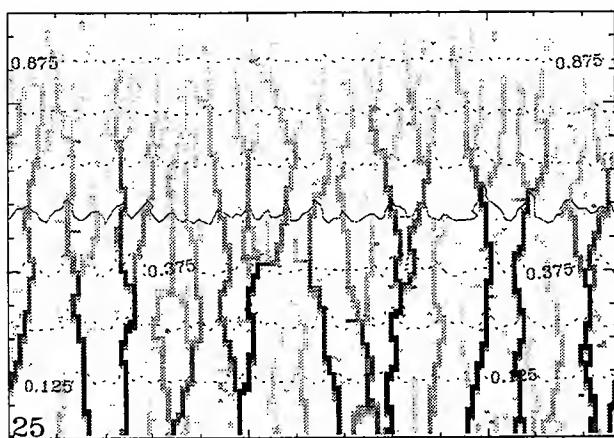
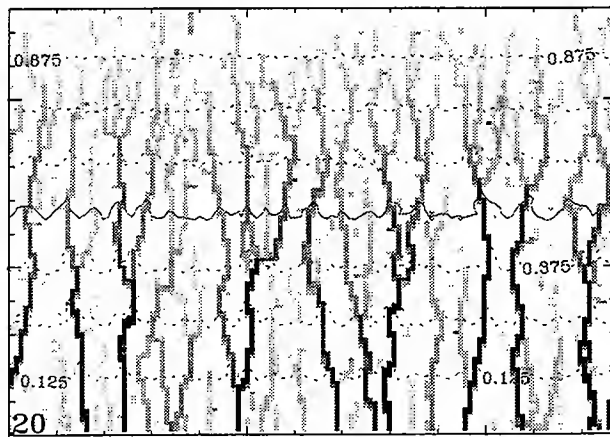
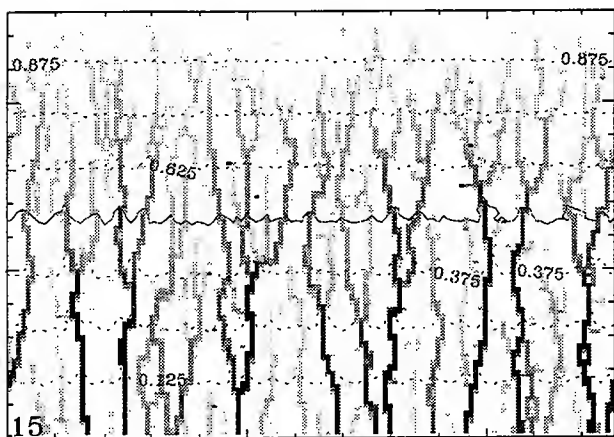
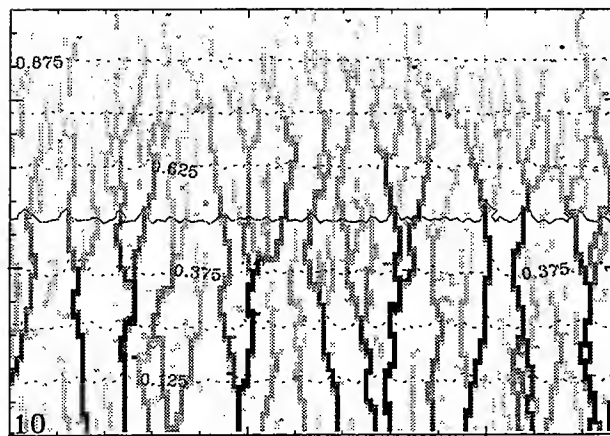
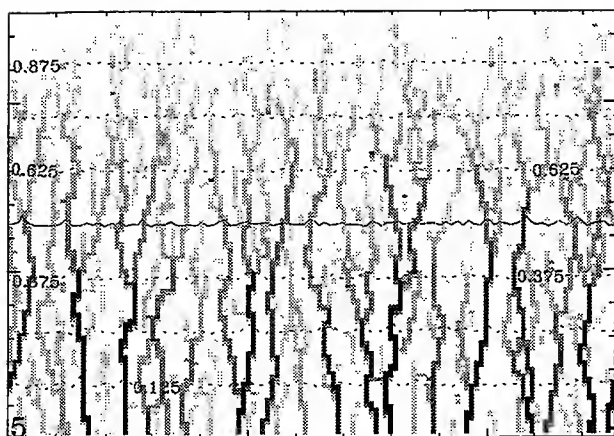


Figure II 26: Erosion d'un versant de pente constante; phase de stabilisation de la structure des réseaux.

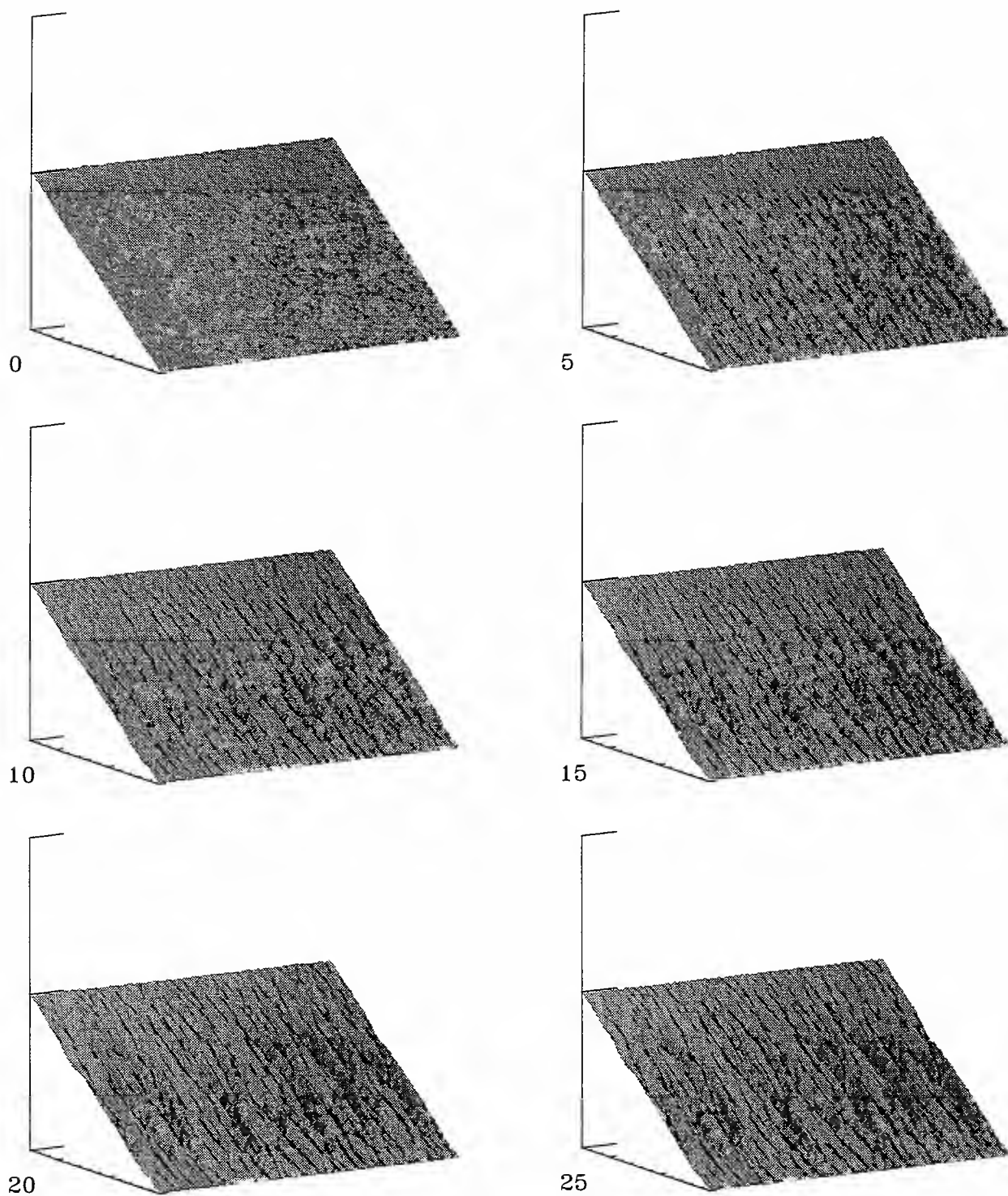


Figure II 27: Erosion d'un versant de pente constante; stades ultérieur d'évolution du relief.

Le temps critique t_{crit} et le coefficient de diffusion D sont inchangés ($t_{crit}=20$, $D=1$). Notons cependant que le nombre N de précipitons lancés entre chaque étape présentée est 10 fois supérieur au précédent ($N=150\,000 \times \text{numéro de l'étape d'érosion}$).

Cet exemple montre essentiellement 3 phases d'évolution (Fig II 28 et II 29):

- (1) une croissance aval-amont du réseau hydrographique avec la formation de lacs dans les zones planes (stade 10)
- (2) un développement maximal des réseaux hydrographiques avec une connexion de tous les points au niveau de base (disparition des lacs) (stade 20);
- (3) la formation de zones de dépôt (vallées alluviales) engendrant des arborescences hydrographiques divergentes vers l'aval (les cours d'eau deviennent moins localisés).

Contrairement à l'exemple précédent le réseau ne possède pas de structure stable et évolue fortement avec le relief. La variabilité des réseaux théoriques obtenus et la possibilité de créer des divergences Amont/Aval mettent en valeur le potentiel du modèle à reproduire une évolution réaliste des réseaux hydrographiques. Les critères de validation courant tels que les lois de Horton ou de Hack ne peuvent être utilisées pour de telles configurations. Ces dernières n'ont en effet de sens que dans le cas de réseaux arborescents convergents d'Amont en Aval. Ceci retire une grande part de l'intérêt que pouvaient représenter ces lois, quoique d'utilisation déjà critiquable (voir Chapitre I § 7 et Chapitre II § 2.2.2.2). Nous nous contenterons donc d'une analyse qualitative des résultats.

La croissance des réseaux simulée à l'aide de ce modèle n'obéit pas à un mode unique de progression. L'extension des réseaux s'effectue à la fois par une progression des têtes de biefs vers l'amont, et par la capture de structures non raccordées au niveau de base. Cette simulation montre aussi le développement de structures de drainage non connectées à la limite aval du système. Indépendantes des conditions limites du système, elles ne sont contrôlées que par les configurations locales de la surface. Ces structures finissent par être capturées par le réseau principal. Ce schéma de progression est sensiblement différent, et à notre sens plus réaliste, de celui d'une croissance pas à pas du réseau à partir de la limite aval du système, qui était proposé jusqu'à présent dans les modèles.

Les deux exemples de réalisation démontrent que l'application simple de règles d'érosion et de sédimentation suffisent à reproduire un certain réalisme. A défaut d'une analyse quantitative, l'évolution des réseaux théoriques obtenus a permis de faire ressortir l'une des principales originalités du modèle: *la propagation des réseaux ne peut se réduire à une croissance irréversible vers la condition aux limites aval. Les phénomènes de capture et les instabilités de pente jouent un rôle prépondérant sur l'évolution du relief*

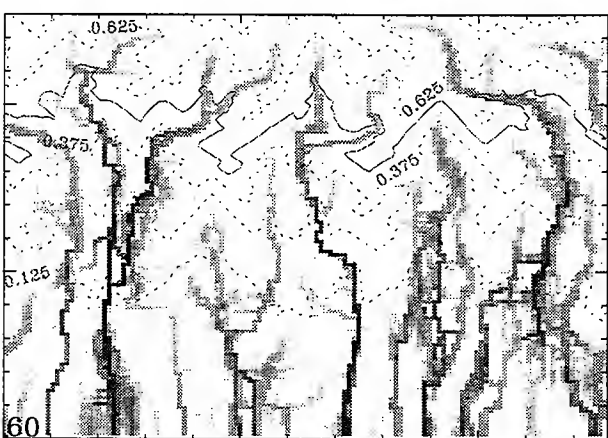
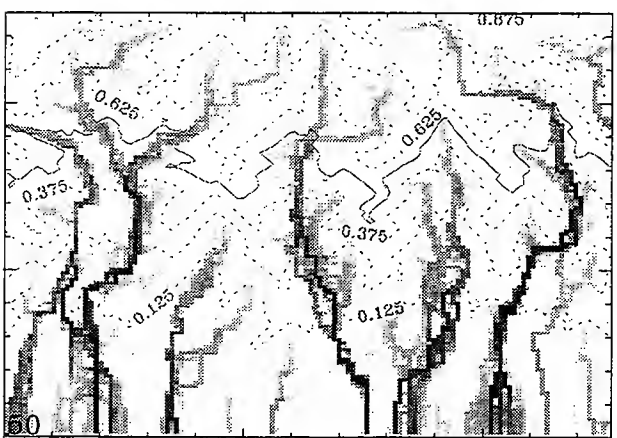
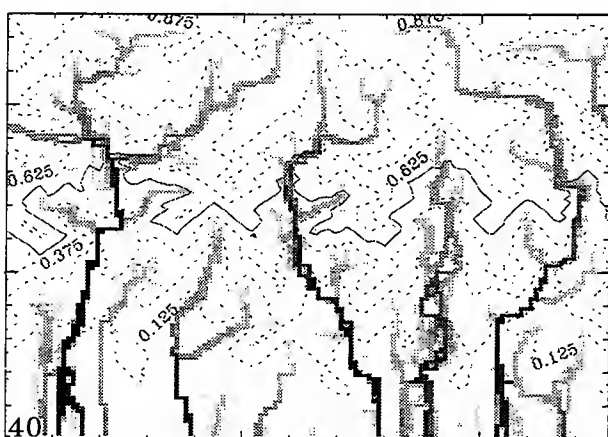
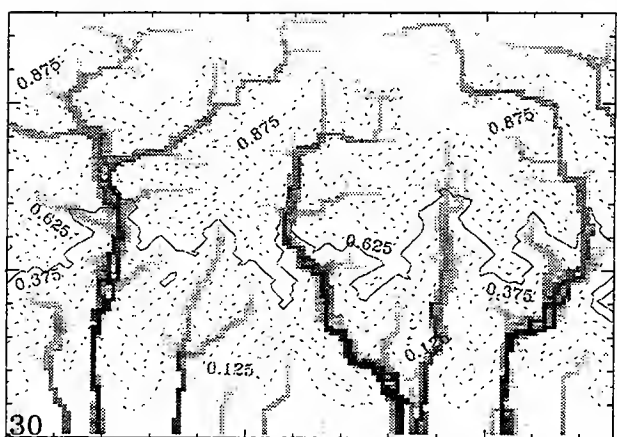
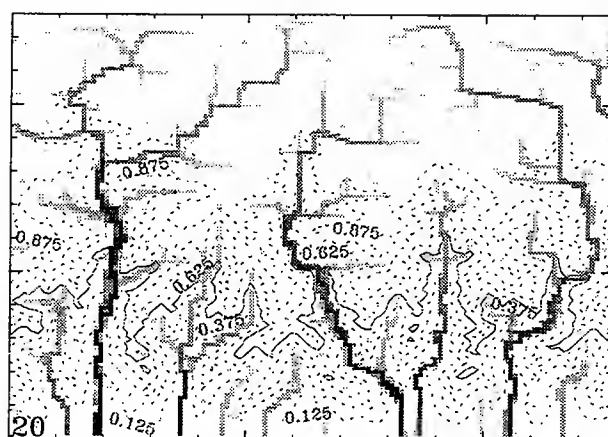
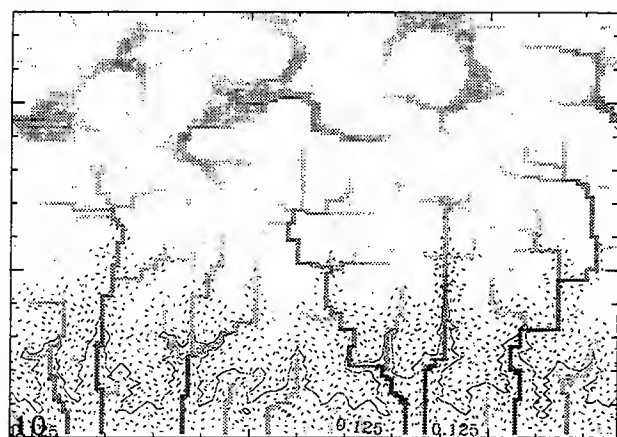


Figure II 28: Erosion d'un plateau; stades d'évolution du réseau.

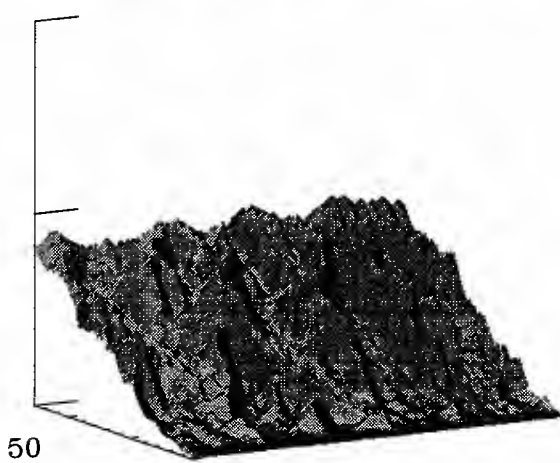
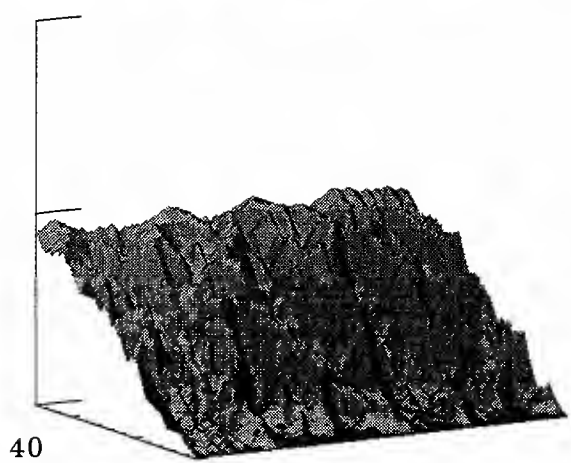
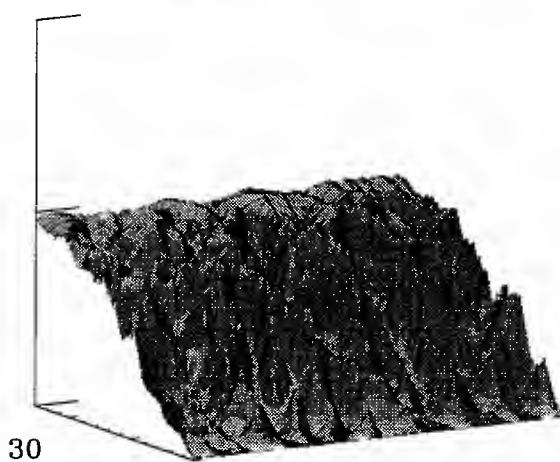
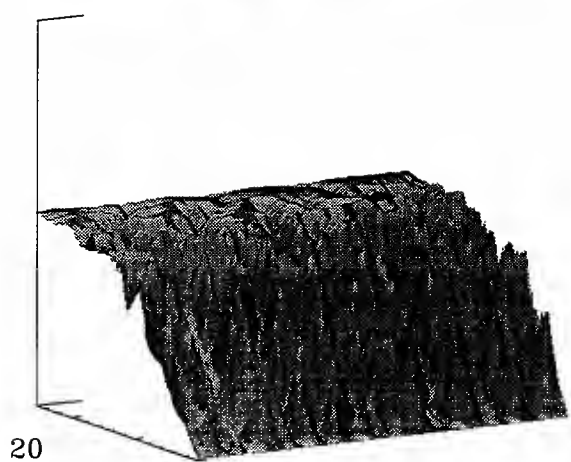
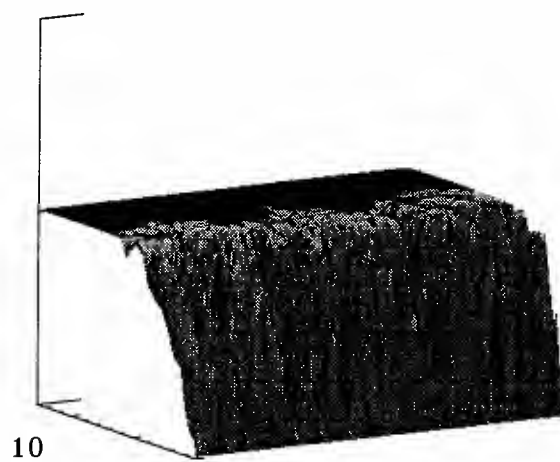
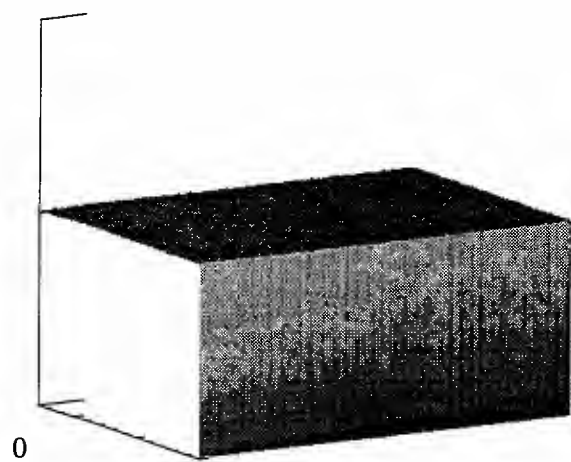


Figure II 29: Erosion d'un plateau; stades d'évolution du relief.

Notre critère de réseau, en intégrant la variabilité locale de la fréquence des pluies et en supprimant les conditions de branchement aval, procure une certaine liberté d'évolution aux réseaux vis à vis des conditions topographiques. Dans les modèles utilisant une aire drainée critique, la géométrie des réseaux est entièrement contrôlée par la topographie. Une modification du réseau est forcément liée à une modification topographique. Le critère de débit critique tel qu'il est conçu, à savoir avec une forte composante aléatoire due à la pluie, introduit un degré de liberté supplémentaire au système.

Ce modèle démontre de plus qu'il n'est pas nécessaire d'introduire une hypothèse implicite de connexion comme un critère d'aire drainée amont pour engendrer des réseaux arborescents.

4.4.2. Analyse quantitative des instabilités développées par les processus d'érosion

L'analyse qui suit vise à définir l'influence de paramètre sur l'évolution du profil moyen du système et sur la croissance d'instabilités. Les paramètres étudiés sont: le degré de diffusion, l'érosion différentielle entre le versant et le réseau, ou encore la capacité de transport des cours d'eau. Plusieurs simulations ont été effectuées en utilisant des combinaisons des paramètres $(D, t_{crit}, \frac{C_r}{C_v}, L_d, S_S)$ différentes. Pour chacune d'entre elles une analyse fréquentielle par Transformée de Fourier permet de dégager l'évolution des principales longueurs d'ondes et par là même des instabilités qui se développent.

Le profil initial choisi pour toutes les simulations est un profil sinusoïdal, convexe/concave, avec pour condition limite amont ($x=1$) un flux nul, et pour condition limite aval ($x=0$) le maintien d'une altitude nulle. Des conditions périodiques sont imposées sur les bords latéraux. La condition limite-aval implique une évacuation totale de la matière arrivant en $x=0$. La rugosité de la topographie initiale est égale à 1% de l'élévation maximale.

4.4.2.1. Erosion de versant, influence de paramètre de diffusion D

L'influence du paramètre D sur le développement des instabilités est testée en ne considérant que le transport sur les versants ($\frac{C_r}{C_v}=1, L_d=S_S=0$). Les processus d'érosion sont donc supposés linéaires et purement diffusifs.

Trois cas sont étudiés:

- $D=0$ correspondant à des déplacements suivant la plus grande pente locale quelle que soit la position du précipiton;
- $D=1$ où la probabilité d'aller dans une direction est proportionnelle à la pente;
- $D=10$ pour lequel les directions de déplacement sur des points avals sont pratiquement équiprobables.

Les topographies résultats (Fig II 30, II 31, II 32) présentent un profil moyen évoluant d'un profil convexe/concave à un profil concave. On observe en effet une migration du point d'inflexion vers l'amont, ce dernier disparaissant par la suite progressivement. Cette tendance vers un profil concave trouve son origine dans l'application de déplacements diffusifs orientés vers l'Aval. Les règles de déplacement sur le versant lorsque $D \neq 0$ ne correspondent pas à une véritable diffusion isotrope. Ce cas de figure ne peut donc pas être assimilé au cas théorique d'un profil convexe/concave soumis à des processus diffusifs isotropes. Rappelons que la partie convexe d'un tel profil soumis à des processus diffusifs devrait en théorie être stable.

Quelle que soit la valeur de D , les instabilités développées sur la partie convexe du profil sont atténuées dans la partie concave. On peut en déduire que le modèle d'une érosion diffusive linéaire ne permet pas aux instabilités de se développer dans un profil concave. Il est donc nécessaire, pour développer des instabilités dans un profil concave, d'introduire une non linéarité dans la modélisation des processus érosifs.

Suivant la valeur du coefficient de diffusion, l'orientation des structures topographiques est plus ou moins contrainte par le pendage moyen du profil. Lorsque les déplacements s'effectuent suivant la plus grande pente ($D=0$), l'orientation des talwegs suit la pente moyenne du système. L'introduction d'une composante aléatoire dans l'orientation des déplacements génère une dispersion des directions de drainage notamment dans la partie concave du système.

4.4.2.2. Les instabilités liées à la formation des réseaux

L'influence du rapport des taux d'érosion $R = \frac{C_r}{C_v}$ peut être mis en évidence en imposant un coefficient de diffusion fixe ($D=1$), et une capacité de transport nulle dans le réseau ($L_d, S_g = 0$). Le temps critique de formation des cours d'eau t_{crit} est égale à 20 de manière à laisser la possibilité au réseau de se développer. Nous avons simulé l'évolution du profil convexe/concave pour trois valeurs de R ($R=1$, $R=4$, $R=10$). Une analyse de fourrier sur 63 stades d'évolution permet de suivre dans le temps la valeur et l'amplitude des longueurs d'ondes dominantes pour chacun des cas de figure.

L'étude qualitative des topographies résultats (Fig II 33 et II 34) montre qu'une augmentation du rapport R engendre une accentuation du relief et l'installation plus rapide d'un profil concave. La différence de potentielle entre les points situés dans le réseau et ceux situés sur les lignes de crêtes augmente d'autant plus que le pouvoir d'incision du réseau est important. Nous observons alors une augmentation des pentes et de ce fait une accentuation de la rugosité du relief. L'analyse des longueurs d'ondes dominantes sur une ligne du profil (ligne 100, ligne où l'amplitude des longueurs d'onde est maximale) révèle (Fig II 35 et II 36):

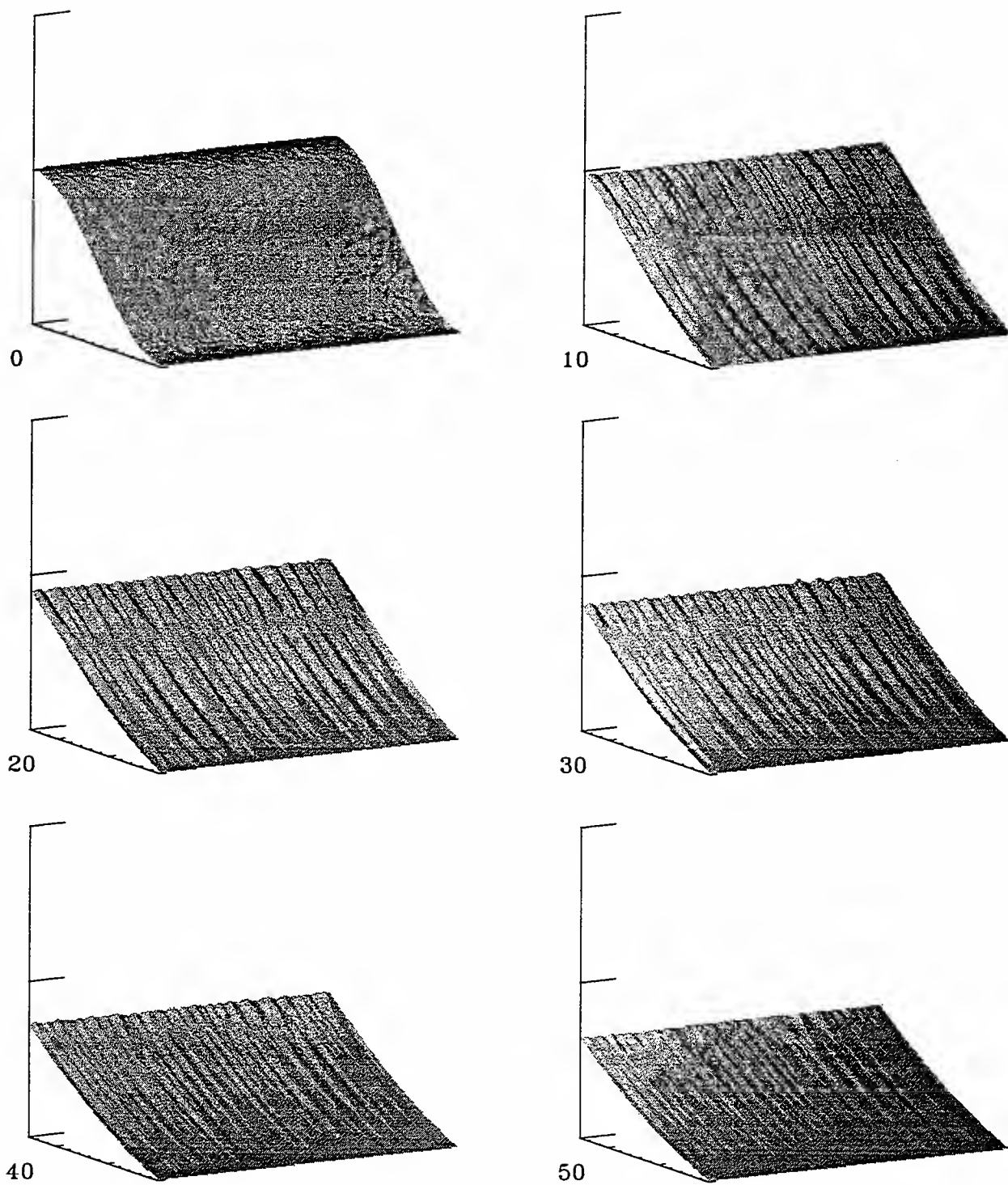


Figure II 30: Influence des processus de diffusion sur l'évolution d'un versant convexe/concave. Cas $D=0$: les écoulement suivent la plus grande pente.

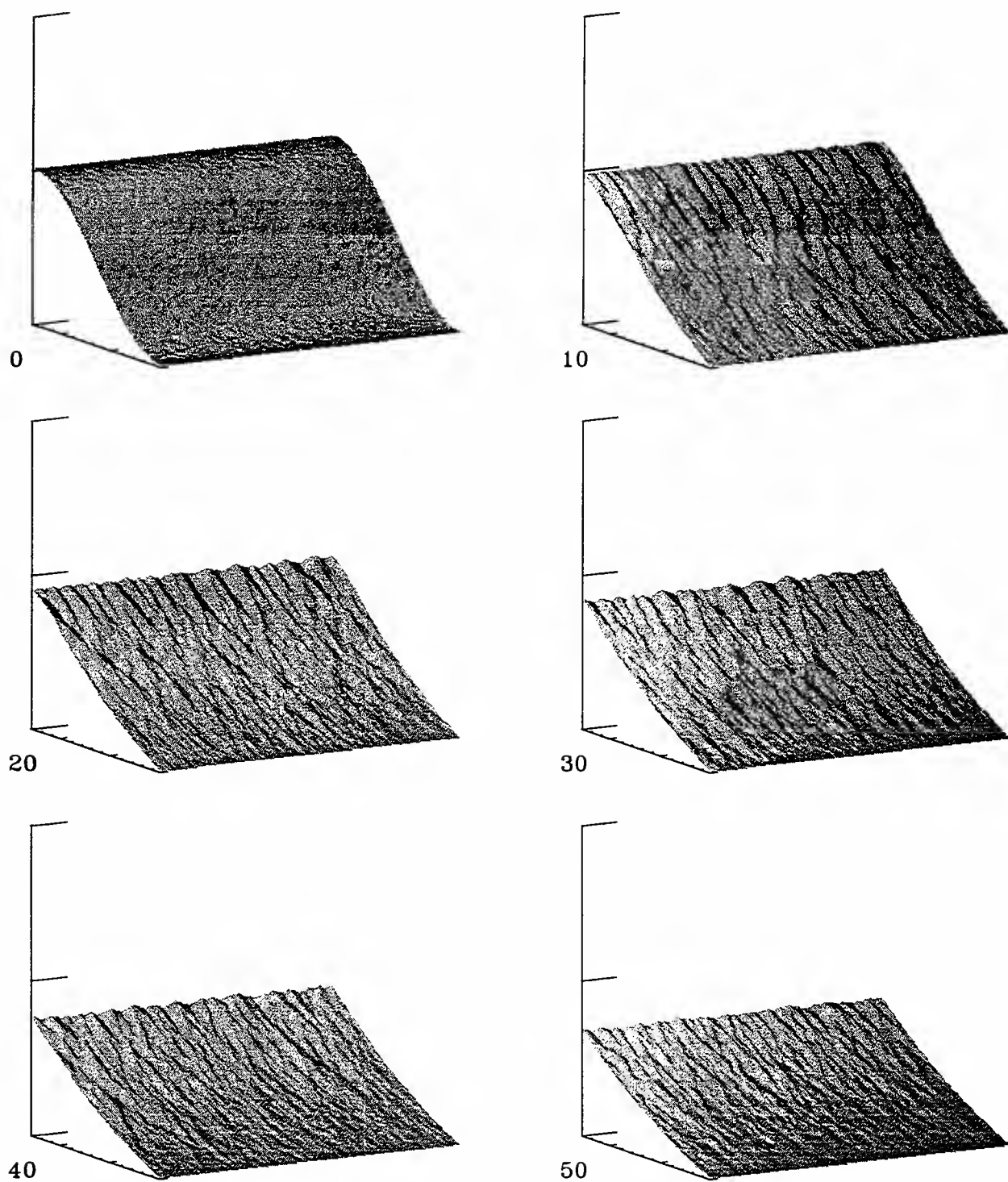


Figure II 31: Influence des processus de diffusion sur l'évolution d'un versant convexe/concave. Cas $D=1$: écoulements semi-déterminites vers l'Aval.

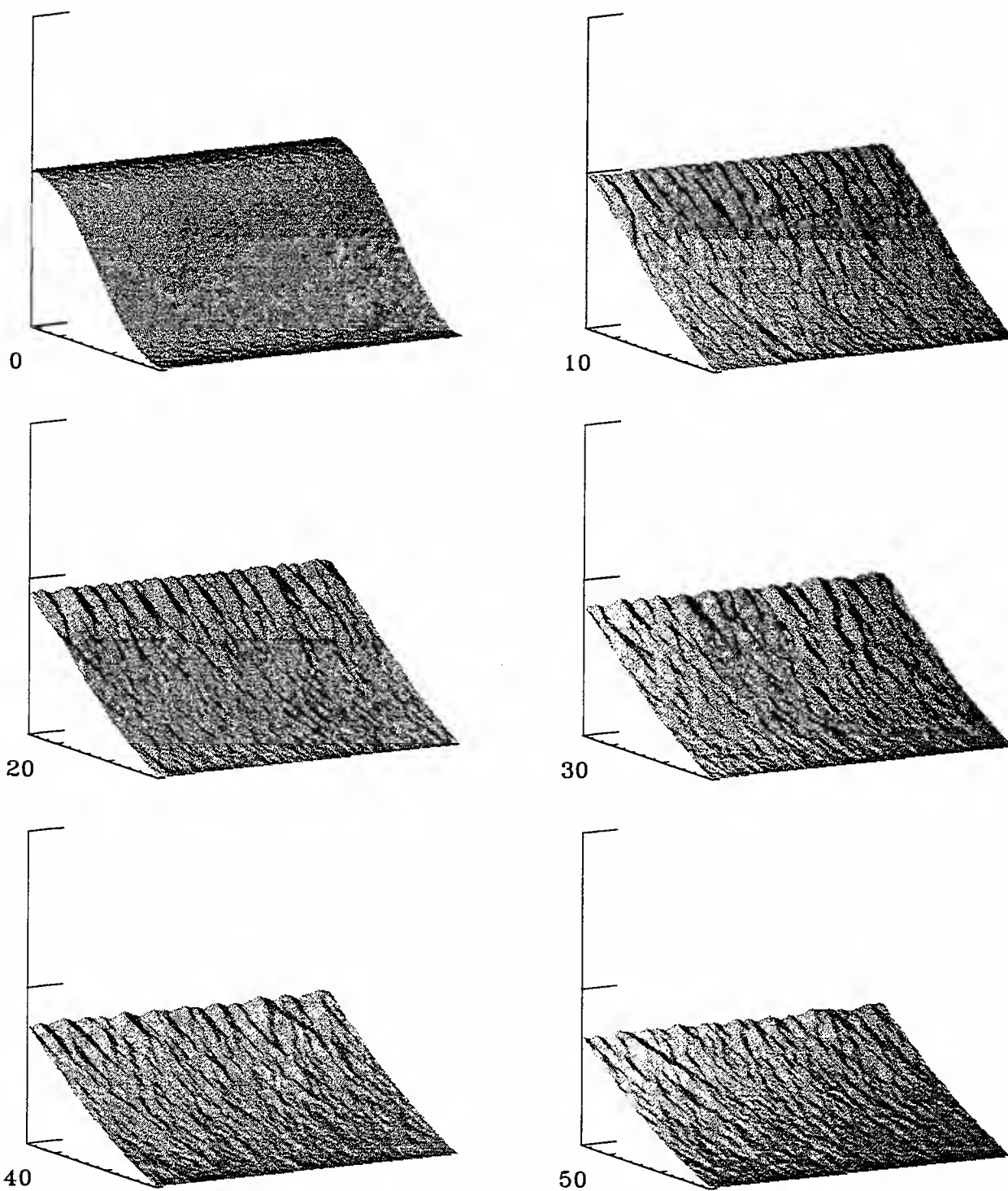


Figure II 32: Influence des processus de diffusion sur l'évolution d'un versant convexe/concave. Cas $D=10$: les écoulements s'effectuent de manière aléatoire vers l'Aval.

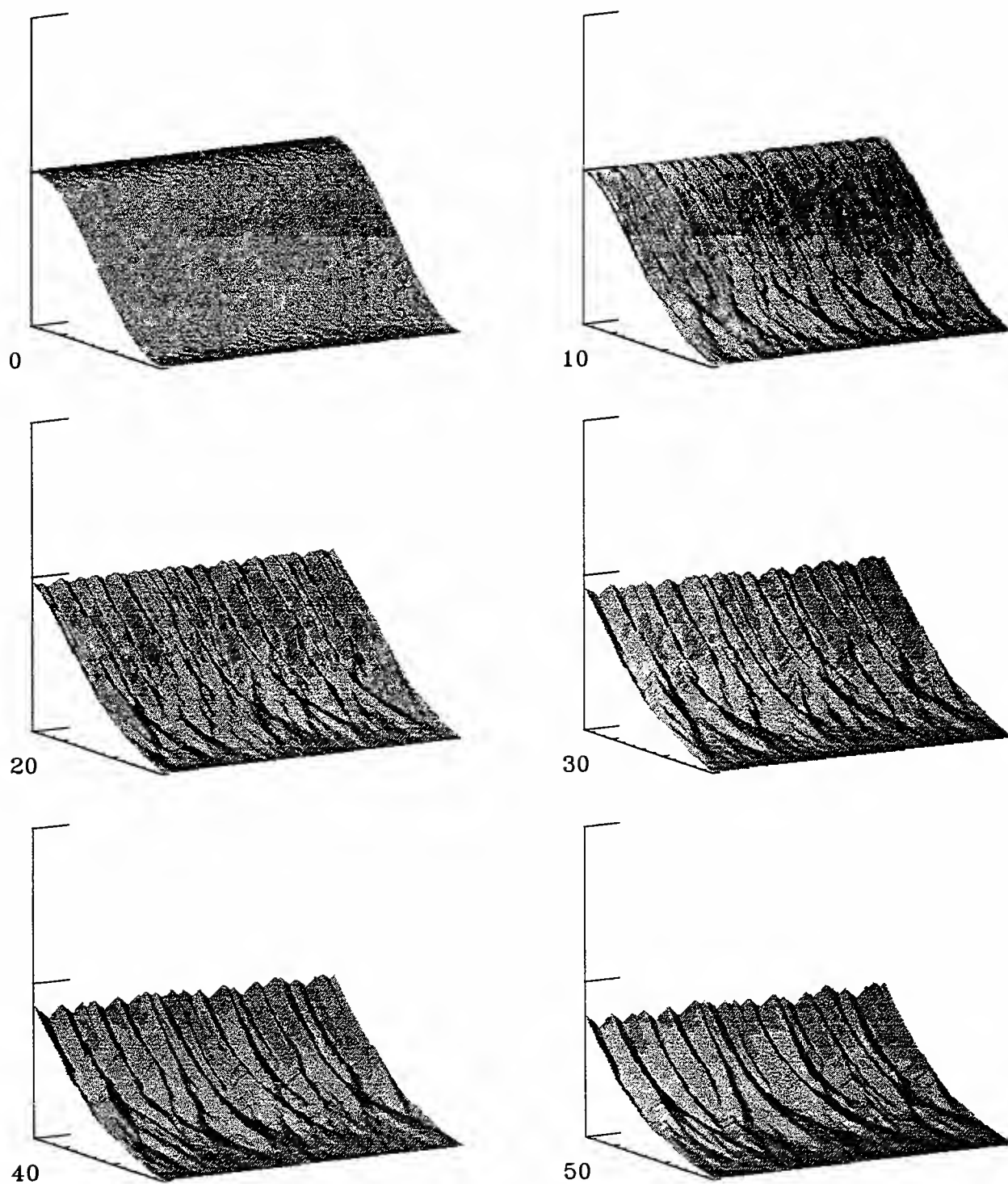


Figure II 33: Influence de la non linéarité des taux d'érosion entre le versant et le réseau sur l'évolution d'un profil convexe/concave (pas de transport advectif de matière dans le réseau). $R = \frac{C_r}{C_v} = 4$

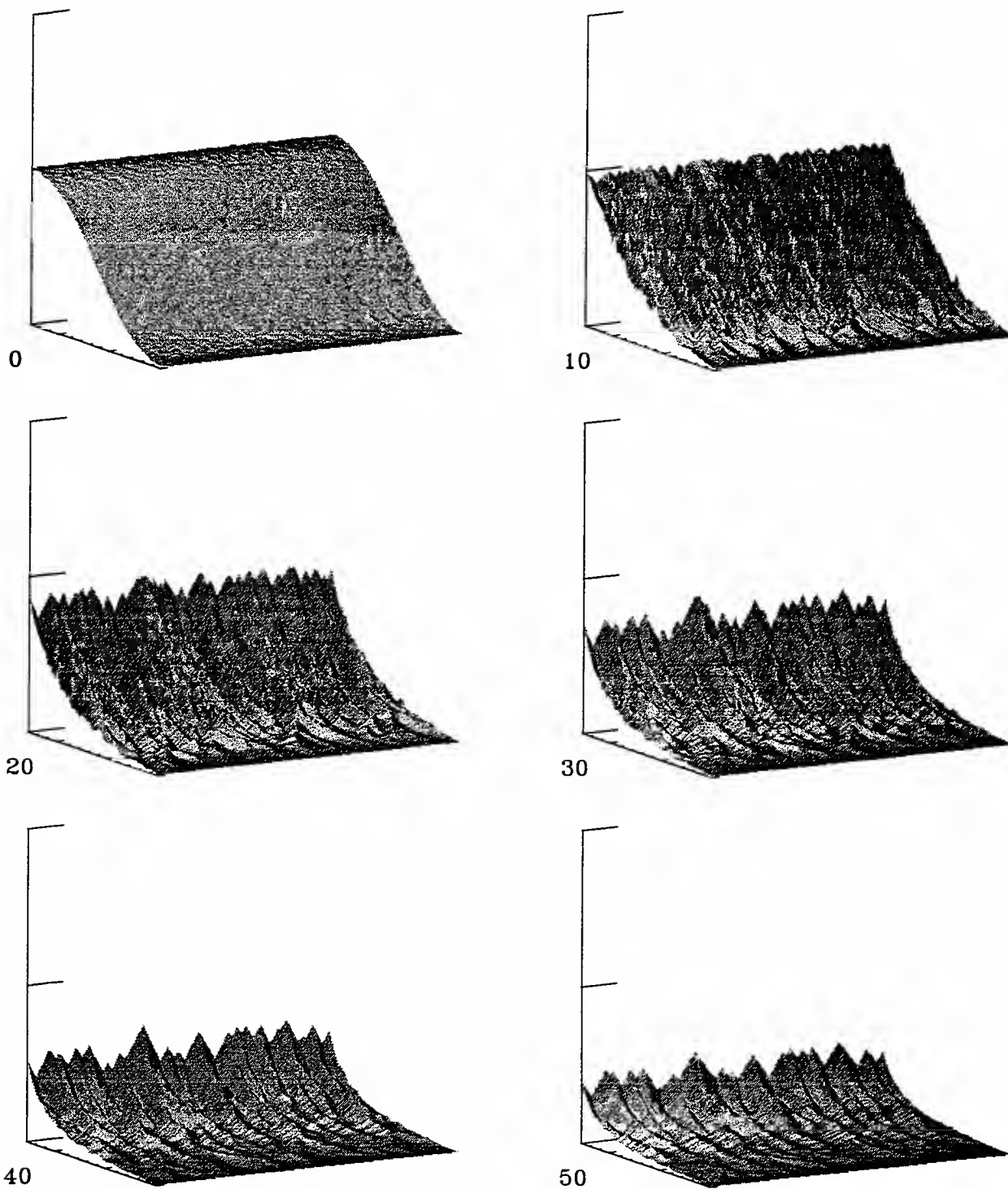


Figure II 34: Influence de la non linéarité des taux d'érosion entre le versant et le réseau sur l'évolution d'un profil convexe/concave (pas de transport advectif de matière dans le réseau). $R = \frac{C_r}{C_v} = 10$

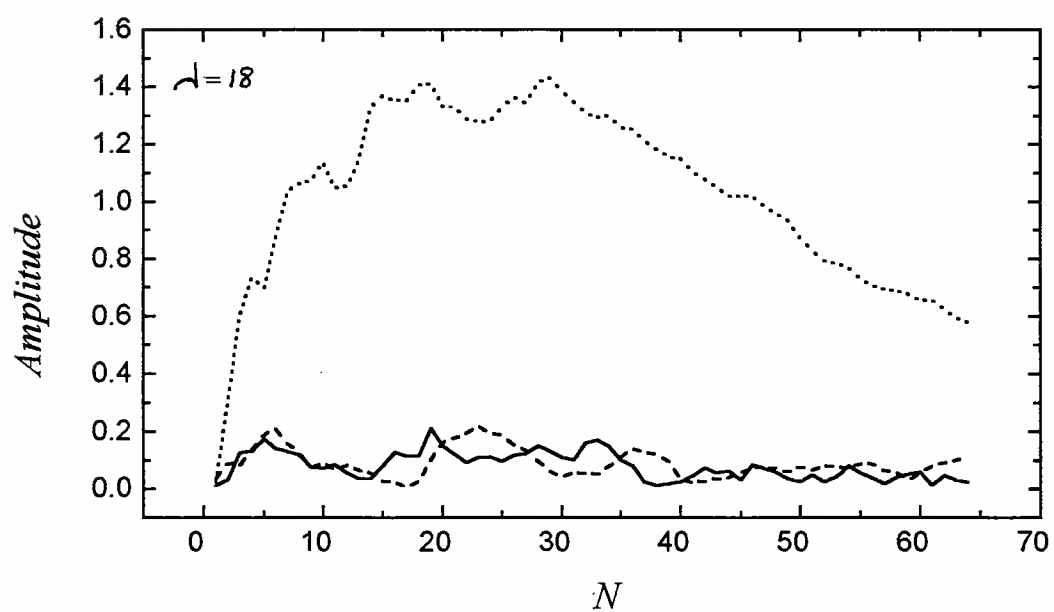
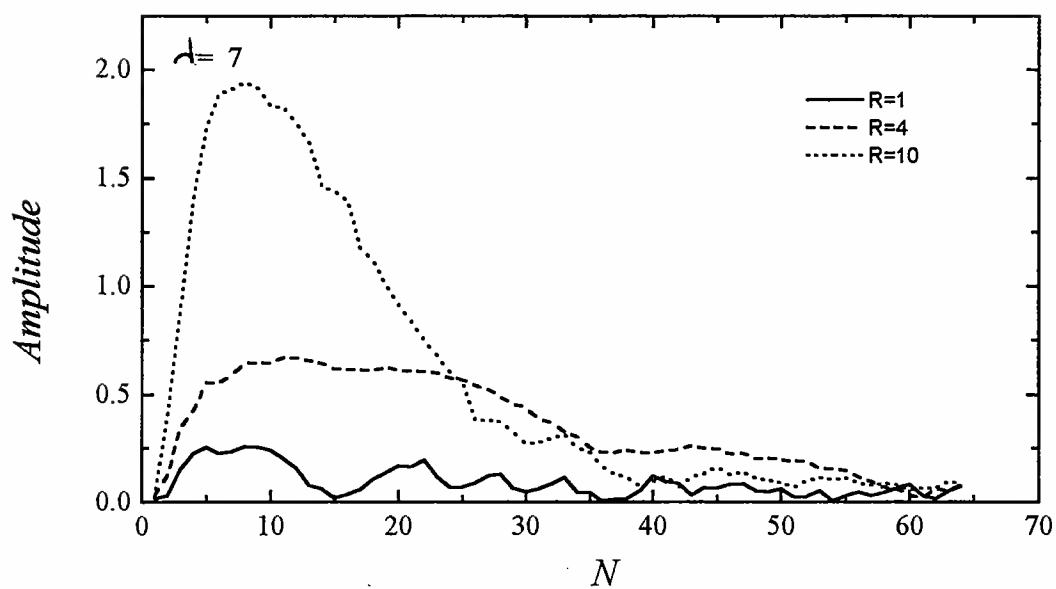


Figure II 35: Variation en fonction du temps de l'amplitude de longueurs d'onde dominantes et du rapport des taux d'érosion $R = \frac{C_r}{C_v}$, (pas de transport advectif de matière dans le réseau).

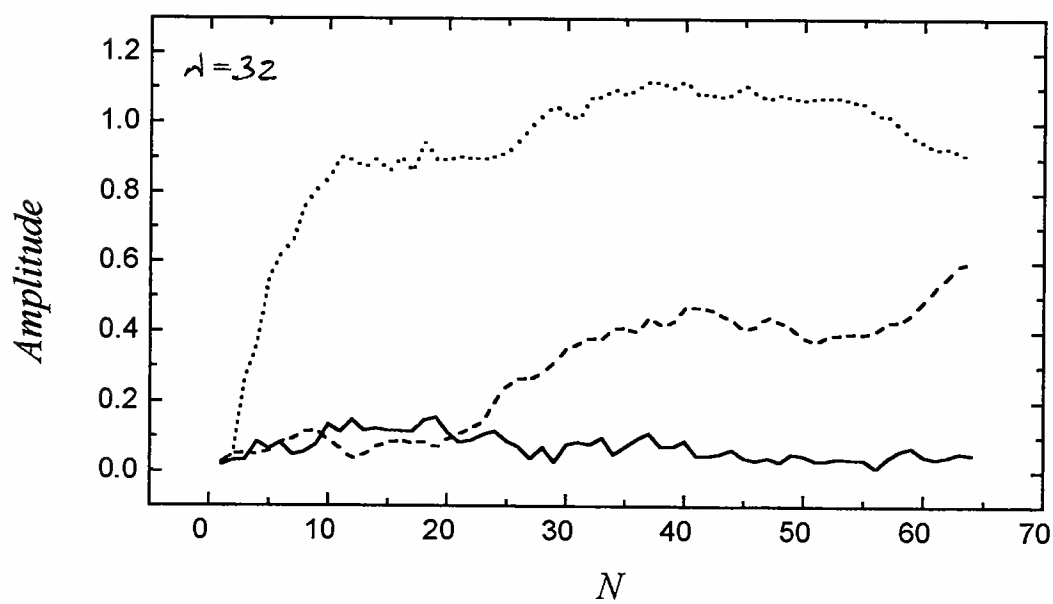
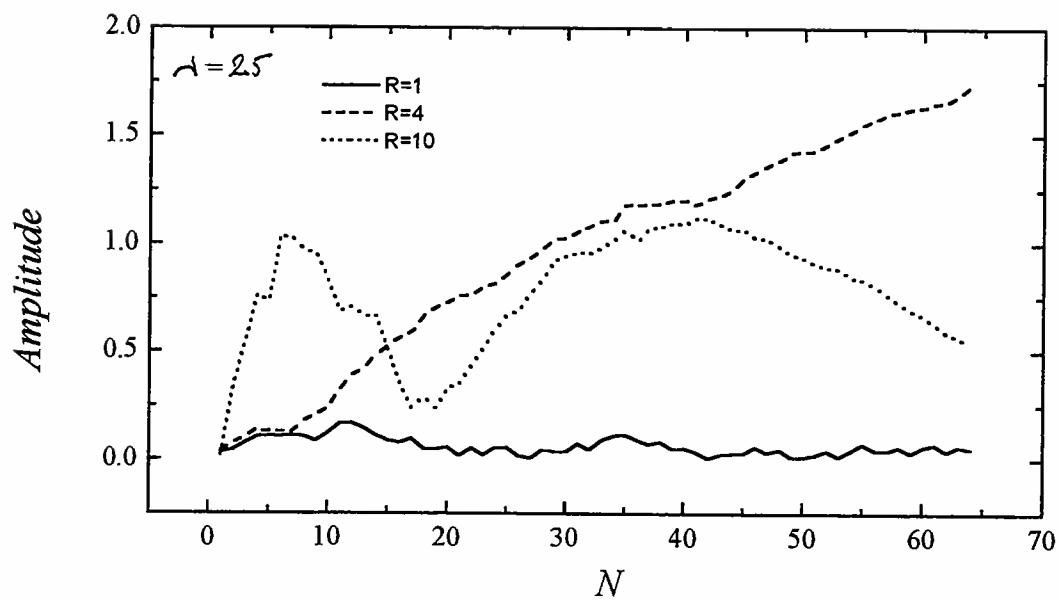


Figure II 36: Variation en fonction du temps de l'amplitude de longueurs d'onde dominantes et du rapport des taux d'érosion $R = \frac{C_r}{C_v}$, (pas de transport advectif de matière dans le réseau).

- des variations d'amplitude plus marquées pour des valeurs importantes de R ,
- la nécessité d'imposer une érosion différentielle pour développer des longueurs d'onde significatives,
- une variation de la longueur d'onde dominante en fonction du temps.

La décroissance, de l'amplitude des longueurs d'ondes dominantes pour $R=10$, s'explique par une diminution sensible des variations d'altitudes, qui favorise une diffusion plus importante et par conséquent un lissage des longueurs d'ondes. On peut distinguer ainsi 3 phases dévolution:

- une phase d'installation d'une longueur d'onde caractéristique, pendant laquelle la longueur dominante décroît pour atteindre une valeur stable;
- une phase de stabilité;
- une phase d'aplanissement de la topographie, au cours de laquelle on observe, la disparition progressive du relief due à une dominance des processus diffusifs, et l'apparition d'une pénéplaine.

L'existence de longueurs d'ondes bien définies dans l'évolution du relief démontre que la non linéarité des taux d'érosion entre le versant et le réseau est une condition suffisante pour permettre une croissance des instabilités. Notons que l'amplitude des longueurs d'onde est maximale à l'amont de la transition convexe/concave. Nous observons ainsi encore une fois l'indépendance des phénomènes de croissance de perturbations vis à vis des conditions aux limites du système dans le cas d'un profil convexe/concave.

4.4.2.3. *Influence du temps critique t_{crit} de formation de cours d'eau*

Quatre cas de figures ont été étudiés de manière à mettre en évidence l'influence du débit critique de formation des réseaux hydrographiques. Les figures II 37, II 38 et II 39 correspondent à des temps critiques de 10, 20, 40.

Lorsque le temps critique augmente (ou l'aire drainée critique diminue), les longueurs d'onde de la topographie tendent à diminuer. Cette tendance s'explique par l'augmentation de la densité du réseau avec ce paramètre t_{crit} . Pour des aires drainées critiques faibles, on observe donc bien une forte densité de réseau, et inversement.

Pour $t_{crit}=5$ nous n'observons pas d'instabilité sur le profil convexe/concave. Dans ce cas, la pérennité des réseaux n'est pas suffisante pour induire des instabilités. L'érosion est dans ce cas dominée par la diffusion de matière sur les versants. Avec les mêmes conditions mais en utilisant une géométrie initiale de type plateau (Fig II 40), nous avons pu développer des instabilités en incision. Ceci montre que des perturbations fortes aux limites du système peuvent être suffisantes pour développer des instabilités mécaniques.

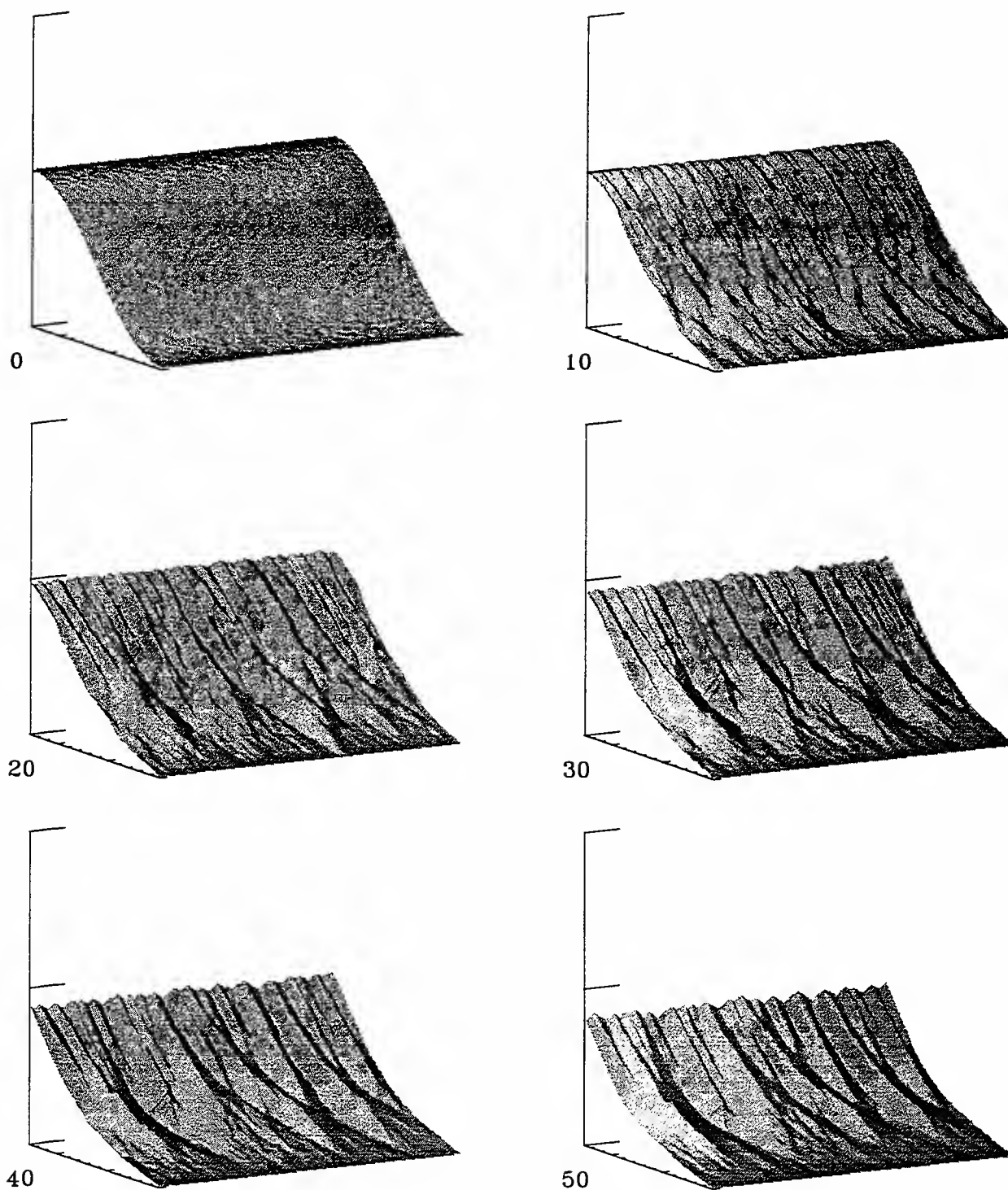


Figure II 37: Influence du débit critique nécessaire à la formation d'un cours d'eau sur l'évolution d'un profil convexe/concave, (pas de transport advectif de matière dans le réseau) $t_{crit} = 10$

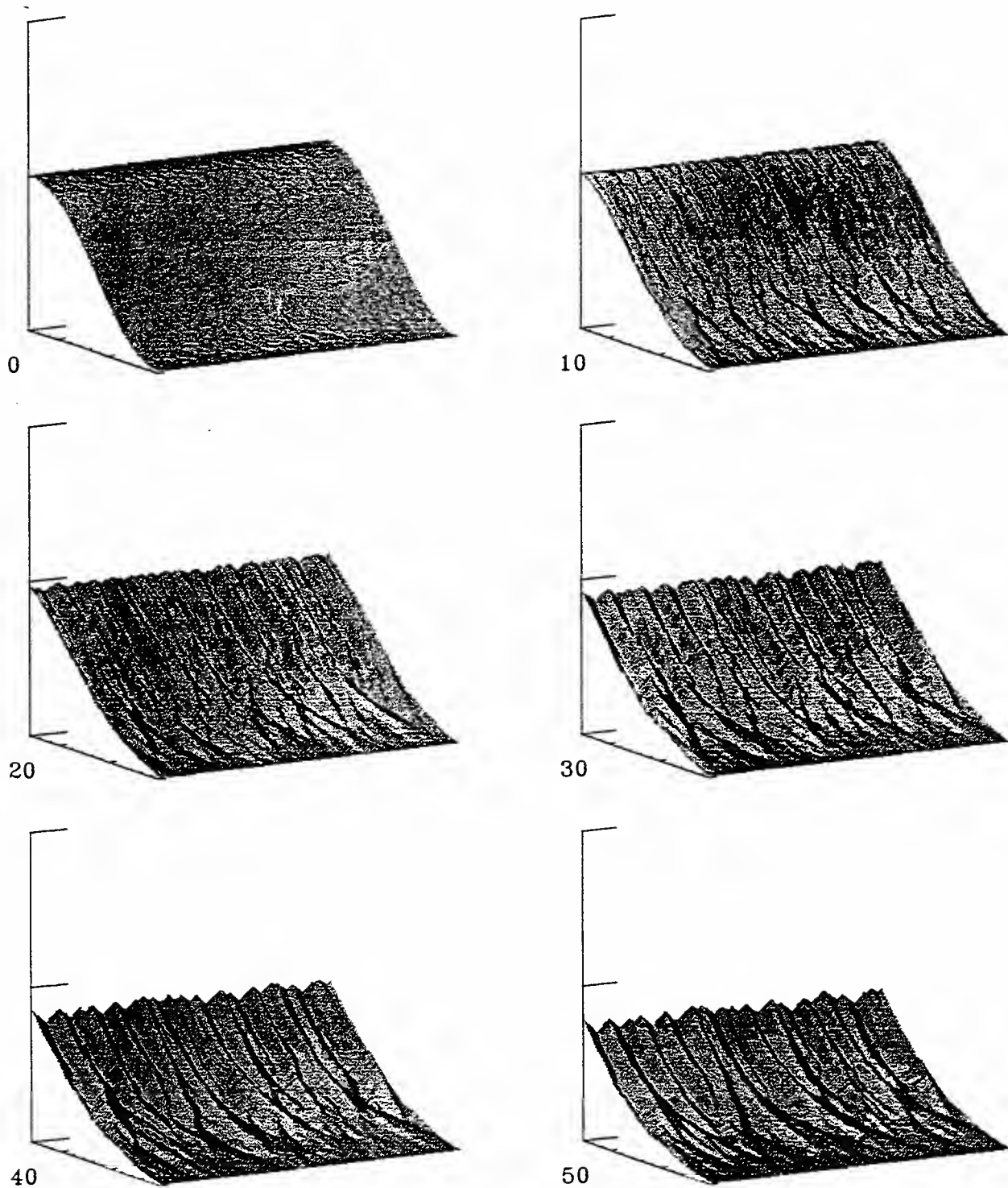


Figure II 38: Influence du débit critique nécessaire à la formation d'un cours d'eau sur l'évolution d'un profil convexe/concave, (pas de transport advectif de matière dans le réseau): $t_{crit} = 20$

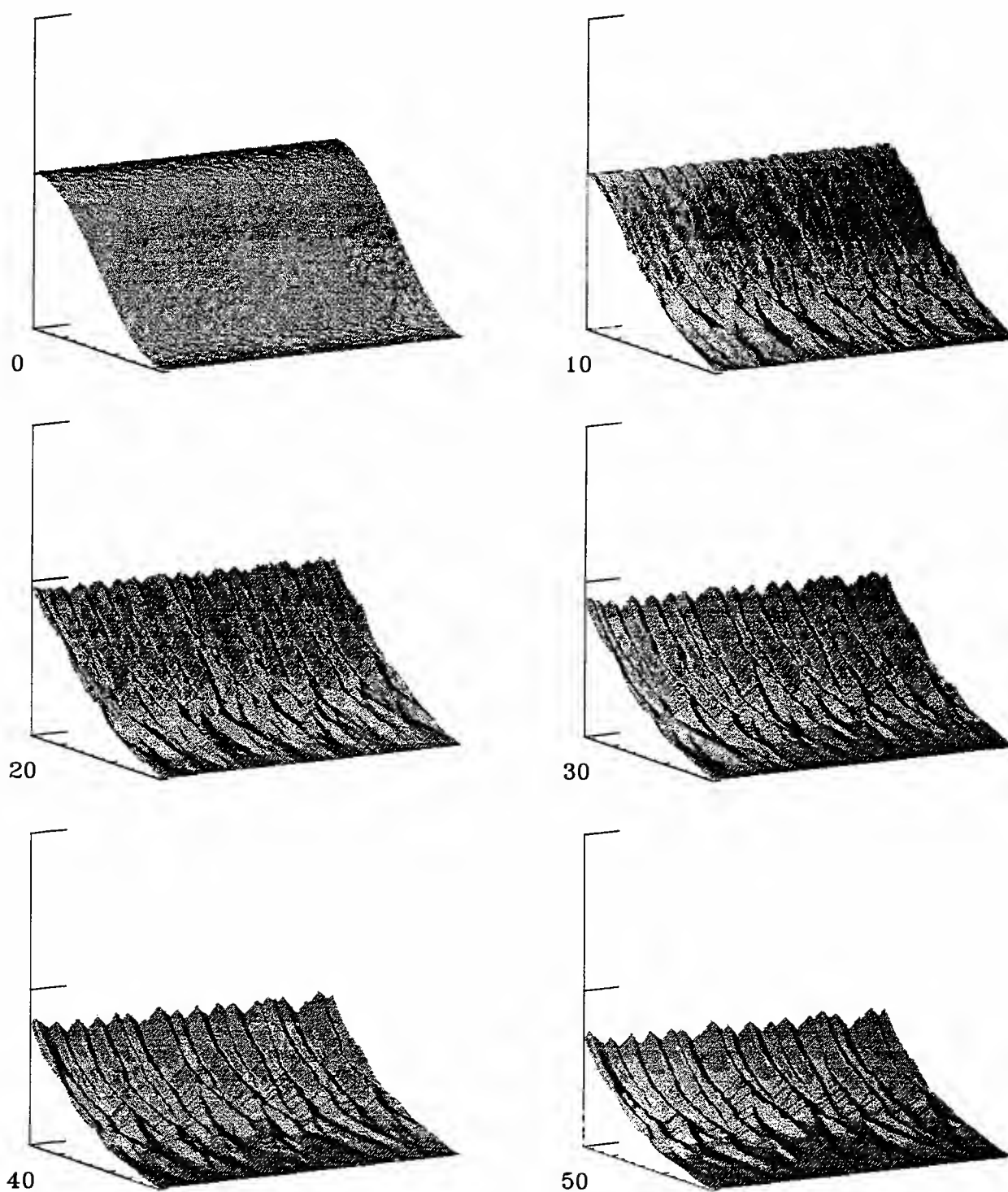


Figure II 39: Influence du débit critique nécessaire à la formation d'un cours d'eau sur l'évolution d'un profil convexe/concave, (pas de transport advectif de matière dans le réseau): $t_{crit} = 40$

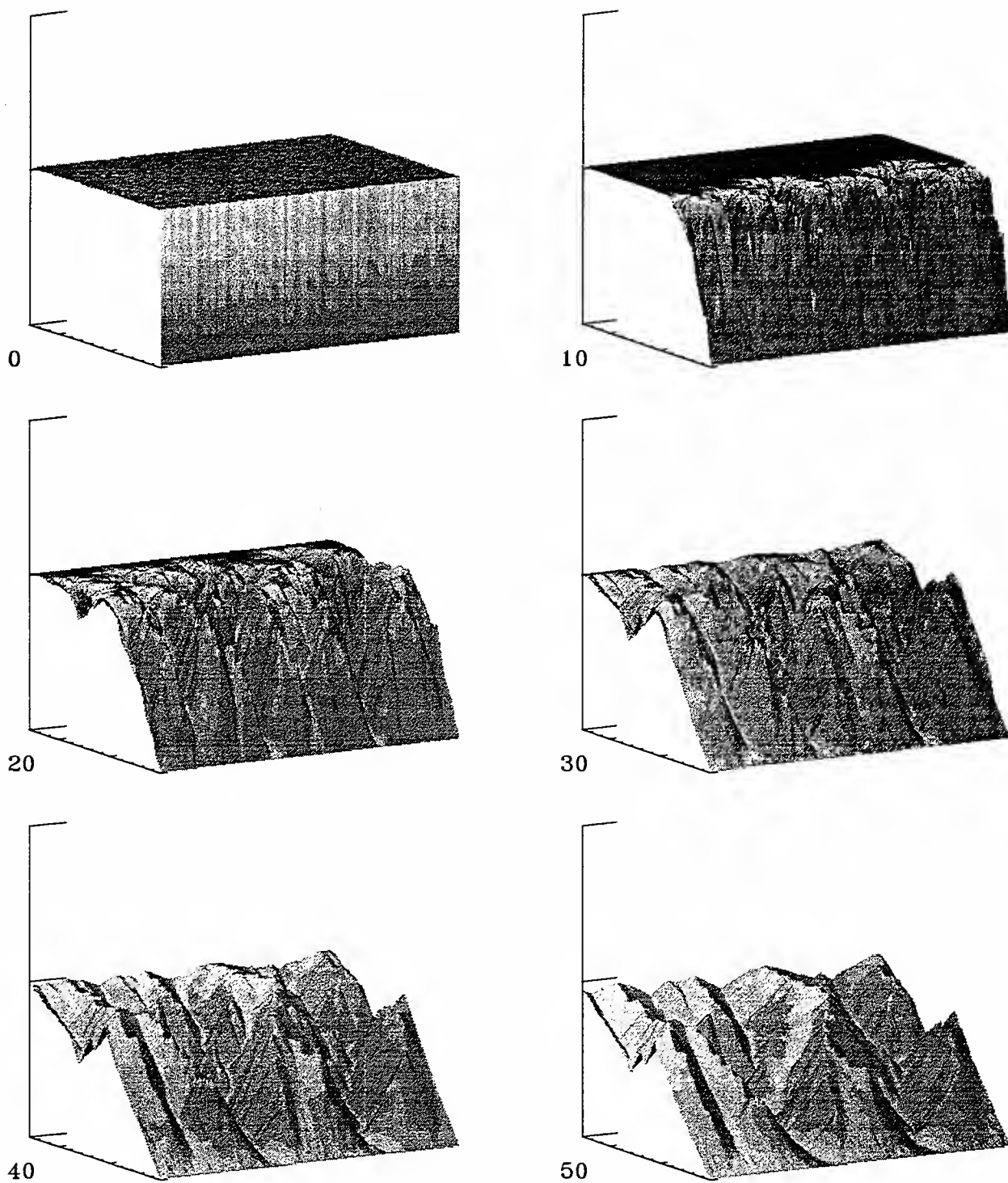


Figure II 40: Influence du débit critique nécessaire à la formation d'un cours d'eau sur l'évolution d'un plateau, (pas de transport advectif de matière dans le réseau): $t_{crit}=5$

4.4.2.4. Les instabilités liées au transport advectif par les rivières

Pour décrire l'influence des phénomènes de transport advectifs de matière dans les réseaux sur la croissance des instabilités, deux cas de figures ont été envisagés: l'un présentant une forte différence des taux d'érosion entre le versant et le réseau hydrographique (Fig II 41 et II 42), et l'autre se limitant à au cas d'une érosion égale dans le réseau et le versant mais avec une capacité de transport dans le réseau importante (Fig II 43 et II 44). A la différence des simulations sans transport de matière, ces deux exemples montrent des structures très marquées liées à la non linéarité induite par les phénomènes de transport. La cinétique de l'évacuation de la matière dans le réseau est plus importante que dans le cas simple de transports uniquement locaux (diffusion sur le versant). L'effet lié à l'érosion différentielle entre versant et réseau est amplifiée par le transport de sédiments dans la phase aqueuse. On note cependant que les phénomènes de transport ne suffisent pas au développement d'un réseau arborescent (Fig II 41), mais permettent néanmoins l'installation d'un réseau bien défini sans structures divergentes (Fig II 43). La non linéarité induite par les phénomènes de transport n'est donc pas une condition d'initiation mais d'amplification.

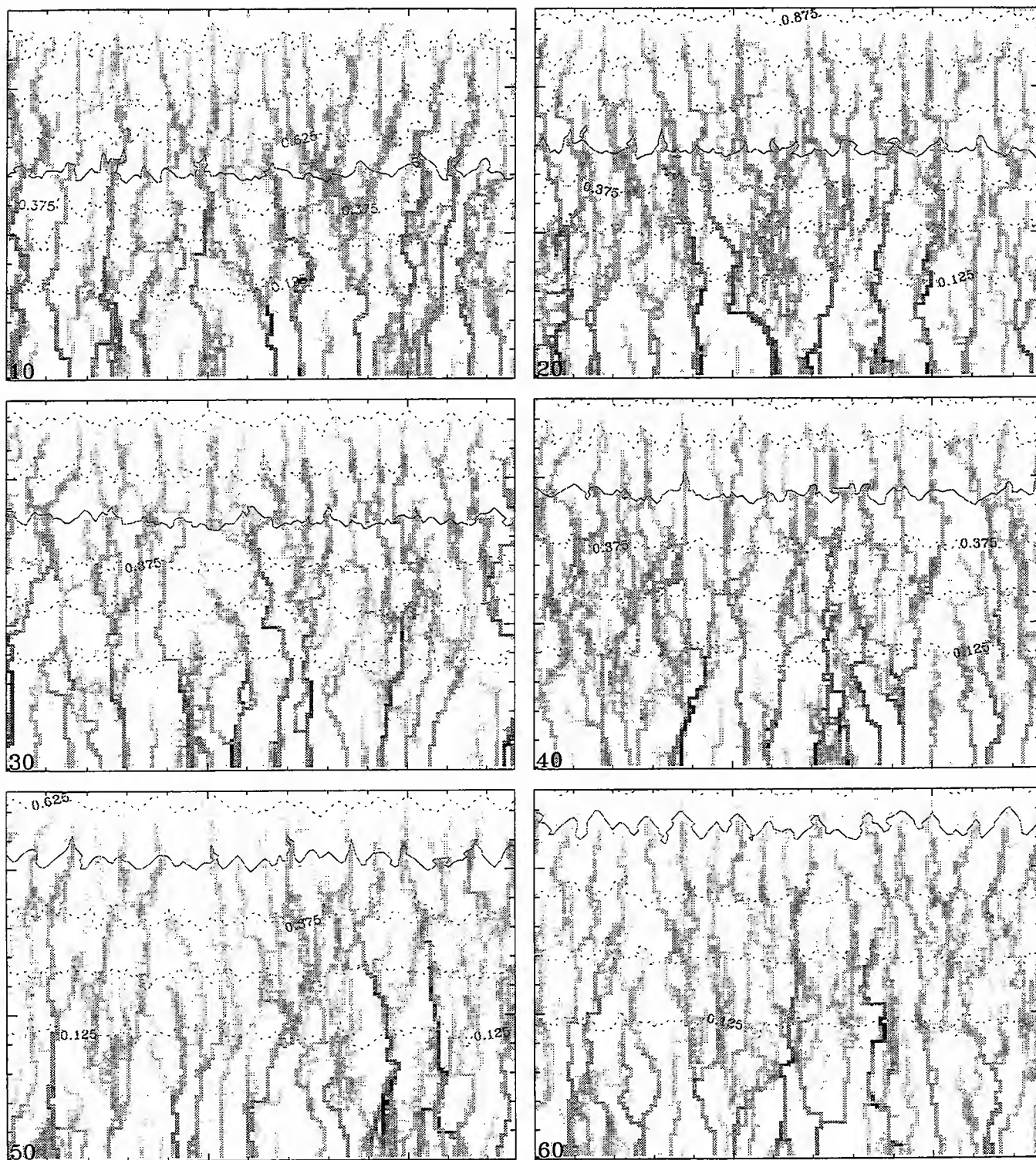


Figure II 41: Influence du transport advectif de matière dans le réseau sur l'évolution d'un profil convexe/concave (pas d'érosion différentielle entre le versant et le réseau): configuration du réseau.

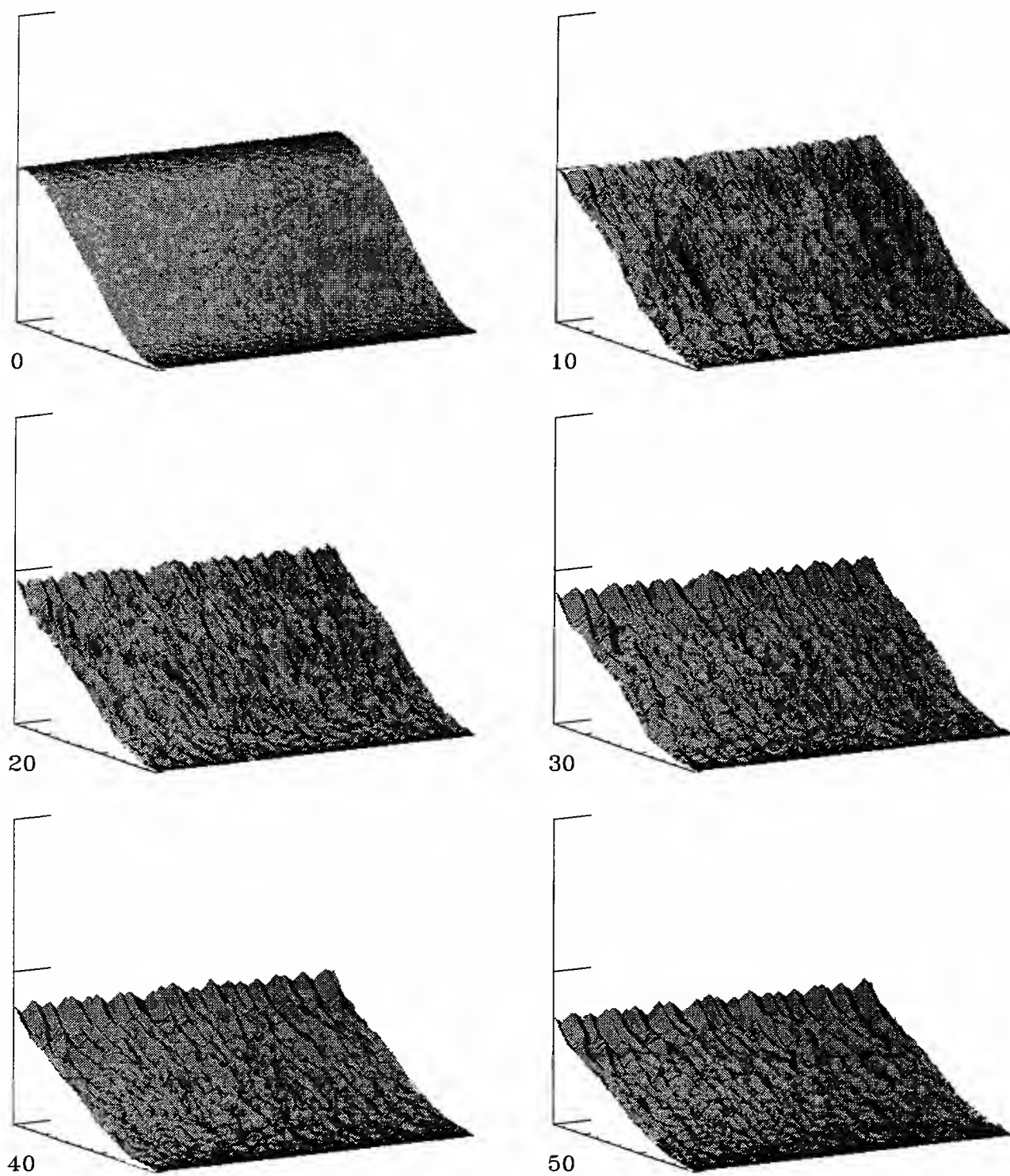


Figure II 42: Influence du transport advectif de matière dans le réseau sur l'évolution d'un profil convexe/concave (pas d'érosion différentielle entre le versant et le réseau).

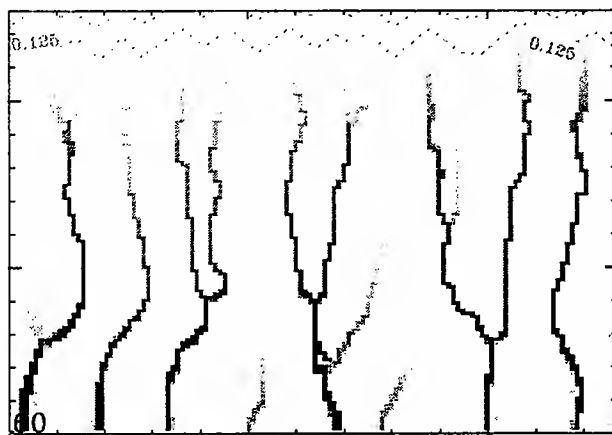
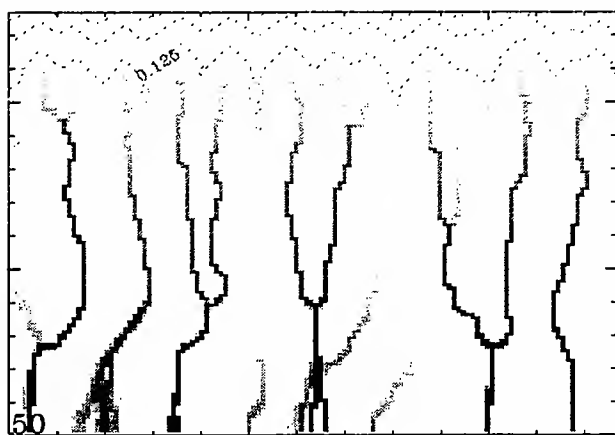
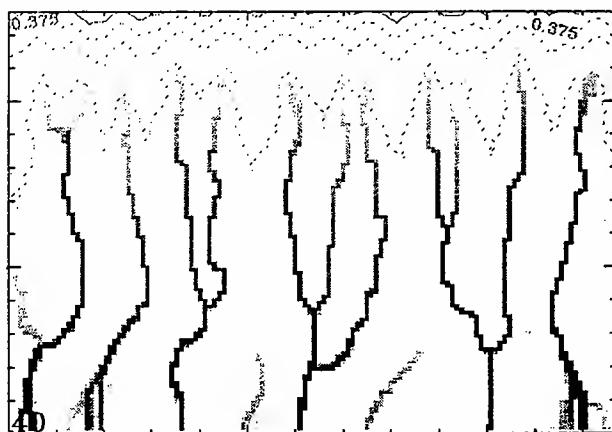
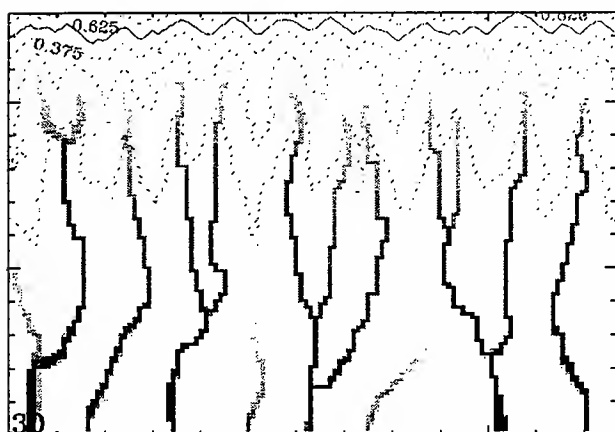
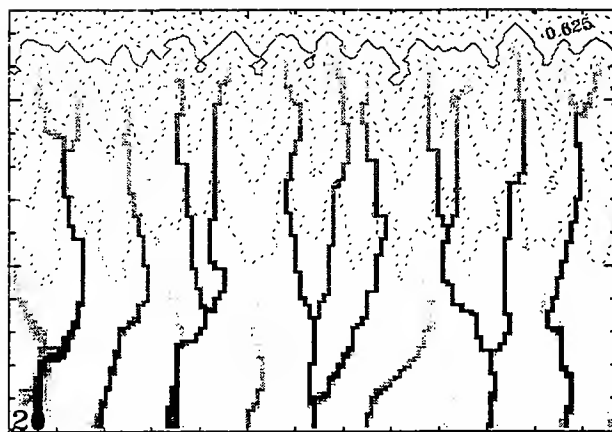
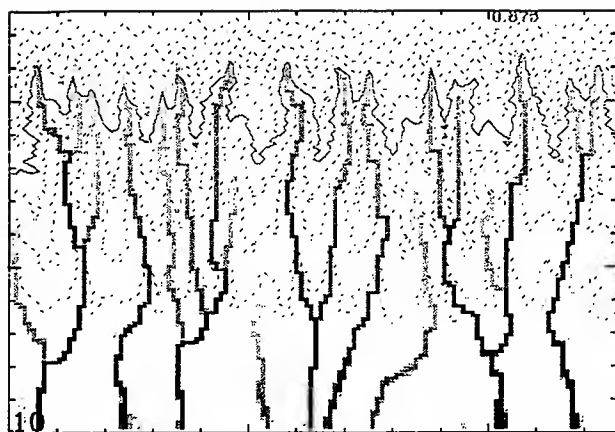


Figure II 43: Influence du transport advectif de matière dans le réseau sur l'évolution d'un profil convexe/concave avec une non linéarité des taux d'érosion entre le versant et le réseau: configuration

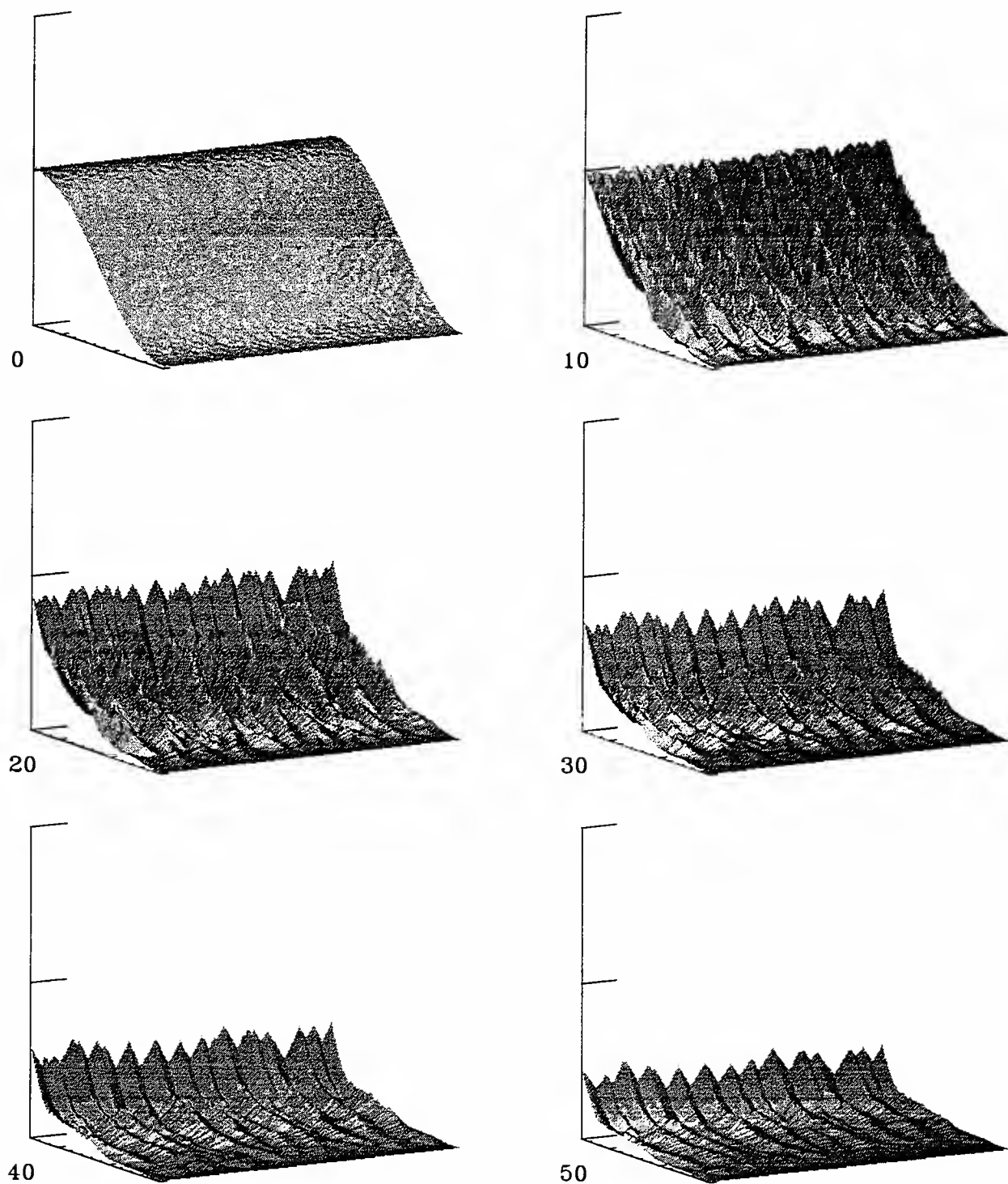


Figure II 44: Influence du transport advectif de matière dans le réseau sur l'évolution d'un profil convexe/concave avec une non linéarité des taux d'érosion entre le versant et le réseau.

5. conclusion

Une approche statique de la structure des réseaux hydrographiques, telle que celle développée au chapitre 1, ne permet pas de remonter aux principes physiques d'organisation. Il est donc essentiel de percevoir le caractère dynamique de ces systèmes très évolutifs, à travers une modélisation de leurs phases de croissance. Une telle approche nécessite une définition des principaux phénomènes d'érosion à l'origine de la transformation des reliefs et de l'installation des cours d'eau. L'analyse des processus d'érosion montrent que les mécanismes d'altération d'une part et les mécanismes de transport d'autre part ont des cinétiques différentes. Une représentation simplifiée conduit à un schéma non linéaire dans lequel on distingue deux sous systèmes: (i) un réseau, où les taux d'érosion sont importants et les transports rapides et advectifs; (ii) un système complémentaire que nous appelons "versant", sur lequel les taux d'érosion sont moindres et les transports locaux et diffus.

L'utilisation de ce schéma dans un modèle de croissance des réseaux hydrographiques permet d'appréhender l'influence des principaux paramètres physiques sur le développement des instabilités à l'origine du relief et du réseau hydrographique. Nous avons, dans cette perspective, développé un modèle basé sur le concept d'entités élémentaires ("précipitons") représentant un volume d'eau donné. Les précipitons se déplacent sur la topographie et la modifient par une action érosive. L'emploi d'entités mobiles permet d'étudier l'effet des fluctuations de haute fréquence des apports d'eau sur le développement du système.

Nous avons pu ainsi mettre en évidence que les instabilités dynamiques de la topographie pouvaient être induites soit par l'amplification d'instabilités marginales dues à des perturbations locales des pentes, soit par des perturbations liées aux conditions aux limites. Le relief est donc la résultante de la croissance simultanée de ces deux types d'instabilités. On peut néanmoins, en jouant sur les variables d'état du système (altitude, aire drainée ...), favoriser l'un ou l'autre. On montre aussi qu'une loi d'érosion non linéaire par rapport aux flux hydrauliques est une condition nécessaire au développement d'instabilités. Le couplage avec un transport dans les rivières est un facteur d'amplification. En revanche, les processus de diffusion tendent à inhiber le développement de ces instabilités.

CHAPITRE 3: GÉNÈSE DES RÉSEAUX HYDROGRAPHIQUES, APPROCHE EXPÉRIMENTALE

1. Introduction

L'étude quantitative de la structure des réseaux hydrographiques à l'échelle du Massif Armoricain, et les résultats encourageants des modèles d'érosion, ont mis en avant la nécessité de comprendre les processus de formation des cours d'eau. La précision avec laquelle l'extension du réseau hydrographique est déterminée tient en effet une place importante dans la compréhension du développement des systèmes hydrographiques et topographiques. Des caractéristiques géométriques et une localisation géographique précise des biefs d'ordre 1 permettraient sans nul doute de mieux définir l'ensemble des caractéristiques géométriques du réseau. Les biefs extérieurs constituent en effet la moitié de la population de biefs d'une arborescence binaire. Une meilleure estimation de leur longueur conduirait dès lors à une définition plus précise de l'échelle de coupure en deçà de laquelle le réseau hydrographique ne suit plus une organisation aléatoire. Mais c'est avant tout un suivi dans le temps du déplacement des points sources qui apportera et autorisera une appréciation plus juste des critères de formation. Une vision statique du réseau hydrographique ne peut correspondre à la réalité de systèmes évolutifs tels que les cours d'eau. La compréhension de l'organisation des réseaux et une estimation des temps de transferts caractéristiques passent donc par l'étude de la dynamique des sources dans le paysage.

Cependant dans le cas de régions humides, bien des sources ne sont pas ponctuelles mais diffuses et se présentent sous la forme de surfaces saturées en eau. Leur extension varie en fonction des épisodes de pluie, on parle ainsi de zone à surface variable. Ainsi l'étude de la variation des surfaces saturées connexes au cours d'eau est nécessaire dans l'analyse de l'évolution du réseau hydrographique selon les conditions d'humidité.

1.1. Localisation des points sources

Très peu d'études expérimentales ont apporté des indications sur la localisation des sources en fonction des caractéristiques physiques ou géométriques du relief. Les travaux de Montgomery et Dietrich (1988, 1989) mettent cependant en évidence une corrélation entre l'aire drainée amont et la pente locale mesurée à des points sources appartenant à trois bassins versants différents (Fig. III.1). Une mesure de ces deux variables topographiques, à l'amont et à l'aval des points sources, se traduit par la distinction de deux populations de points de part et d'autre de la courbe définissant la transition de l'état versant à l'état ruisseau. L'extension des réseaux hydrographiques serait donc contrôlée par un seuil défini par des variables topographiques. Comme le fait remarquer Kirkby, (1988) l'analyse de Montgomery et Dietrich, porte sur un échantillon de sources

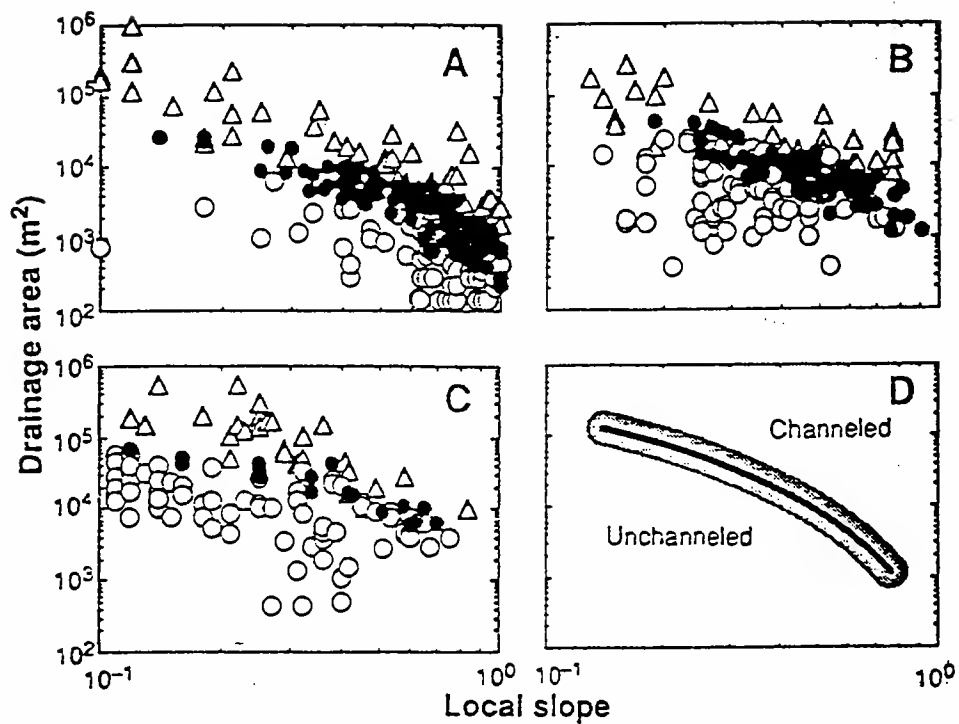


Figure III.1 : Mesure de l'aire drainée en fonction de la pente locale le long des lignes de talweg. Les graphes A B et C représentent le relevé effectué sur 3 bassins versant différents. Les points marqués d'un triangle représentent une mesure effectuée à l'aval de la source, les ronds pleins au niveau de la source, les points ajourés à l'amont de la source. Les données des points sources définissent un seuil de transition topographique entre versant au réseau (D). (d'après Montgomery et Dietrich, 1992).

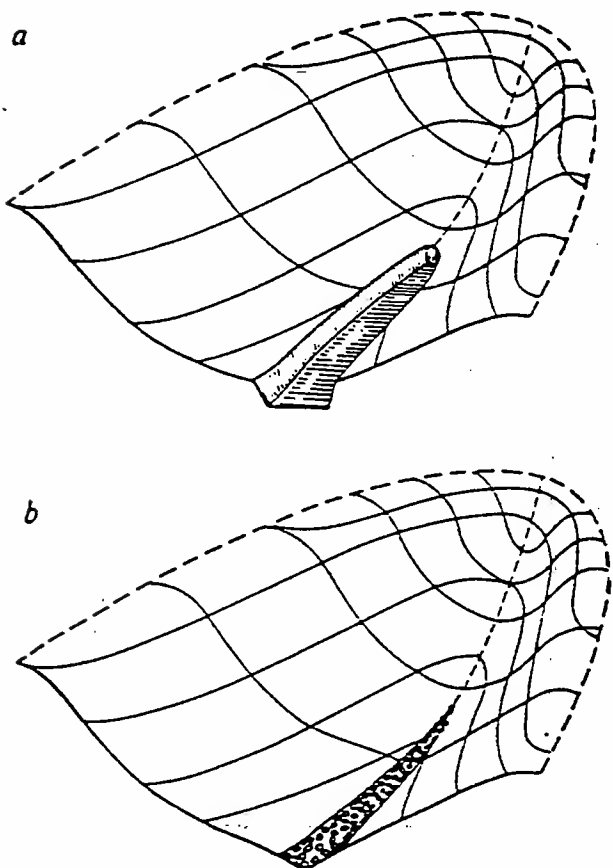


Figure III.2 : Les extrémités amont des biefs d'ordre 1 peuvent se présenter sous la forme d'un effondrement local (a) ou sous la forme de zones saturées diffuses. Dans le deuxième cas de figure, il est impossible de définir géographiquement la source par un point. (d'après Kirkby, 1988).

localisées à des incisions très nettes dans le sol et par là-même ne recouvre pas l'ensemble des configurations possibles de formation de cours d'eau. Bien des ruisseaux se présentent à leur extrémité amont sous la forme de zones diffuses saturées en eau ou de segments discontinus de petits biefs (Fig. III.2). La détermination d'un point géographique précis de formation du cours d'eau s'avère dès lors pour le moins difficile. L'image d'un réseau filaire bien délimité par ses points sources est en réalité une vision très simpliste et ne peut pas rendre compte de tous les cas de figures rencontrés dans les régions humides telles que la Bretagne. De plus cette vision purement spatiale ne tient pas compte de l'influence de l'état hydrique du bassin versant et du régime pluviométrique dans l'extension du réseau; deux variables qui font implicitement référence à une évolution temporelle du milieu.

Les processus hydrologiques à l'échelle du versant impliquent des échelles de temps beaucoup plus faibles que celles jusqu'à présent considérées dans ce travail. L'extension vers l'amont ou la régression vers l'aval des biefs sources, pendant une pluie ou un cycle saisonnier, peuvent être en effet significative. La dépendance de la position géographique des sources vis-à-vis d'événements pluviométriques ou de l'état hydrique initial est d'autant plus marquée que le milieu présente un pouvoir de diffusion (végétation, rugosité du sol, perméabilité du substrat) et une capacité de stockage des volumes d'eau faibles. Sous des climats arides des réseaux importants se créent au cours d'une pluie ou d'une période pluvieuse pour disparaître lors de périodes sèches. Sous des climats tempérés et humides, où les réseaux sont moins éphémères, le réseau rémanent est utilisé comme structure de référence dans les modèles. Mais signalons que même en Bretagne des biefs d'ordre 1 peuvent présenter des variations de longueur de l'ordre du kilomètre au cours d'un cycle saisonnier. La représentativité du réseau rémanent n'est donc que très relative et insuffisante pour traiter les problèmes liés à la réponse transitoire d'un bassin versant à une précipitation. En toute logique une étude expérimentale rigoureuse nécessiterait un suivi de l'évolution du réseau à l'échelle du versant pendant et entre chaque pluie. Une telle étude demanderait dans l'absolu une photographie de l'ensemble du bassin versant d'ordre 1, avec un pas de temps inférieur d'un ordre de grandeur à la durée de la précipitation. Les mesures de la position des sources, présentées dans la littérature (Montgomery et Dietrich, 1988, 1989), sont généralement plus représentatives du débit de base que du débit de pointe. Plus généralement la mesure et l'interprétation de la position des sources dans la topographie, impliquent donc d'être liées à des échelles de temps hydrologiques (pluie, crue, saison, année), pour lesquelles on détermine une localisation moyenne pour la durée d'observation.

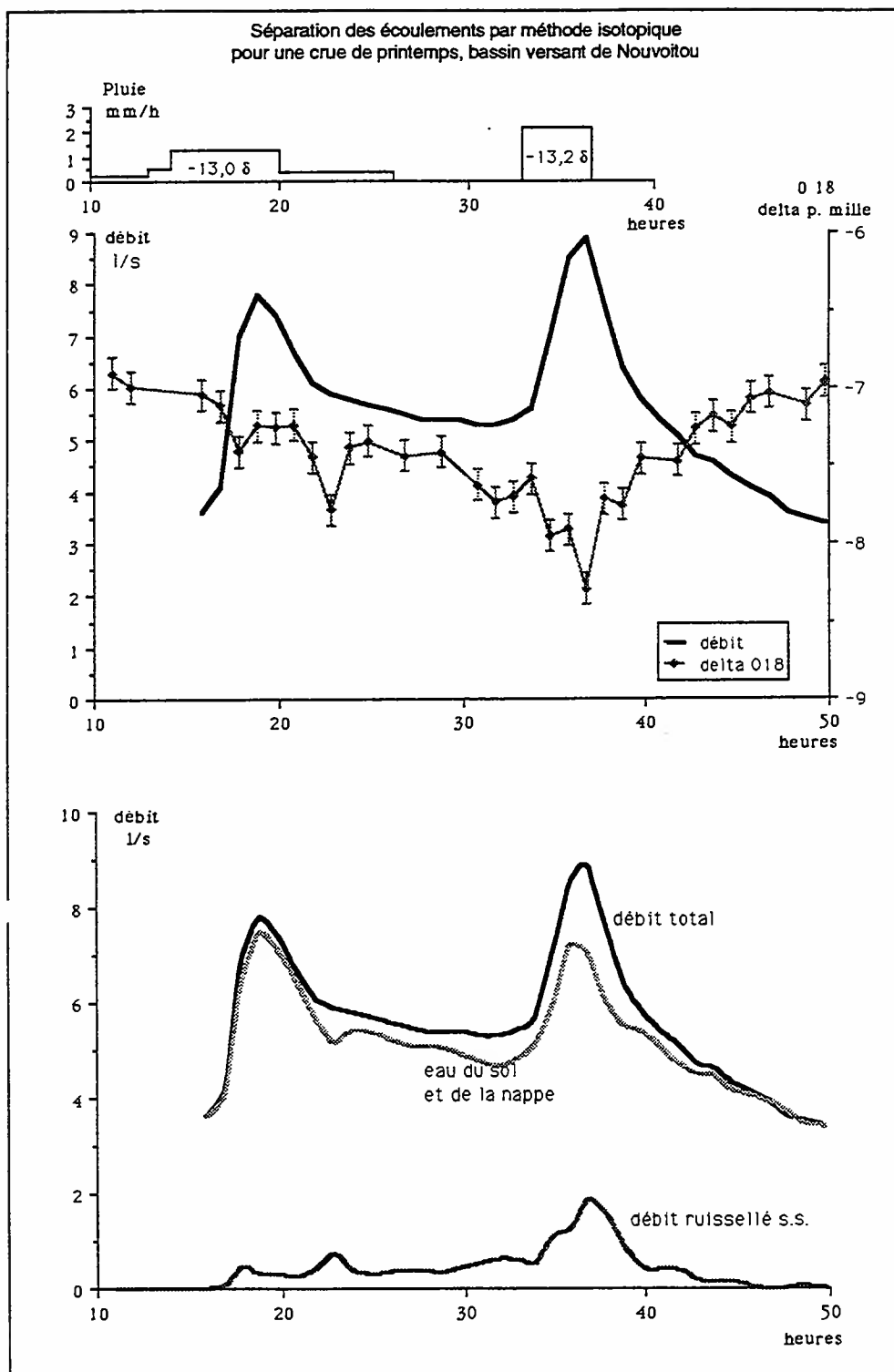


Figure III.3a: Séparation des hydrogrammes de crue par une méthode isotopique. L'eau préexistante à l'averse peut représenter jusqu'à 90% des débits instantanés de crue. (d'après Merot, 1981).

1.2. Extension de la notion de réseau hydrographique

La dichotomie réseau/versant est fondée sur la distinction de deux comportements dynamiques, l'un caractérisé par des mouvements d'eau et de matière rapides et unidirectionnels (m/s ou cm/s), et l'autre par des transferts lents et diffus (10^{-6} m/s). Si l'on s'attache à distinguer les compartiments géographiques d'un bassin versant selon leur réponse vis-à-vis d'un apport d'eau, la différenciation versant-réseau n'est pas appropriée aux régions humides où le rôle des zones saturées est important.

Le concept de zone contributive fut introduit pour la première fois par Cappus (1960) et repris par la suite par les auteurs anglais Hewlett et Troendle (1975). Il désigne sous un terme générique les surfaces du bassin versant participant au transfert rapide de volumes d'eau dans le réseau. La vision trop simpliste d'un ruissellement par refus à l'infiltration, homogène sur l'ensemble du bassin versant (Horton, 1933), n'intègre pas l'observation d'écoulements préférentiels sur les zones saturées en eau. D'autre part, l'application des méthodes isotopiques de séparation des hydrogrammes, révèle un apport important d'eau antécédente à la pluie pendant la montée de la crue (Fig. III.3a) (Crouzet et al., 1970; Pilgrim et Huff, 1978; Sklash et Farvolden, 1979; Merot et al., 1981; Pearce et al., 1986; Sklash et al., 1986). Ce phénomène s'explique par la mise en charge des horizons de sol saturés en eau ce qui provoque, par un effet de chasse, un flux d'eau préexistante dans le drain aval à l'origine de l'essentiel du pic de crue (Fig. III.3b). On considère ainsi que le ruissellement est non pas généralisé sur tout le bassin versant avec un taux variable suivant la perméabilité, mais limité aux zones contributives avec un taux de ruissellement de 100 % (Fig. III.4). Dans un tel schéma, la réponse rapide du bassin ne se localise plus dans le seul réseau hydrographique mais également au niveau des surfaces saturées. Si l'on différencie les unités fonctionnelles d'un bassin versant suivant le temps de transfert qui les caractérise, les zones saturées ne sont pas dissociables du réseau hydrographique. L'extension du réseau est fortement dépendante de l'évolution parallèle de la surface occupée par les sols saturés. La compréhension des processus de formation des cours d'eau passe donc par une étude du couplage entre le réseau et les zones contributives.

La dynamique des zones saturées, pour des conditions initiales d'humidité données, est essentiellement contrôlée par la topographie et le type de sol (Beven, 1978; Beven et Kirkby, 1979; O'Loughlin, 1981). Cependant deux critères ont orienté rapidement l'étude des variations des zones saturées vers une approche purement topographique. D'une part la disponibilité et la qualité de l'information topographique sont très supérieures à celles de la répartition spatiale des sols, et d'autre part, bien qu'il n'existe pas encore de modèle explicite, la typologie des sols est en partie liée à des critères topographiques (Beven, 1978; Mérot et Ezzahar, 1991; Widiatmaka, 1994). On peut donc espérer à travers l'analyse du relief local retrouver la répartition spatiale des occurrences de saturation du sol. Le rapport a/β où a représente l'aire drainée par unité de

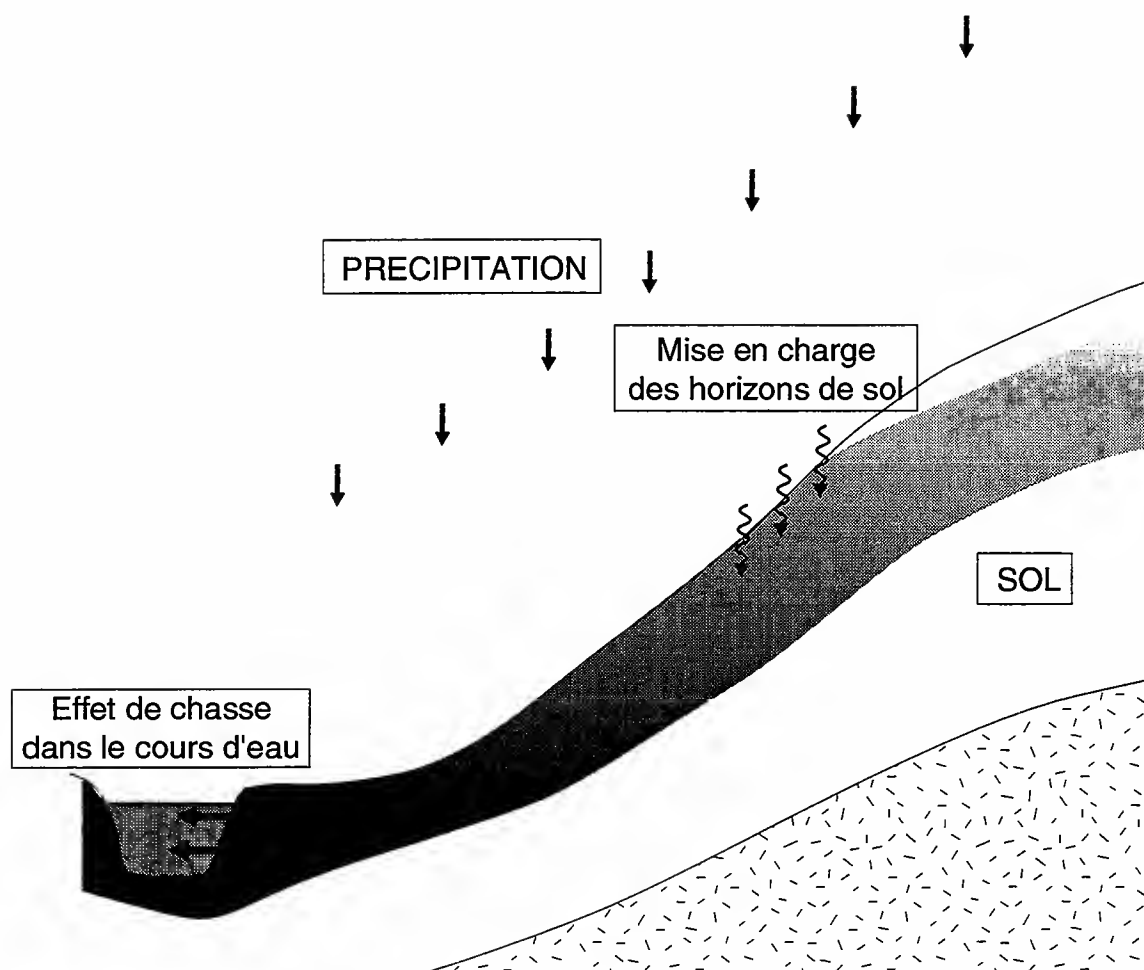


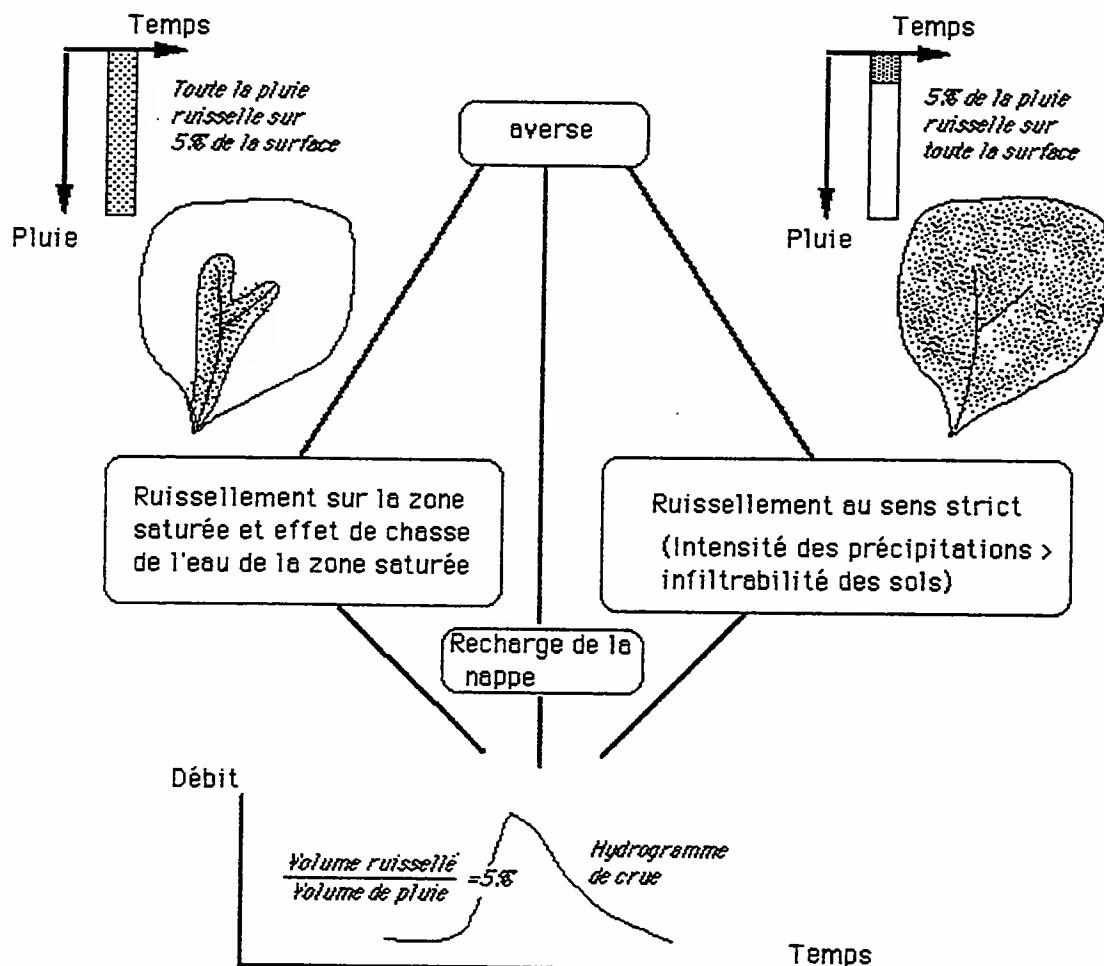
Figure III.3b : Contribution des écoulements souterrains à la génération des écoulements rapides de crue: la mise en charge des profils de sol engendre par un effet de chasse (piston flow) une alimentation rapide du cours d'eau en eau préexistante à l'averse.

Comparaison des deux principaux types de ruissellement

(L'exemple pris correspond à une crue avec un coefficient de ruissellement de 5%)

Concept de zone contributive

Concept d'Horton



Une crue peut être alimentée par des cheminements de l'eau complètement différents, avec des conséquences majeures sur la qualité de l'eau.

Figure III.4 : Deux schémas possibles de fonctionnement d'un bassin versant. (source: Mérot, 1994).

contour de courbe de niveau, et β la pente locale, constitue la structure de base des indices proposés dans la littérature (Beven et Kirkby, 1979; O'Loughlin, 1986). Il correspond à l'intuition que le temps de résidence des volumes d'eau augmente lorsque la pente décroît, et que l'occurrence de saturation est proportionnelle à l'aire drainée amont. Plus la valeur de l'indice associé à un élément du bassin versant est élevée, plus cet élément tendra à être saturé en eau. Un tel indice ne tient compte que de la géométrie du sous bassin situé à l'amont du point considéré, en faisant abstraction du niveau de base de la nappe. L'étroite relation entre les cours d'eau et les zones saturées qui leur sont liées laissent néanmoins supposer une influence avale non négligeable des axes de drainage sur l'extension de la saturation des sols. Il nous semble donc intéressant d'étudier la position relative des surfaces saturées par rapport aux axes de drainage, et par là-même de tenter de mieux définir l'extension des points sources en terme d'augmentation des surfaces contributives sur le bassin versant.

2. Étude expérimentale de la distribution spatio-temporelle de l'humidité de surface

2.1. Les approches choisies

L'humidité des sols dépend de nombreux paramètres tels que les caractéristiques physique du sol, la topographie, la végétation, les séquences climatiques locales... Elle présente ainsi une variabilité très forte tant sur le plan spatial que temporel, et nécessite un grand nombre d'échantillons afin d'obtenir des estimations fiables de distributions spatiotemporelles. La répartition spatiale des zones contributives ou plus généralement de l'humidité des sols est par ailleurs difficile à modéliser dans l'espace. C'est pourquoi peu de travaux traitent de l'évolution de la répartition spatiale de l'humidité des sols sur des échelles de l'ordre d'un bassin versant d'ordre 1 (Gascuel-Oudou, 1984). La difficulté à mesurer l'humidité in situ ou à la modéliser, stimula les recherches vers l'utilisation de techniques de télédétection, qui offrent la possibilité d'acquérir une information sur de grandes surfaces avec une précision de l'ordre de la dizaine de mètres.

L'étude expérimentale présentée suit deux approches:

(1) le suivi, à l'aide d'images radar enregistrées tous les 3 jours, de la variation, à des échelles de temps proche de l'averse, des surfaces saturées en eau sur toute une région (100 km x 100 km); l'objectif final étant de pouvoir obtenir une statistique représentative de la variation des zones de sources, en observant un grand nombre d'ordre 1;

(2) des campagnes mensuelles d'analyses d'échantillons de sol sur un bassin versant d'ordre 1, de manière à suivre l'évolution de la distribution spatiale de l'humidité de surface au cours d'une saison.

Précisons que l'approche (1) nécessite une première phase de validation de l'information radar sur un petit bassin versant. Nous avons donc, pour mener à bien les deux approches, choisi un bassin versant test d'ordre 1, situé sur la trace au sol suivie par le satellite. Le site expérimental est un sous-bassin versant du Coët-Dan (1,3 km²) affluent de l'Evel dans le Morbihan. Il présente un relief peu prononcé sur du schiste briovérien. La pluviométrie annuelle moyenne est de 711 mm/an avec des apports journaliers rarement supérieurs à 20 mm/j. Les sols se développent dans une couverture limoneuse sur du schiste briovérien. L'origine des limons vient d'une part de l'altération des substrats géologiques en place et d'autre part de remaniement éolien. Le bassin versant du Coët-Dan est le siège d'une culture intensive (92% de la surface du bassin sont exploités) et d'une production de porcs élevée (4 fois la moyenne bretonne).

2.2. Application de la technique radar

2.1.1. Mesure de l'humidité par technique radar

Contrairement aux fréquences dans les domaines de l'infrarouge et du visible, les micro-ondes (1 - 300 GHz) possèdent des caractéristiques essentielles dans la perspective d'une mesure de l'état hydrique d'un bassin versant. Elles sont peu sensibles à l'état de la couverture nuageuse; elles ont une capacité plus ou moins grande de pénétration sous le couvert végétal et dans les premiers centimètres du sol; et elles présentent un comportement variable suivant les propriétés diélectriques du sol, que l'on sait dépendre de la teneur en eau. La possibilité de mesurer l'humidité moyenne des sols à l'aide de micro-ondes actives fut démontrée théoriquement et expérimentalement dès les années 70 (Ulaby et Batlivala, 1976; Ulaby et al., 1978, 1983; Bernard et al., 1982, 1986; Bruckler et al., 1988). Il ressort de ces travaux que le signal rétrodiffusé de l'émission radar, est fortement corrélé avec l'humidité des 10 premiers cm de sol. Notons également une forte dépendance de la valeur du signal avec l'état de surface du sol (rugosité, orientation des structures principales) et de la couverture végétale qui absorbe et diffuse tout ou partie les ondes radar. Les paramètres instrumentaux peuvent être néanmoins choisis de manière à minimiser les perturbations induites par l'état de la surface ou du couvert végétal: une fréquence proche de 5 GHz (bande C), un angle d'incidence compris entre 10° et 20°, et une polarisation HH. En utilisant une configuration du radar adéquate, il est possible d'étalonner le signal rétrodiffusé en terme d'humidité volumique (Ulaby et al., 1978; Bernard et al., 1982, 1986; Bernard et Vidal-Madjar, 1983) (Fig. III.5). Les étalonnages proposés dans la littérature ne sont valables cependant que pour des valeurs humidité inférieures à la capacité au champ. Lorsque les sols atteignent des taux d'humectation supérieurs, la réponse en terme de signal rétrodiffusé n'est plus linéaire. L'apparition d'une couche d'eau libre en surface induit un effet spéculaire et une chute brutale du signal (Fig. III.6). Les courbes expérimentales d'étalonnage précédentes deviennent alors

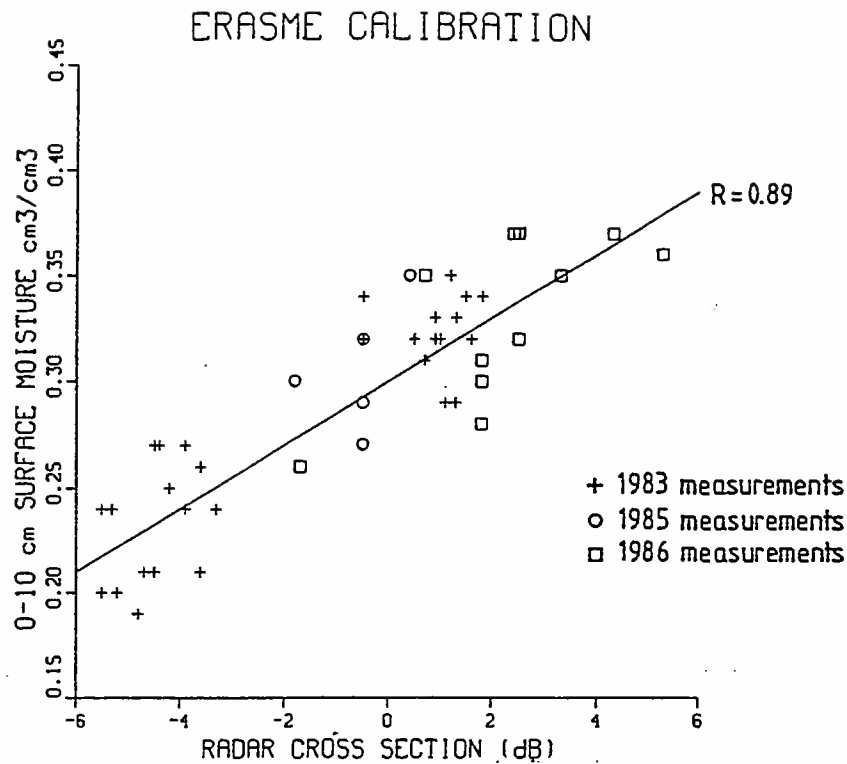


Figure III.5 : Calibration du radar Erasme (signal rétro diffusé en fonction de l'humidité des sols entre 0-10 cm). Remarque: les humidités mesurées ne dépassent pas la capacité au champ. (d'après Jarry, 1987).

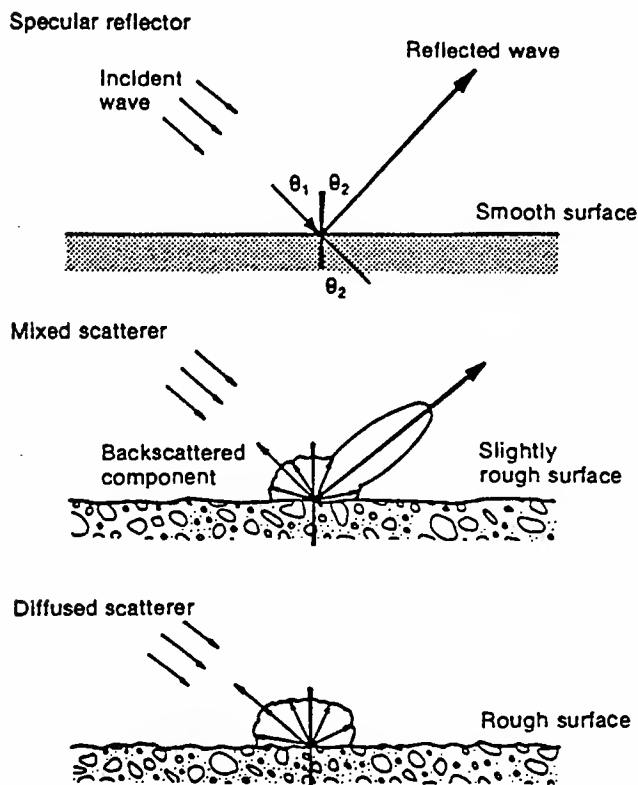


Figure III.6 : Direction et intensité du signal rétro diffusé en fonction de l'état de la surface. Pour une surface lisse (par exemple recouverte d'eau) le signal émis vers le radar (direction des ondes incidentes) est nul; suivant la rugosité de la surface la diffraction de l'onde incidente est plus ou moins isotrope. (source: Trevett, 1986)

caduques, du fait de l'impossibilité de pouvoir distinguer le signal diffusé par un sol très sec, de celui obtenu par la réflexion sur un sol saturé. Ce comportement singulier permet toutefois de déterminer la localisation des sols présentant une humidité supérieure à la capacité au champ dans un contexte climatique humide (Brun et al., 1990). Il est donc permis d'espérer délimiter l'extension des zones saturées à partir d'images radar sur de grandes surfaces.

2.1.2. Les images radar du satellite ERS 1 utilisées - Résultats

Le radar SAR (Synthetic Aperture Radar) embarqué sur le satellite ERS 1 (mis en orbite en Mai 1991) enregistre le signal rétrodiffusé sur de 100 km de côté avec un pixel de 12,5 m x 12,5 m. Le programme d'observation de la Terre du satellite ERS 1 comporte essentiellement deux phases de cycle de répétitivité orbitale: une phase de périodicité à 3 jours pour l'observation de sites particuliers, une autre avec une périodicité de 35 jours pendant laquelle l'ensemble de la surface terrestre est couvert. La situation privilégiée du bassin versant du Coët-Dan (12 km², Morbihan), situé sur l'une des traces au sol suivi par le satellite pendant la phase à 3 jours, a permis l'acquisition d'images radar sur ce site tous les 3 jours de Janvier à Mars 1992, et tous les 35 jours pendant 1 an. Nous pouvions donc tenter de suivre l'extension des zones saturées sur plusieurs bassins versants d'ordre 1 pendant toute la période hivernale. La configuration du SAR embarqué sur ERS 1 est la suivante: 5,3 GHz, VV, 23°. Un contrôle au sol de l'humidité est nécessaire pour valider l'étalonnage. Une série de campagnes de mesures de l'humidité de surface, et un suivi de l'extension des zones saturées sur un des sous bassin versant d'ordre 1 du bassin du Coët-Dan ont été effectués.

L'analyse de la variation du signal à l'intérieur de chaque parcelle confirme la bonne sensibilité du signal à l'humidité de surface. Elle montre néanmoins une très forte dépendance de la valeur du signal en fonction de la rugosité de la surface des sols et du couvert végétal. Cette dépendance est très marquée dans le cas de cultures saisonnières où l'évolution de la couverture végétale introduit des variations significatives de l'intensité du signal rétrodiffusé (Fig. III.7). Il est donc difficile de traduire en terme d'humidité l'information acquise à 35 jours d'intervalle (intervalle pendant lequel on observe d'importantes modifications du couvert végétal et de la rugosité du sol, surtout dans le cas de régions agricoles telles que la Bretagne). Pour les images obtenues avec une périodicité de 3 jours, il est possible d'atténuer l'effet dû à une modification de la géométrie de la surface de diffusion, en étudiant seulement la différence de l'intensité du signal entre deux images successives. La non linéarité du signal n'est observée que pour quelques cas de figures, à savoir: une récolte sur la parcelle, un travail du sol, le gel ou l'extension des zones saturées. Ce traitement permet de montrer pour certaines parcelles, une corrélation entre une chute de l'intensité et la saturation des sols (Mérot et al., 1994; Appendice). Mais le bruit important généré par l'état de la surface nécessite un traitement

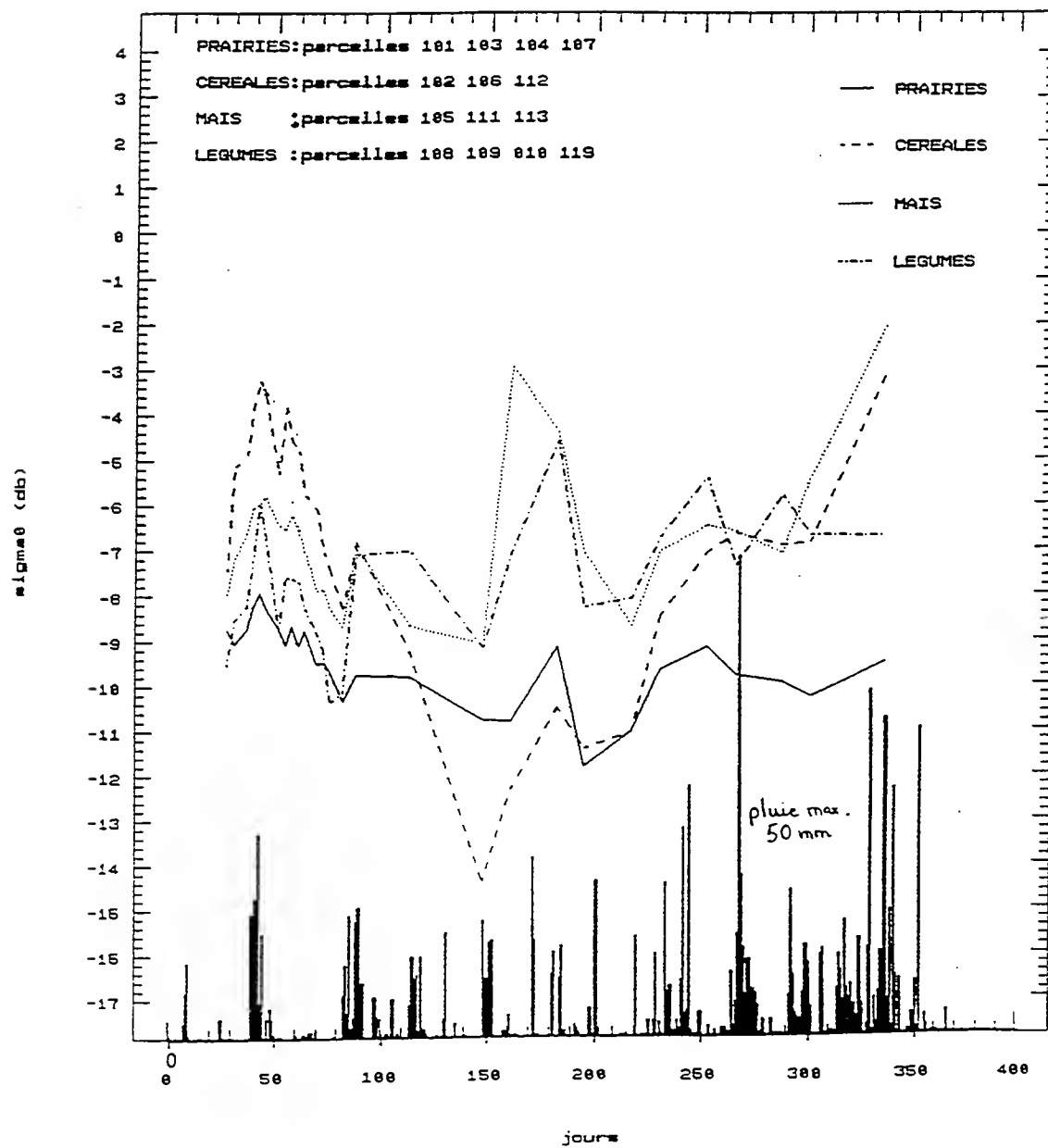


Figure III.7 : Suivi du signal radar par type de culture. L'intensité du signal rétrodiffusé suit des variations caractéristiques du couvert végétal.

du signal radar plus conséquent pour acquérir une information utilisable sur toute l'image. Une telle analyse d'image demande une technicité en traitement du signal radar et un suivi simultané des caractéristiques de la surface du sol ou du couvert végétal, qui sort du cadre de cette thèse. C'est pourquoi il n'a pas été possible d'utiliser la télédétection radar pour suivre l'extension des zones contributives, à l'échelle d'un bassin versant tel que le Coët-Dan puis d'une région plus large.

2.2. Approche topographique de la distribution spatio-temporelle de l'humidité de surface

Les campagnes d'échantillonnage, effectuées en premier lieu dans la perspective d'une validation terrain des images radar, ont été analysées dans un second temps afin d'extraire la distribution spatiale de l'humidité en fonction de la topographie, au cours d'un cycle hydrologique.

The influence of the topography on time and space distribution of soil surface water content

A. CRAVE*,** AND C. GASCUEL-ODOUX*

** INRA, Science du sol, 65 route de Saint-Brieuc, 35042 Rennes Cedex, France*

*** Géosciences, Rennes, UPR 4661, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France*

ABSTRACT

Time and space distribution of water content at soil surface has been investigated on a small farmland catchment (1.3 km²) from four field surveys corresponding to different moisture status. For each survey, about 400 samples were collected at soil surface and at 5 cm in depth along ten axis parallel to the greatest slope. The relationships between these measurements and the topography are analysed. The structure of the data is well explained by a topographic index referring to the downslope conditions and defined as the elevation difference between the sample point and the stream point corresponding to the outlet of the water pathway derived from Digital Elevation Model (DEM). This index can be considered as an hydraulic head, at least in saturated conditions. A threshold on this index allows two domains in the catchment to be distinguished; the water content is nearly constant and slowly variable in the upper domain while it strongly increases and is highly variable in the bottom domain. A decreasing exponential function of water content versus this index fits well with the data averaged by index class. The physical significance of this relationship for the catchment processes, implications for sampling strategies of remote sensing validation are discussed.

KEY WORDS Water content Space/time distribution Radar calibration Topographic index
Digital Elevation Data

INTRODUCTION

A major challenge of hydrology or bioclimatology is the assessment of time and space distribution of soil surface water content at the catchment scale, that would greatly improve hydrological modelling, particularly for distributed and physically based models using the contributive area concept (Anderson and Kneale, 1980; ; Band, 1986; Beven and Kirkby, 1979; Beven and Wood, 1983). O'Loughlin (1986) then Barling et al. (1994) proposed a predictive model of spatial distribution of saturated areas and soil water content based on this concept: a wetness index is estimated by the model as only the DEM and a value of transmissivity are required *a priori*. Experimental data or estimates based on experimental data of soil surface water content would be useful to validate modelling assumptions or to better constrain initialization and calibration of an hydrological modelling.

As a matter of fact, experimental studies are scarce while the processes are numerous and occur at different time and space levels. At the catchment level, soil surface water content depends on the location in hillslope, due to the water table. Locally, it depends on the physical characteristics of soil surface and layers, and on surface conditions such as roughness or overlying vegetation. Many informations are so required to study experimentally the spatial distribution of soil surface conditions, i.e. a detailed topographic analysis, a delineation and a characterization of parcels and soils considered as relevant units.

To make up for the lack of experimental studies the active microwave remote sensing (Bernard et al., 1982; Brun et al., 1990; Ulaby and Batlivala, 1976;) particularly by using the data of the spaceborne synthetic aperture imaging radar (Mérot et al., 1993) may be considered as a real mean to estimate the spatial distribution of soil surface moisture. However the ability of the backscattering signal to provide it really depends on experimental calibrate phases. Even in this way, it is primary necessary to investigate how the soil surface moisture is distributed on the catchment in order to choose available sampling strategies of calibration and to get unbiased spatial estimates.

The purpose of this paper is to analyse the influence of the topography on the spatial distribution of soil surface water content, on a small catchment of 1.3 km² from four field surveys corresponding to different moisture status on the catchment. The relevance of a model and the consequences on calibration phase of a remote sensing approach are discussed.

EXPERIMENTAL SITE

The study catchment is an area of 1.3 km² that corresponds to a subcatchment of the Coët-Dan catchment (French Brittany) (Fig. 1). The orientation of the main stream is East-West. The south-facing slope presents an elevation range of about 20 metres; it is an open field landscape of fodder and cereal crops. The north-facing slope presents a lower elevation range of about 10 metres; it is mainly covered by grassland. The bedrock is comprised of primary brioverian shales. Soils are loamy

brown low leached soils, sometimes stoneless. The fairly homogeneous texture is the following: loam 70%, clay 17%, sand 13%. They are classified in three groups according to their drainage regime: no waterlogged, waterlogged in depth, waterlogged from the surface. The areas of these three soil types are similar ; the most waterlogged areas are located along the channels. There is a high contrast of saturated hydraulic conductivity from one to two order of magnitude from well drained slope soils to the waterlogged bottom soils (Widiatmaka and Curmi, 1994). This catchment presents neither roads nor hedges.

MATERIAL AND METHOD

Four field surveys were performed on 18 February 1992, and 24 October 1992, 27 January 1993 and 3 September 1993. The cumulative rainfall for the previous month is respectively 52, 38, 105 and 3 mm. These surveys ranges from the wettest to the driest conditions observed during 1992 and 1993: in january 1993, the survey took place in very wet conditions whereas in september 1993 it took place in very dry conditions.

The sampling design is comprised of ten axis parallel to the greatest slope to study specifically topographic effects (Fig. 1): the greatest slope is assumed to control the soil moisture distribution along the hillslope. The axis are distributed throughout the catchment to include equally the three soil groups and all types of land use. The sampling lag on each axis is of 25 metres; about 20 samples by depth were collected on each axis. The soil was sampled at two depths: 0 to 5 cm, and 5 to 10 cm. 500 samples were collected for each survey except for the last one: only one axis out of two was sampled in september 1993. Each sampling point is referred by its geographical coordinates determined using a 1/10000 scaled topographic map. This map is also used to compute the DEM 30 metres grid size that allows to determine the elevation of each sampling point.

Gravimetric water content was determined on each sample of each survey by weighting it before and after 48 hours oven drying. A few samples obtained from saturated areas present free water and gravimetric water content are over-estimated. These outlayers influence further calculations; therefore, these samples were set to a maximum water content of 80% but not eliminated to incorporate information on the location of the saturated areas. Bulk density was determined by cylinder method for one sampling point out of three at 5-10 cm during one survey.

In a first stage, spatial distribution of soils, land uses are considered in order to analyse the spatial distribution of these measurements. The three soil units delineated according to their drainage regime with a 1/10000 scaled soil map are distinguished. Four land uses are distinguished: bare soils or soils with low vegetation cover; soil surface with more than 50% of vegetation cover; plots of com crops; grassland.

In a second stage, topographic features are considered from a digital elevation model 30 metres grid size derivated from a 1/10000 scaled topographic map. Various topographic indexes for each

sampling point are computed: the upslope cumulative area, the local slope and the Kirkby index (Kirkby, 1978) that determine an occurrence of soil saturation and defined as the logarithm of the ratio between the cumulative upslope area and the tangent of the local slope. Another topographic index referring to the downslope topography is also computed. It is an elevation difference, noted as DZ, and computed as follows:

$$DZ_{ik} = Z_i - Z_{ik}$$

where Z_i is the elevation at the data point and Z_{ik} the elevation in the stream according to the flow pathway between the data point and the stream. In a first approximation, the lowest elevation of each axis is considered as Z_{ik} .

The water content data are averaged according to DZ classes of one metre class interval to describe coarsely space and time distribution and model it. Around ten values are grouped in each class excepted for the last survey for which only half are considered.

RESULTS

Bulk data

The spatial distribution of soil surface water content was analysed for each of the four surveys. The results on the bulk data are only presented for one survey and one depth, 27 January and 5-10 cm, because the same trends are observed for all the surveys.

Distinction of vegetation cover brings no stratification of the data, except for grassland which are mainly located in the valley bottom with high water content (Fig. 2A). One out of the three soil types is well related to the water content data: the most waterlogged soils, mainly located along the channels, correspond to the greatest and the most scattered water content values (Fig. 2B).

The water content data are not well related to the Kirkby's index (Fig. 3A): high water content, i.e. saturated conditions, does not always correspond to high index values. The local and upslope topography cannot explain the spatial distribution of the surface water content for all data points. The data of water content are better related to the elevation difference to the stream DZ (Fig. 3B). Two groups of values are distinguished: a group centered around an average value of 32% corresponds to DZ values higher than 4; a group distributed on the whole range of moisture corresponds to DZ values lower than 4.

Data averaging and modelling

The water content data averaged according to DZ classes of one metre class interval confirms that there is a threshold beyond which water content is fairly constant and presents a low variability, and below which water content increases strongly and presents a higher variability as DZ decreases (Fig. 4). This threshold is mainly defined by the range of standard deviation that varies abruptly while the variations of mean values are both continuous and chaotic. This threshold corresponds to a mean topographic limit delineating the hillslope domain from the bottom domain.

An exponential function defined as follows:

$$W = A \exp(-DZ / 2) + B$$

is fitted (Fig. 4). It presents different advantages: the exponential function is an often used synthetic draining function; it expresses a great then progressively slighter and slighter decrease of water content as DZ increases; it takes into account the link between the values of the two previously defined domains. At the opposite it does not take into account the existence of a threshold that it is better defined by variations on standard deviations than on means.

The map of the model residuals (Fig. 5), i.e. difference between measurements and model estimates for each data point, shows that the error sign is not randomly distributed in the catchment: in some areas, the errors are systematically positive or negative, located above all in the bottom part and partly related to the location of the secondary drainage axis. This assumption is tested by taking into account a more precise drainage network derived from a 1/1000 scaled topographic analysis used to calculate new values of DZ (Fig. 6). The variations of the water content are smoother, the slope at the origine is higher and the threshold is lower as a detailed topographic analysis is used (Fig. 7): the limit between the hillslope domain and the bottom domain is better defined. This calculation of DZ will be used in the further calculations. Conversely, if the elevation at the outlet of the catchment is chosen to calculate DZ (Fig. 6), according to a lower topographic accuracy or above all to better take into account the emptying of the catchment in the driest conditions, the variations of the water content are more chaotic, the slope at the origine lower and the threshold higher (Fig. 7): the limit between the hillslope domain and the bottom domain of the catchment is more gradual and lesser defined even for the driest survey.

The comparison of the four surveys

The results observed for each survey and each depth are similar (Fig. 8 et 9). The elevation difference is relevant to distinguish the two domains on the catchment whatever the moisture status is: one of fairly constant water content that characterizes the hillslope domain, and the other of high and variable water content that characterize the bottom domain. The water content is approximately the same on hillslope for the two wettest surveys while it is lower for the two others: a mean soil surface water content on hillslope defines well the moisture status of the catchment. The curves are not parallel so that the link between the moisture of the two domains is loose.

The study of variations on standard deviations does not show clearly if the threshold moves as the moisture on hillslope varies. It seems to be the same for the three wettest surveys and so must be considered as a fairly permanent delineation. It is uncertain for the driest survey for which the standard deviations are as high for hillslope as for the bottom. This is due, first, to the number of observations being halved; second, to the difference of evapotranspiration induced by the different vegetation covers being greater during summer than during other periods.

The decreasing exponential function was fitted to each of the four surveys, the two depths and the three tested elevation difference (Fig. 8 and 9). The fit obtained was always satisfactory (Fig. 8).

The A and B parameters and the estimated accuracy (Tab. 1) were computed. B, that corresponds to a mean water content on the hillslope domain, is more accurately determined than A. B is a good indicator of the variations in time of the moisture status on the catchment. A is more difficult to interpretate because it integrates quick variations in space and time of moisture existing along the stream. The consistency of the results is best at 5-10 cm in depth and when taking into account a precise drainage network.

DISCUSSION

Data analysis

All the data analysis was carried out on gravimetric water content measurements, although volumetric data were more relevant to analyse the variations of water storage on the catchment. This method was preferred because it allows to sample all the catchment very quickly by five groups of people and the measurements really corresponds to the same moisture status. Measurements of volumetric water content by a cylindric method would take too long time while we had not a sufficient number of TDR that are moreover difficult in using in stone soils. To verify the consistency of the relationships established with the gravimetric data, the bulk density measurements were used to calculate volumetric water contents at depth of 5-10 cm: the decrease of the water content as the elevation difference increases is higher and the two domains of the catchment are better defined when using volumetric than with gravimetric data. In this context, this analysis is available even if using gravimetric data.

Physical significance

Such spatial distributions of the soil surface water content, particularly the fairly constant moisture on the hillslope domain have been already observed in this context by using a geostatistical approach (Gascuel-Oudou, 1984). The influence of the elevation difference to the stream on the spatial distribution of soil surface water content in the bottom domain is new. This elevation difference is an hydraulic head at least in saturated conditions. It may be considered as an effective property that can globally characterize the catchment but not point variations that are too erratic as it is shown by the analysis of the residuals from the model. The influence of this elevation difference may be interpreted not only according to topographic considerations but also to the spatial distribution of soils.

As a matter of fact, as using the DEM for hydrological processes the Kirkby's index that referred to the upslope and the local topography is often used to explain space and time variations of soil moisture. Two arguments may explain that the elevation difference referring to downslope conditions is preferred here. Firstly the measurements are surface measurements and not vertical means of soil moisture: in the bottom domain where saturated conditions occur there is no difference; in the upper domain where the level of the water table differ in time and space the soil surface water content is fairly constant because the soils are the well drained (Gascuel-Oudou and Mérot, 1986), as the

contrary to the vertical mean of soil moisture that presents continuous space and time variations. Secondly the measurements are realized out of the flood periods for which the downslope topography occurs more than the upslope topography in the draining processes.

The soil distribution must be also considered because of the constant threshold on elevation difference regardless to the moisture status of the catchment and of the good relationship between surface moisture content and soil type: the bottom domain of the catchment may be seen as a permanent delineation and so partly due to intrinsic factors such as soil physical properties. This is apparently antagonic to the concept of variable contributive source area for which the surface saturation is highly time and space dependant according to rainfall events. Indeed the extension of saturated areas varies with rainfall events on this site (Merot et al., 1993), but despite these variations the moisture remains relatively stable. It may be partly explained the high contrast of saturated hydraulic conductivity an order of magnitude higher for well drained slope soils as compared to the waterlogged bottom soils.

Obviously experimental validations must be realized to test the real interest of this index for soil distribution or soil surface moisture prediction according to the geomorphological context and the accuracy of the DEM.

Practical implications of the results

The distinction of two levels of variability in the catchment has practical implications on sampling strategies to evaluate the distribution of soil surface moisture on the catchment. Lower sampling densities must be chosen in the upper domain than in the bottom domain of catchments. This is important since the upper domain is much larger than the bottom domain. Moreover, field investigations limited to the upper domain of the catchment may be sufficient to assess the moisture status of the catchment. These results also provide some insight on how to calibrate the information coming from a spaceborne synthetic aperture imaging radar (Mérot et al., 1993). The data treatment on imaging radar will improve in using windows to distinguish the hillslope from the bottom to compute the mean and the standard deviation on the radar signal. In a first phase, the elevation difference is a good index for this distinction as the DEM is available.

ACKNOWLEDGEMENT

We thank the staff of soil science laboratory in Rennes for their help in collecting the great number of samples. We thanks P. Durand and P. Mérot for their advices. This work was funded by E.S.A., pilot project, centre national de télédétection spatiale, Programme National de Télédétection Spatiale (PNTS) and Institut National de la Recherche Agronomique (INRA), CORMORAN project.

REFERENCES

- Anderson, M.G. and Kneale, P.E. 1980. Topography and hillslope soil water relationships in a catchment of low relief. *J. Hydrol.*, 47, 115-128.
- Band, R.C. 1986. Topographic partition of watersheds with digital elevation models. *Water resour. res.*, 22, 526-534.
- Barling, R.D., Moore, I.D. and Grayson R.B., 1994. A quasi dynamic wetness index for characterizing the spatial distribution of zones of surface saturation and soil water content. *Water Resour. Res.* 30, 1029-1044.
- Bernard, R., Martin, P., Thony, J.L., Vauclin, M. and Vidal-Madjar, M. 1982. C band radar for determining surface soil moisture. *Remote sens. Environ.*, 12, 189-200.
- Beven, K.J. and Kirkby, M.J. 1979. A physically based variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrol. Sci. Bull.*, 24, 43-69.
- Beven, K.J. and Wood, E.F. 1983. Catchment geomorphology and the dynamics of runoff contributing areas. *J. Hydrol.*, 65, 139-150.
- Brun, C., Bernard, R., Vidal-Madjar, D., Gascuel-Oudou, C., Mérot, P., Duchesne, J. and Nicolas, H. 1990. Mapping saturated areas with a helicopter-borne C band scatterometer. *Water Resour. Res.*, 26, 945-955.
- Gascuel-Odou, C. 1984. Application de la géostatistique à l'étude de la variabilité spatiale des propriétés hydriques du sol. Thèse de doctorat, 235pp.
- Gascuel-Odou, C. and Mérot, P. 1986. Variabilité spatiale du transfert de l'eau dans le sol: utilisation du traçage et analyse géostatistique. *J. Hydrol.*, 89, 93-107.
- Kirkby, M.J. 1978. Hillslope hydrology, John Wiley, New York.
- Mérot, P., Crave A. and Gascuel-Odou, C. 1994. Effect of saturated areas on backscattering coefficient of the ERS-1 SAR: first results. *Water Resour. Res.*, 30, 175-179.
- Montgomery, D.R. and Dietrich, W.E. 1989. Source areas, drainage density, and channel initiation. *Water Resources research*, 25, 1907-1918.
- O'Loughlin, E.M. 1986. Saturation regions in catchments and their relations to soil and topographic properties. *J. Hydrol.*, 53, 229-246.
- Ulaby, F.T. and Batlivala P.P. 1976. Optimum radar parameters for mapping soil moisture, *IEEE trans. Geosci. Remote Sens.*, GE-14, 81-93.
- Widiatmaka and Curmi P. 1994. Soil horizons hydrodynamic characteristics of an acid soil system. Interest of their grouping according to functional properties for spatial transposition. 15th World Congress of Soil Science, Acapulco, Mexico, July 10-16 1994, vol 2b, 151-152.

REFERENCES

- Anderson, M.G. and Kneale P.E., 1980. Topography and hillslope soil water relationships in a catchment of low relief. *J. Hydrol.*, 47: 115-128.
- Band, R.C., 1986. Topographic partition of watersheds with digital elevation models. *Water resour. res.*, 22 (1): 526-534.
- Bernard, R., Martin, P., Thony, J.L., Vauclin, M. and Vidal-Madjar, M., 1982. C band radar for determining surface soil moisture. *Remote sens. Environ.*, 12: 189-200.
- Beven, K.J. and Kirkby, M.J., 1979. A physically based variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrol. Sci. Bull.*, 24: 43-69.
- Beven, K.J. and Wood, E.F., 1983. Catchment geomorphology and the dynamics of runoff contributing areas. *J. Hydrol.*, 65: 139-150.
- Brun, C., Bernard, R., Vidal-Madjar, D., Gascuel-Oudou, C., Mérot, P., Duchesne, J. and Nicolas, H., 1990. Mapping saturated areas with a helicopter-borne C band scatterometer. *Water Resour. Res.*, 26 (5): 945-955.
- Gascuel-Oudou, C., 1984. Application de la géostatistique à l'étude de la variabilité spatiale des propriétés hydriques du sol. Thèse de doctorat, 235pp.
- Gascuel-Oudou, C. and Mérot, P., 1986. Variabilité spatiale du transfert de l'eau dans le sol: utilisation du traçage et analyse géostatistique. *J. Hydrol.*, 89: 93-107.
- Kirkby, M.J., 1978. Hillslope hydrology, John Wiley, New York.
- Mérot, P., Crave A. and Gascuel-Oudou, C. 1994. Effect of saturated areas on backscattering coefficient of the ERS-1 SAR: first results. *Water Resour. Res.*, 30, 175-179.
- Montgomery, D.R. and Dietrich, W.E., 1989. Source areas, drainage density, and channel initiation. *Water Resources research*, 25, 1907-1918.
- O'Loughlin, E.M., 1986. Saturation regions in catchments and their relations to soil and topographic properties. *J. Hydrol.*, 53: 229-246.
- Ulaby, F.T. and Batlivala P.P., 1976. Optimum radar parameters for mapping soil moisture, *IEEE trans. Geosci. Remote Sens.*, GE-14(2): 81-93.
- Widiatmaka and Curmi P., 1994. Soil horizons hydrodynamic characteristics of an acid soil system. Interest of their grouping according to functional properties for spatial transposition. 15th World Congress of Soil Science, Acapulco, Mexico, July 10-16, 1994, vol 2b, 151-152.

(Figures and tables)

Figure 1 - Sampling scheme and location of the studied catchment within the Coet-Dan catchment (Brittany, France).

Figure 2 - Water content on 27 January 1993 at 5-10 cm versus elevation difference according to: (A) vegetation cover; (B) level of soil waterlogging.

Figure 3 - Water content on 27 January 1993 at 5-10 cm versus: (A) Kirkby index; (B) elevation difference to the stream.

Figure 4 - Mean ($\langle W \rangle$), the standard deviation ($\langle W \rangle + \text{sig}$, $\langle W \rangle - \text{sig}$) and the fitted decreasing exponential function ($\langle W \rangle$ fitted) for water content on 27 January 1993 at 5-10 cm averaged by one metre class intervals versus elevation difference to the stream.

Figure 5 - Map of the residuals, experimental data minus fitted values for each sample point, on 27 January 1993 at 5-10 cm : (O) positive values; (■) negative values.

Figure 6 - Schema of the three methods using to calculate the elevation difference DZ from the stream. A: Z_{IA} is located at the end of each axis, i.e. the main stream of the catchment; B: Z_{IB} is located according to a drainage network derivated from a 1/1000 scaled topographic analysis; C: Z_{IC} is the outlet of the catchment.

Figure 7 - Mean water content on 27 January 1993 at 5-10 cm, averaged one metre class intervals of elevation difference, versus elevation difference computed in reference to: (a) the outlet of the catchment; (b) the main stream of the catchment; (c) the secondary talwegs of the catchment.

Figure 8 - Mean and standard deviation of water content of the four dates, at 0-5 cm, averaged one metre class intervals, versus elevation difference computed from the secondary talwegs of the catchment.

Figure 9 - Mean water content of the four dates, averaged one metre class intervals, versus elevation difference computed from the main stream of the catchment at (A): 0-5 cm and (B): 5-10 cm.

Table 1 - A and B parameters of the fitted exponential function: estimates and estimated standard deviation.

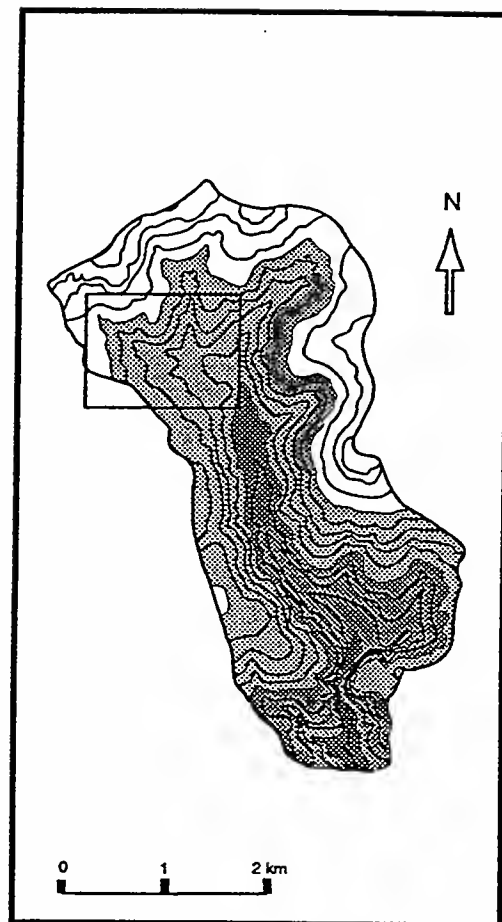
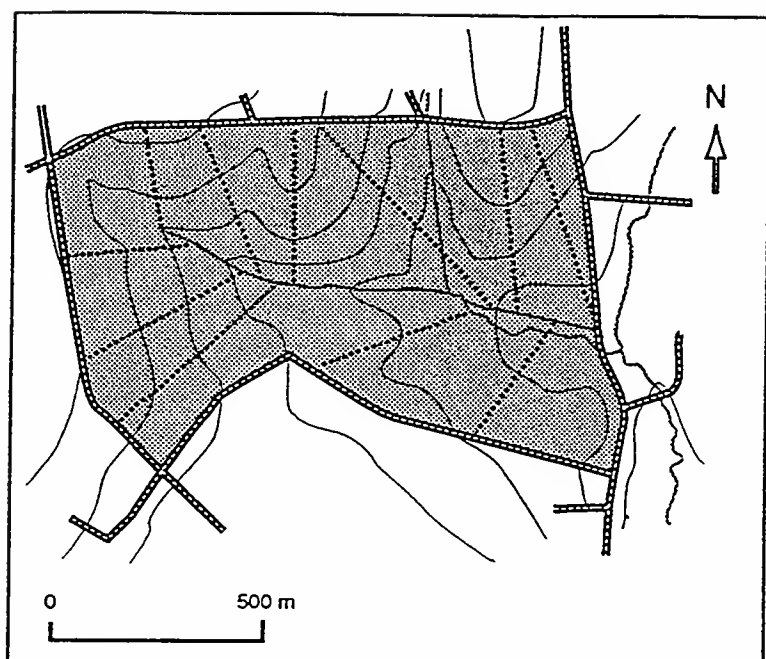


Figure 1

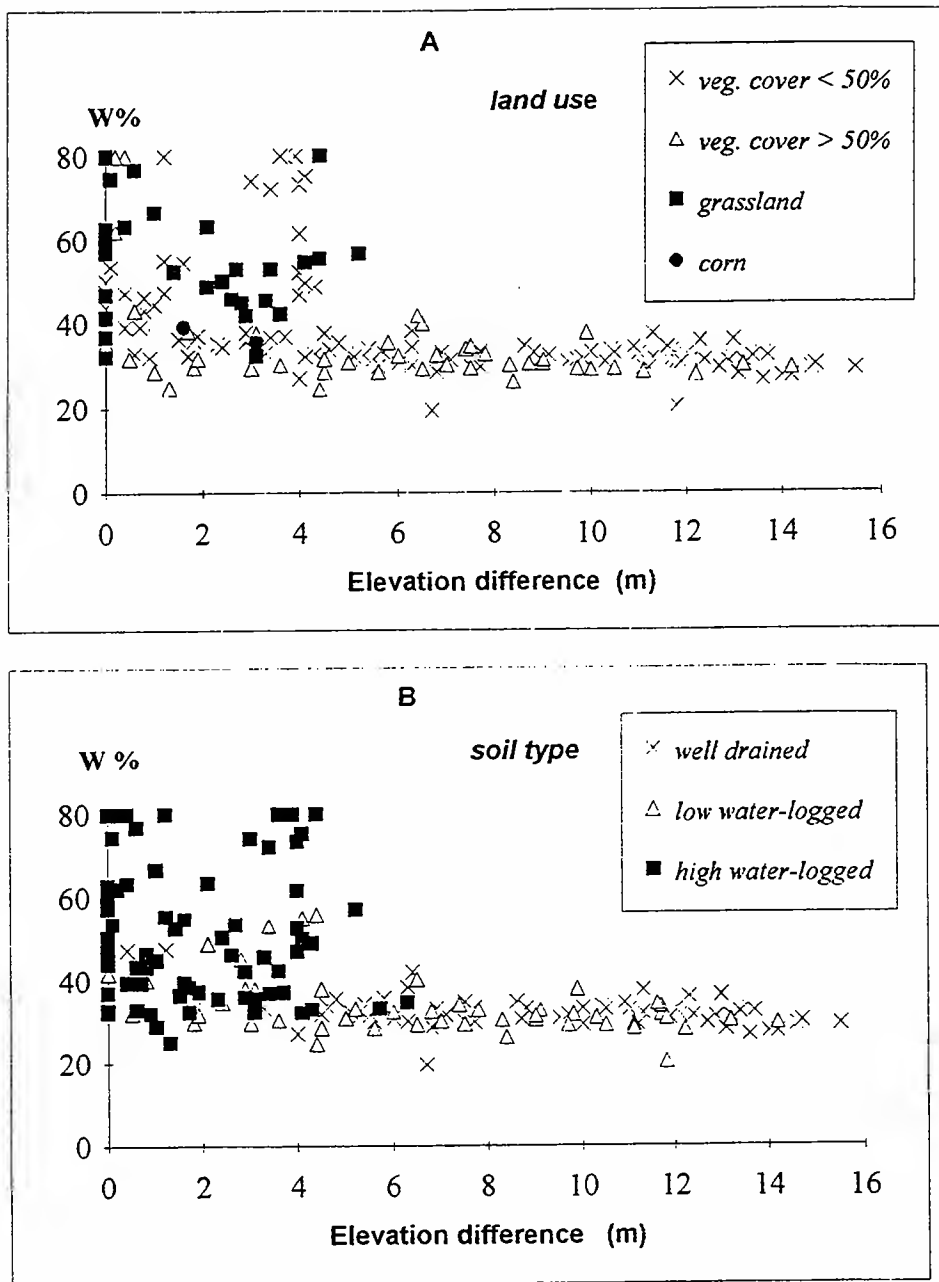


Figure 2

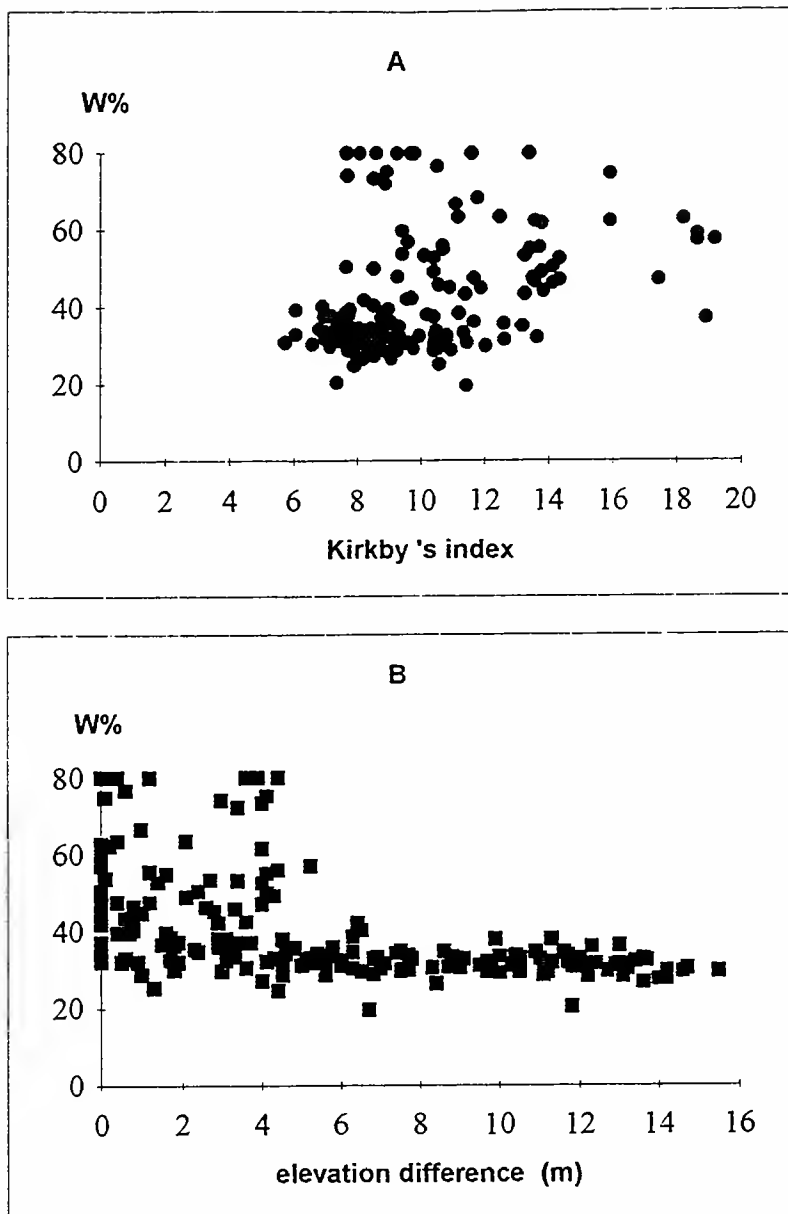


Figure 3

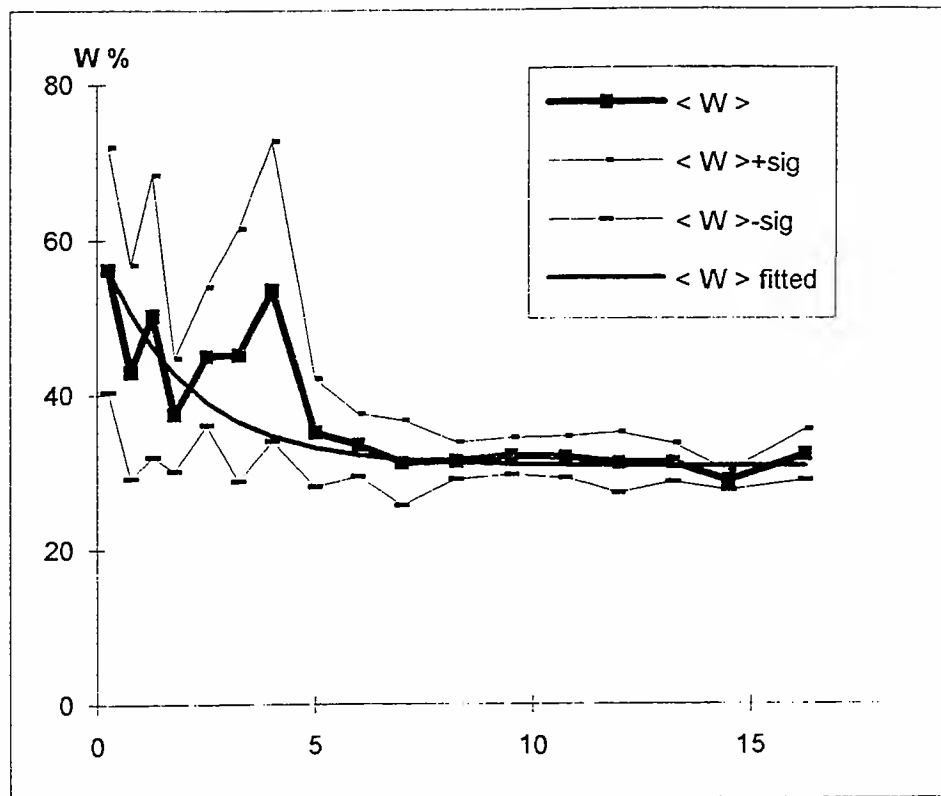


Figure 4

Residuals on January the 27, 1993

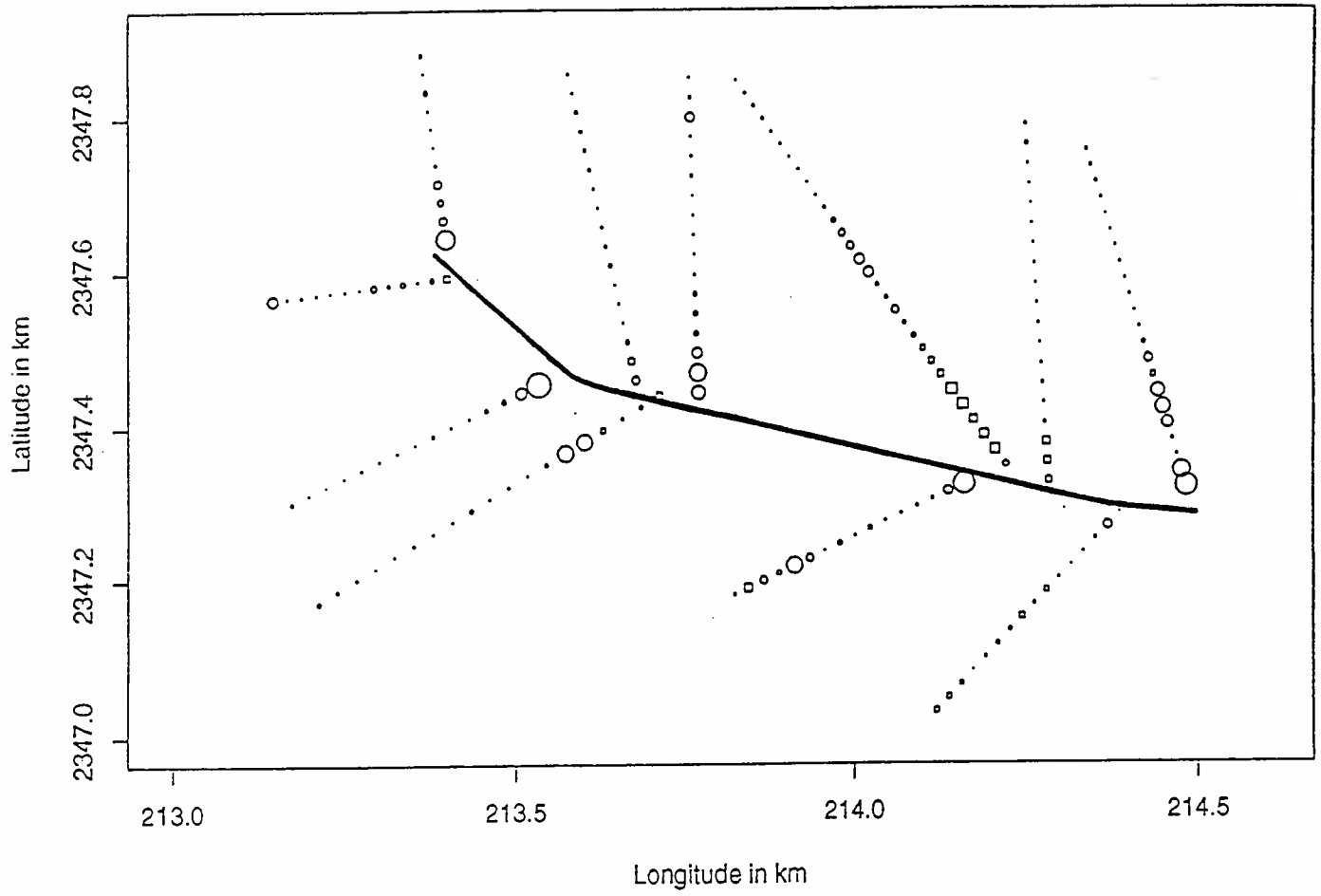


Figure 5

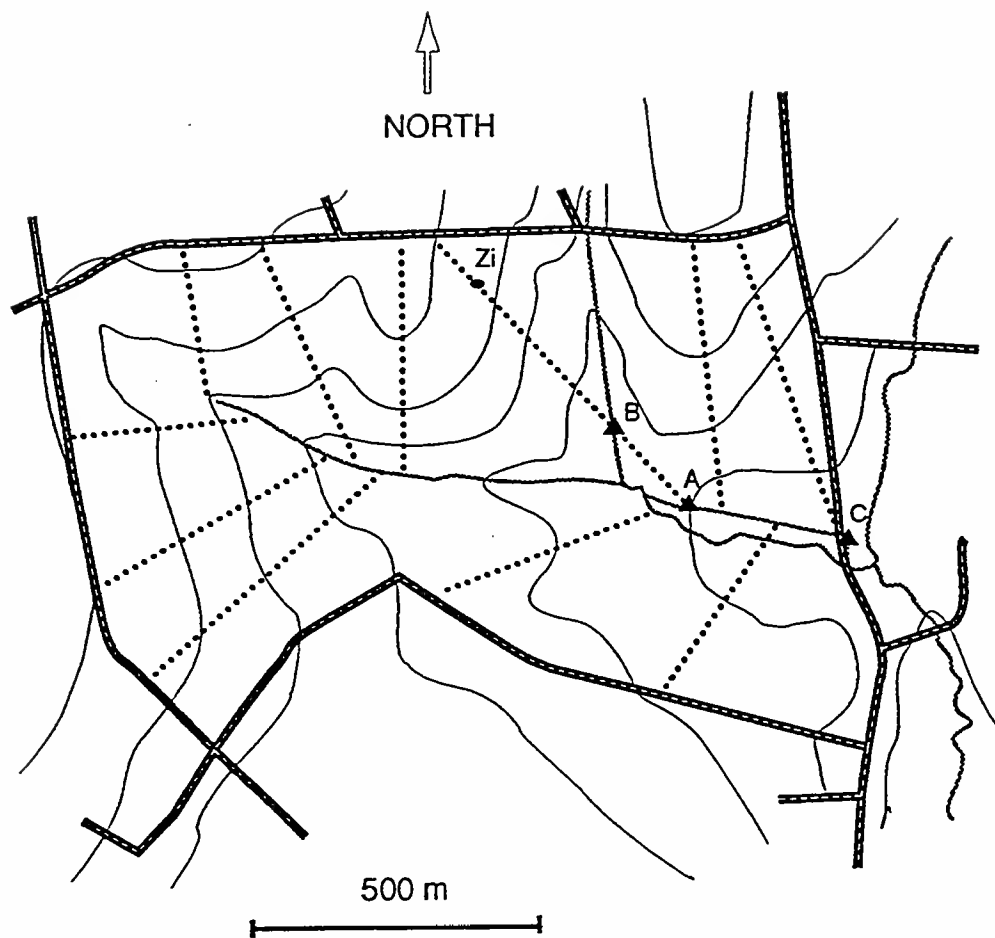


Figure 6

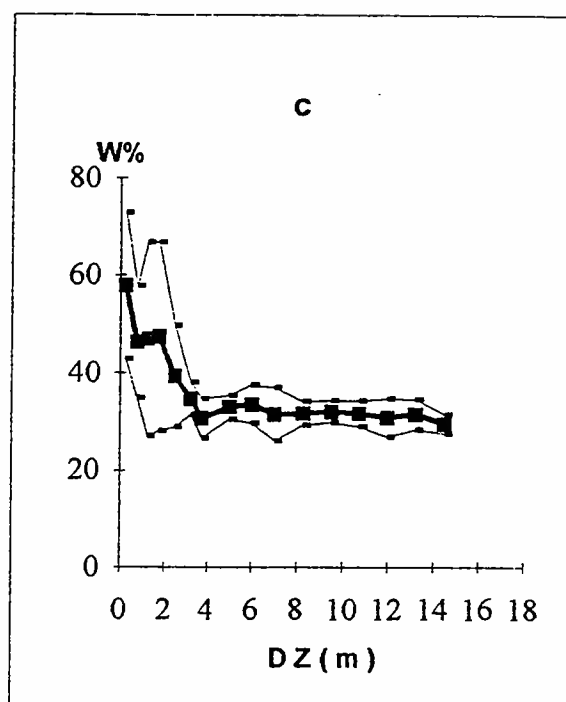
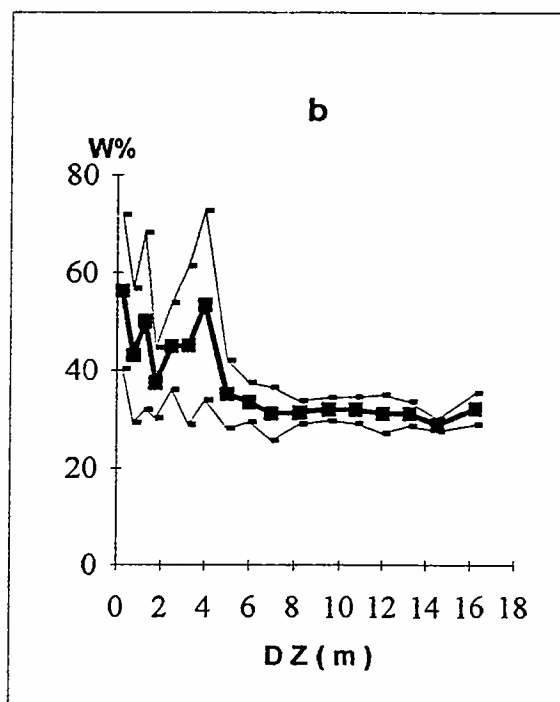
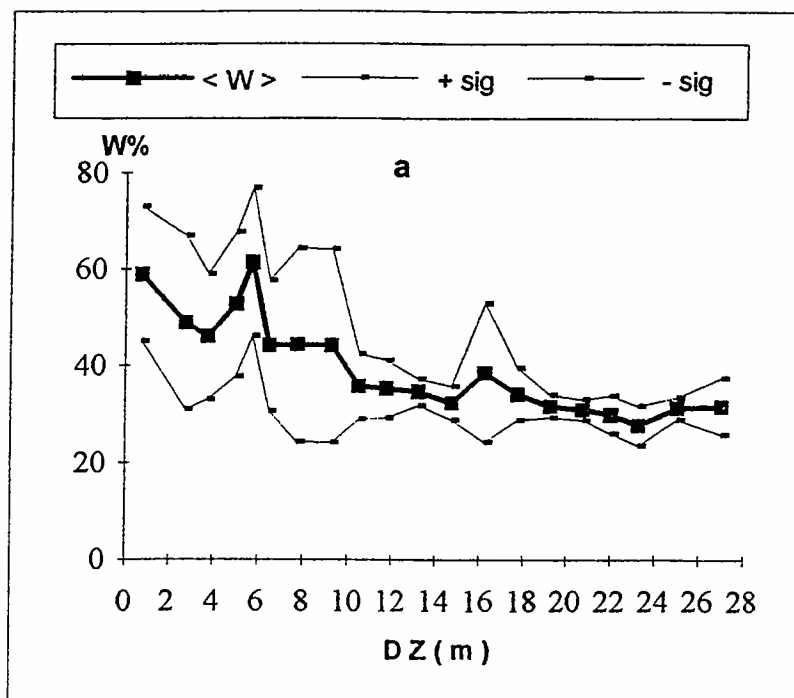


Figure 7

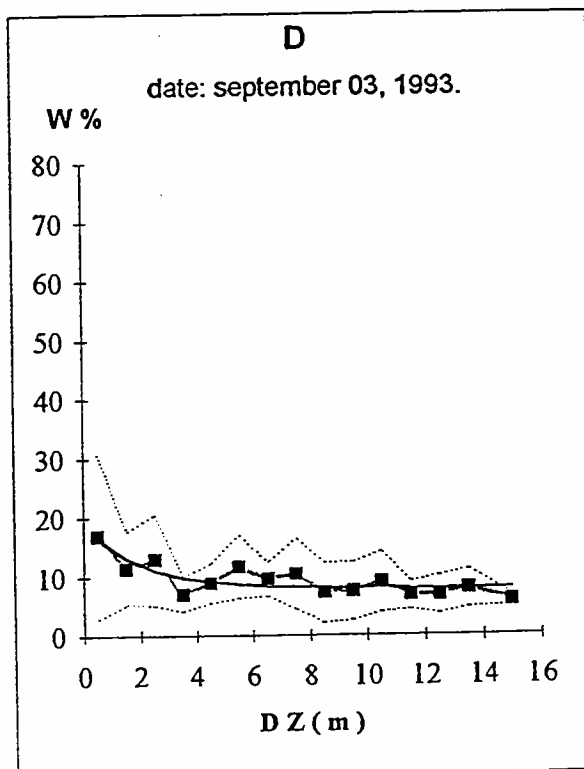
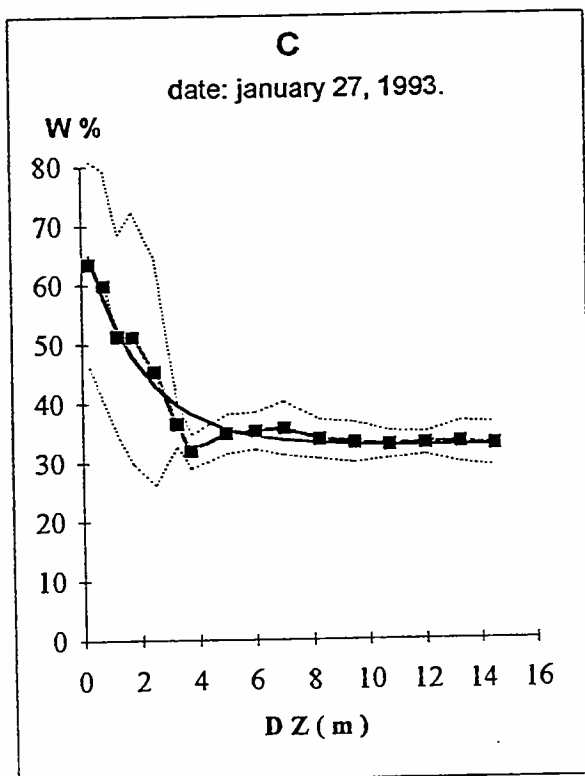
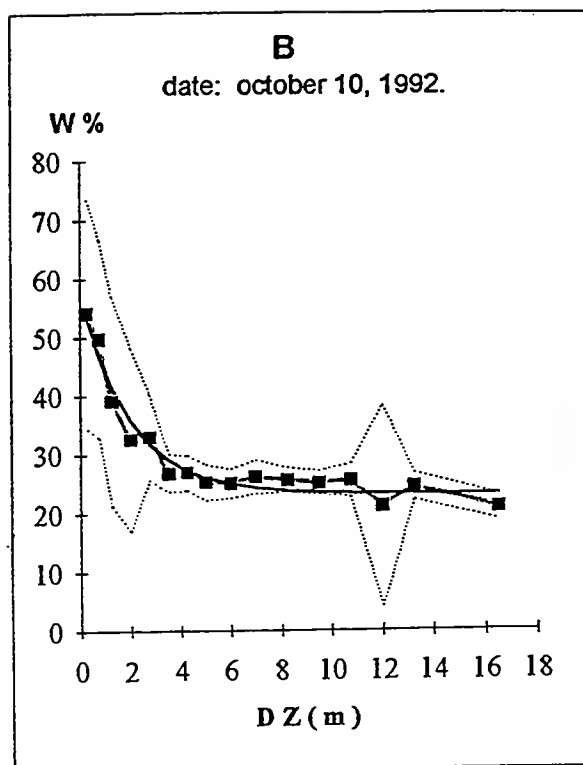
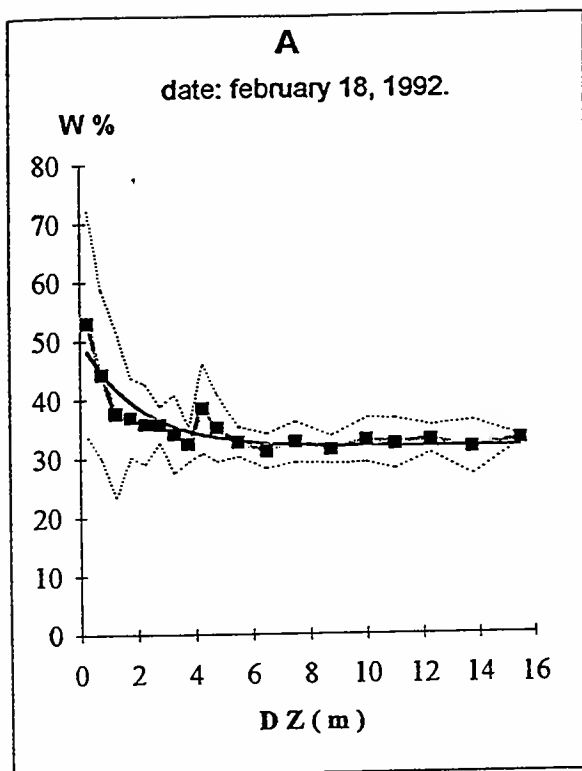


Figure 8

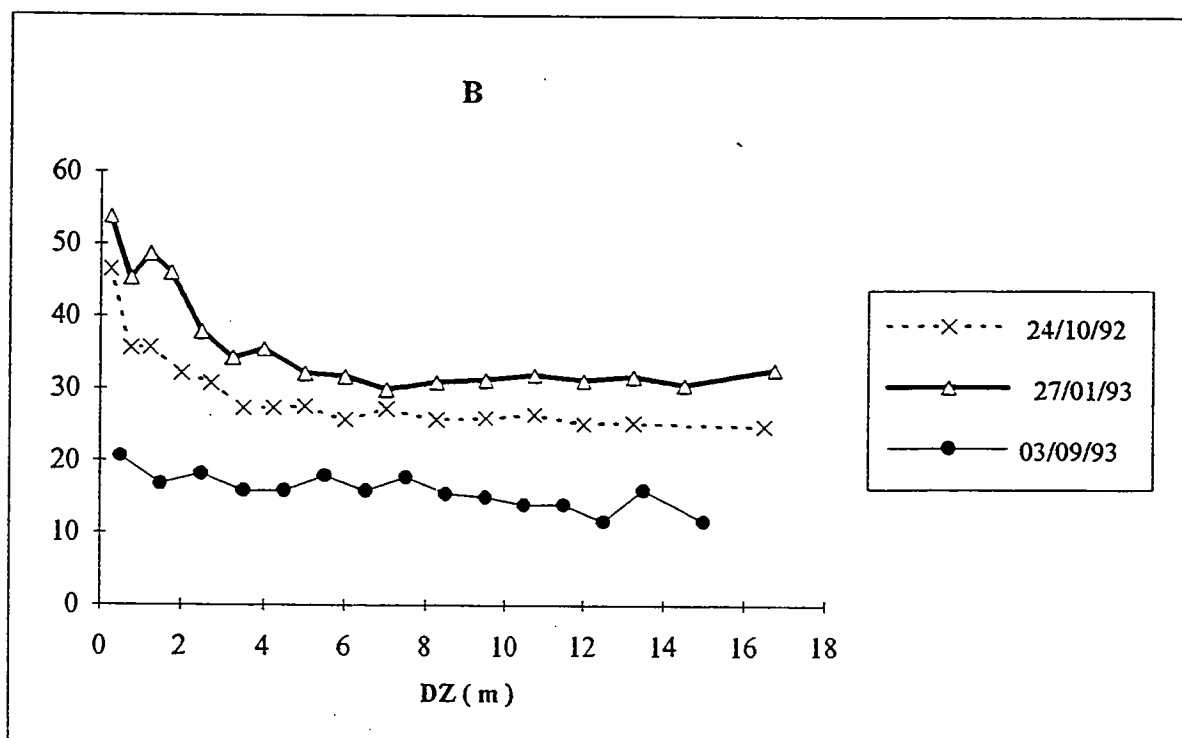
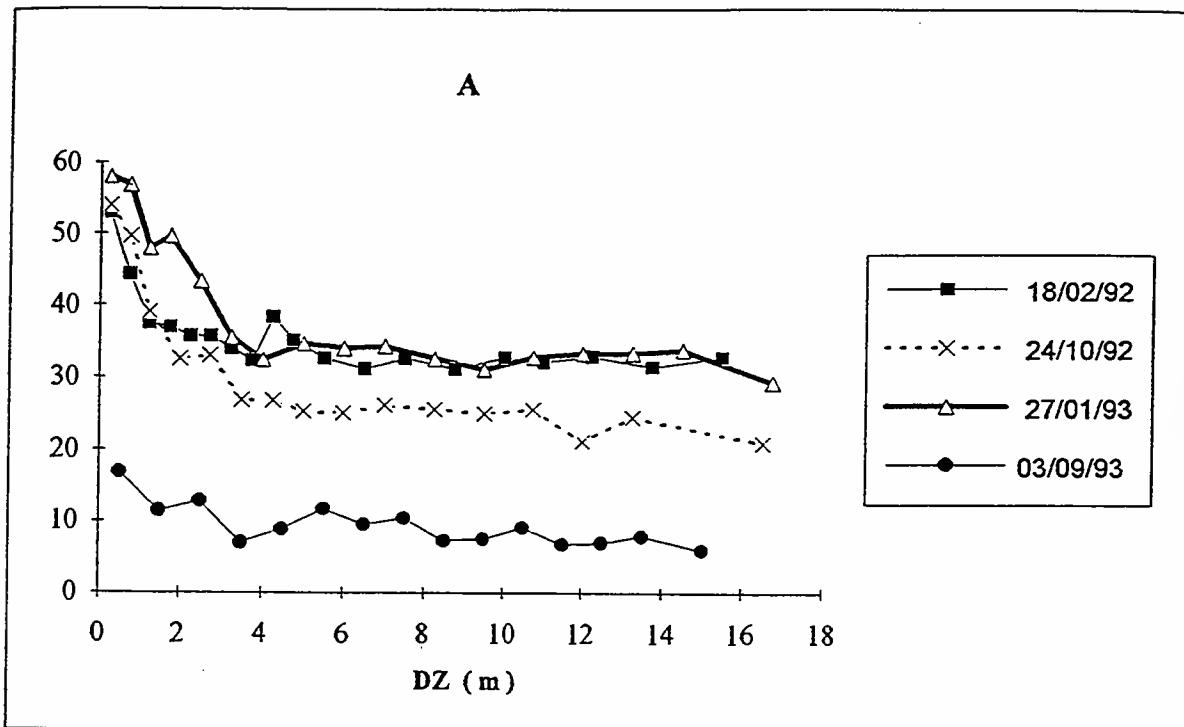


Figure 9

| parameter A | | mean | | | standard deviation | | |
|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------------|-------------|-------------|
| | | A reference | B reference | C reference | A reference | B reference | C reference |
| 0 - 5 cm | 02/18/1992 | 18.6 | 23.9 | 87.6 | 2.1 | 1.2 | 13.1 |
| | 10/24/1993 | 34.9 | 32.2 | 49.6 | 1.9 | 5.3 | 10.3 |
| | 01/27/1993 | 36.8 | 28.9 | 53.4 | 2.2 | 8.1 | 14.6 |
| | 09/03/1993 | 10.8 | 11.2 | 12.3 | 2.1 | 1.8 | 5.2 |

| | | | | | | | |
|-----------|------------|------|------|------|-----|-----|------|
| 5 - 10 cm | 10/24/1993 | 20.4 | 19.9 | 34.1 | 1.4 | 4 | 7.1 |
| | 01/27/1993 | 28.9 | 24.8 | 39.2 | 2.1 | 5.3 | 11.3 |
| | 09/03/1993 | 7.5 | 8.2 | 1.9 | 2.2 | 2.2 | 4.3 |

| parameter B | | mean | | | standard deviation | | |
|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------------|-------------|-------------|
| | | A reference | B reference | C reference | A reference | B reference | C reference |
| 0 - 5 cm | 02/18/1992 | 31.7 | 32.3 | 37.2 | 0.7 | 0.4 | 1.4 |
| | 10/24/1993 | 23.2 | 26.8 | 29.3 | 0.6 | 1.8 | 1.7 |
| | 01/27/1993 | 32.5 | 36.7 | 40.5 | 0.8 | 2.7 | 2.5 |
| | 09/03/1993 | 7.9 | 8.3 | 9.9 | 0.5 | 0.5 | 1 |

| | | | | | | | |
|-----------|------------|------|-------|------|-----|-----|-----|
| 5 - 10 cm | 10/24/1993 | 25.2 | 27.2 | 28 | 0.5 | 1.4 | 1.2 |
| | 01/27/1993 | 30.7 | 33.25 | 37.3 | 0.7 | 1.8 | 1.9 |
| | 09/03/1993 | 14.7 | 14.7 | 16.7 | 0.5 | 0.5 | 0.8 |

table 1

3. conclusion

L'étude expérimentale décrite dans ce chapitre avait pour objectif premier, d'utiliser les images ERS1 pour étudier l'évolution de l'humidité de surface sur des bassins versants d'ordre 1 et en déduire la structure du réseau hydrographique élargi aux zones contributives. La complexité des images radar n'autorise pas une exploitation simple de l'information radar pour calculer l'humidité des sols. Les mesures effectuées dans le cadre d'une validation terrain des images radar ont cependant permis de distinguer deux systèmes: un versant et un bas-fond. Le premier est caractérisé par une humidité pondérale homogène. Le second présente en revanche des valeurs d'humidité très variables et supérieures à la capacité au champ. L'interface entre ces deux systèmes est délimitée par un seuil de potentiel référencé par rapport aux axes de drainages principaux.

Malheureusement il n'a pas été possible d'établir avec certitude la stabilité ou l'évolution du seuil en fonction du degré global d'humidité du bassin versant, et de proposer une interprétation physique en terme de couplage entre le réseau et les zones saturées. D'autres études expérimentales seront donc nécessaires pour définir la dynamique du seuil en fonction du référentiel aval pendant un cycle saisonnier complet.

CONCLUSION

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un apport à la compréhension de l'organisation des réseaux hydrographiques et du relief. Deux approches complémentaires ont permis d'établir certains traits fondamentaux de ces deux systèmes évolutifs.

La première approche est une analyse statistique des caractéristiques géométriques de deux fleuves situés en Bretagne : le Blavet et la Vilaine. Elle montre l'existence de deux types de distributions de longueurs de cours d'eau et d'aire drainée. On observe: (i) des lois exponentielles des longueurs de cours d'eau entre les confluences, qui traduisent une distribution aléatoire des confluences au sein de l'arborescence hydrographique, (ii) des distributions de longueurs cumulées et d'aire drainée qui suivent des lois de puissances caractéristiques des systèmes d'agrégation aléatoire gouvernés par une contrainte de branchement vers l'aval. Les propriétés géométriques des réseaux hydrographiques vérifient les lois des arborescences au sens large, telles que les lois de Horton. Mais ces dernières ne représentent en rien une spécificité des systèmes hydrographiques et ne peuvent de ce fait être utilisées comme critère de validation dans les modèles de configuration de réseaux hydrographiques. Nous observons également une remarquable homogénéité de la densité de cours d'eau en Bretagne. Ce résultat est en contradiction avec les récents modèles d'organisation fractale. Il peut suggérer une modification des propriétés géométriques des réseaux au cours de leur croissance. Une compréhension complète de l'organisation spatiale des réseaux hydrographiques passe donc par l'étude de leur dynamique.

Les distributions statistiques de longueurs (cumulées ou non) des deux fleuves bretons étudiés, ne suivent les lois de régressions décrites plus haut qu'au-delà d'une certaine longueur seuil de l'ordre de 1 km qui correspond à la longueur moyenne des biefs d'ordre 1. Ce seuil est à la fois une limite inférieure à l'extension des réseaux hydrographiques et une longueur caractéristique du relief.

La deuxième approche vise à établir un modèle de croissance des réseaux hydrographiques afin de déterminer l'influence des processus physiques fondamentaux sur l'évolution conjuguée des réseaux et du relief. Le modèle proposé est construit à la fois sur la base de règles déterministes et stochastiques. Le déplacement de volume d'eau est simulé par le déplacement de marcheurs élémentaires (précipitons) qui évoluent sur la topographie tout en la modifiant par des règles simples d'érosion/sédimentation. On traduit ainsi de manière simple, en terme de règles de conduites de marcheurs, les principaux processus physiques d'érosion et de sédimentation (diffusion, transport

advectif, ...). Comme la plupart des modèles récents, nous pensons que la dynamique des systèmes géomorphologiques est fortement contrôlée par une modification des règles d'érosion lorsqu'on passe du versant (écoulement diffus souvent en milieu poreux) au réseau hydrographique (écoulement à surface libre). L'originalité de notre simulation est (i) de ne pas exiger a priori de conditions de branchement aval des réseaux, et (ii) d'utiliser une condition sur la valeur du flux hydraulique pour déterminer le régime des écoulements hydrauliques.

Avec de telles hypothèses, nous montrons plusieurs modes de croissance des réseaux hydrographiques : (i) une croissance vers l'amont à partir des limites les plus basses du système, (ii) une concentration des flux transversalement à la pente moyenne, (iii) des phénomènes de capture de sous-réseaux établis. La prédominance d'un mode par rapport à l'autre dépend beaucoup de l'amplitude de la perturbation imposée aux limites du système. Si la perturbation est forte (abaissement du niveau de la mer, par exemple), le mode (i) sera dominant. Sinon, le réseau hydrographique s'organisera suivant les modes (ii) et (iii).

Nous avons aussi étudié de façon quantitative le développement d'instabilités de pente lié aux différents mécanismes d'érosion. Les simulations retrouvent les résultats proposés par les études d'instabilités marginales de Smith et Bretherton (1972) ou Loewenhertz (1991). Les instabilités ne peuvent se développer que s'il existe une relation non-linéaire entre le flux de matière et le flux hydraulique. C'est le cas des simulations qui prennent en compte une modification du régime hydraulique de type versant-rivière. Les instabilités se développent alors perpendiculairement à la pente principale avec un facteur d'amplification qui dépend des paramètres de la loi d'érosion.

Dans la troisième partie de ce travail, par une approche expérimentale, nous avons cherché à établir des critères qui permettraient de localiser cette transition versant/réseau dans le cas des régions humides. Le rôle particulier des zones saturées dans la cinétique des transferts de volumes d'eau, nous a amené à utiliser leur extension géographique comme marqueur de la localisation de cette transition.

BIBLIOGRAPHIE

- Abrahams, A.D., 1972. The significance of maximum extension of drainage networks for the frequency distribution of interior link lengths. *J. Geol.*, **80**, 730-736.
- Abrahams, A.D., 1984. Channel networks: a geomorphological perspective. *Water Resour. Res.*, **20**, 161-168.
- Abrahams, A.D. and Miller, A.J., 1982. The mixed gamma model for channel link length. *Water Resour. Res.*, **18**,
- Andrle, R., 1992. Estimating fractal dimension with the divider method in geomorphology. *Geomorphology*, **5**, 131-141.
- Bak, P., Tang, C. and Wiesenfeld, K., 1987. Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise. *Phy. Rev. Lett.*, **59**, 381-?
- Bak, P., Tang, C. and Wiesenfeld, K., 1988. Self-organized criticality. *Phys. Rev. A*, **38**, 364-374.
- Band, L.E., 1986. Topographic partition of watersheds with digital elevation models. *Water Resour. Res.*, **22**, 15-24.
- Band, L.E., 1989. A terrain-based watershed information system. *Hydrol. Proc.*, **3**, 151-162.
- Bernard, R., Martin, P., Thony, J.L., Vauclin, M. and Vidal-Madjar, D., 1982. C band radar for determining surface soil moisture. *Remote Sens. Environ.*, **12**, 189-200.
- Bernard, R., Soares, J.V. and Vidal-Madjar, D., 1986. Differential bare field drainage properties from airborne microwave observations. *Water Resour. Res.*, **22**, 869-875.
- Bernard, R. and Vidal-Madjar, D., 1983. ERASME: Diffusiomètre héliportable en bande C: Application à la mesure de l'humidité des sols. *Proceedings of ERASEL/ESA, Symposium on Remote Sensing Applications for Environmental Studies*, **188**, 59-64.
- Beven, K.J., 1978. The hydrological response of headwater and sideslope areas. *Bull. Hydrol. Sci.*, **23**, 419-438.
- Beven, K.J. and Kirkby, M.J., 1979. A physically based, variable contribution area model of basin hydrology. *Hydrol. Sci. Bull.*, **24**, 43-69.
- Bruckler, L., Witono, H. and Stengel, P., 1988. Near surface soil moisture estimation from microwave measurements. *Remote Sens. Environ.*, **26**, 101-121.
- Brun, C., Bernard, R., Vidal-Madjar, D., Gascuel-Odoux, C., Merot, P., Duchesne, J. and Nicolas, H., 1990. Mapping saturated areas with a helicopter-borne C band scatterometer. *Water Resour. Res.*, **26**, 945-955.
- Cappus, P., 1960. Etude des lois de l'écoulement. Application au calcul et à la prévision des débits. Bassin expérimental d'Alrance. *La Houille Blanche*, **juillet-août 1960**, n° A, 493-520.
- Chase, C.G., 1992. Fluvial land sculpting and the fractal dimension of topography. *Geomorphology*, **5**, 39-57.
- Christensen, K., Olami, Z. and Bak, P., 1992. Deterministic $1/f$ noise in nonconservative models of self-organized criticality. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 2417-2420.
- Coates, D.R., 1958. Quantitative geomorphology of small drainage basins in southern Indiana. *Tech. Rep. Off. Nav. Res. Proj.*, **10**, 389-042.

- Costa-Cabral, M.C. and Burges, S.J., 1994. Digital elevation model networks (DEMON): A model of flow over hillslopes for computation of contributing and dispersal areas. *Water Resour. Res.*, **30**, 1681-1692.
- Crouzet, E., Hubert, P., Olive, P., Siwertz, E. and Marcé, A., 1970. Le tritium dans les mesures d'hydrologie de surface. Détermination expérimentale du coefficient de ruissellement. *J. Hydrol.*, **11**, 217-229.
- Culling, W.E.H., 1963. Soil creep and the development of hillside slopes. *J. Geol.*, **71**, 127-161.
- Davy, P., 1993. On the frequency-length distribution of the San Andreas fault system. *J. Geophys. Res.*, **98**, 12,141-12,151.
- De Martonne, E., 1906. La pénéplaine et les côtes bretonnes. *Ann. Géographie*, **15**, 213-236.
- Depraetère, C. and Moniod, F., 1991. Contribution des modèles numériques de terrain à la simulation des écoulements dans un réseau hydrographique - Exemple du bassin de Bras-David (Guadeloupe). *Hydrol. Continent.*, **6**, 29-53.
- Dietrich, W.E. and Dunne, T., 1993. The channel head. In: Beven, K.a.K., M. J. *Channel Network Hydrology*. John Wiley, New York, 176-219.
- Dunkerley, D.L., 1977. Frequency distribution of stream link lengths and the development of channel networks. *J. Geol.*, **85**, 459-470.
- Dunne, T., 1980. Formation and controls of channel networks. *Progress in Physical Geography*, **4**, 211-239.
- Dunne, T. and Aubry, B.A., 1986. Evaluation of Horton's theory of sheetwash and rill erosion on the basis of field experiments. In: Abrahams, A.D. *Hillslope Processes*. Allen and Unwin, Boston.
- Emmett, W.W., 1970. The hydraulics of overland flow on hillslopes - Dynamic and descriptive studies of hillslopes. *Geol. Survey Prof. Paper*, **662-A**, 1-68.
- Fairfield, J. and Leymarie, P., 1991. Drainage networks from grid digital elevation model. *Water Resour. Res.*, **27**, 709-717.
- Frank, A.U., Palmer, B. and Robinson, V.B., 1986. Formal methods for the accurate definition of some fundamental terms in physical geography. In: *Proceedings of the Second International Symposium on Spatial Data Handling*. International Geographical Union Commission on Geographical Data Sensing and Processing, Seattle, Washington, 583-599.
- Freeman, T.G., 1991. Calculating catchment area with divergent flow based on a regular grid. *Comput. Geosci.*, **17**, 413-422.
- GEOSYS, CEMAGREF, LCT and CETP, 1994. Estimation de l'état hydrique de petits bassins versants agricoles à l'aide de l'observation spatiale. in 1994),
- Glock, W.S., 1931. The development of drainage systems: A synoptic view. *Geogr. Rev.*, **21**, 475-482.
- Govindaraju, R.S. and Levent-Kavvas, M., 1992. Characterization of the rill geometry over straight hillslopes through spatial scales. *J. Hydrol.*, **130**, 339-365.
- Guilcher, A., 1939. Observations sur la formation du relief de la Bretagne méridionale. *Ann. Géographie*, **?**, 255-265.
- Guilcher, A., 1948. Le relief de la Bretagne méridionale, de la baie de Douarnenez à la Vilaine. *Thèse de Doctorat, Paris*,
- Guilcher, A., 1951. L'évolution du relief intérieur et côtier de la Bretagne. *La Nature*, **?**, 170-174.

- Guisti, E.V. and Schneider, W.J., 1965. The distribution of braches in river networks. *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, **422**.
- Hack, J.T., 1957. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland. *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, **294 B**, 45-94.
- Helmlinger, K.R., Kumar, P. and Foufoula-Georgiou, E., 1993. On the use of digital elevation model data for hortonian and fractal analyses of channel networks. *Water Resour. Res.*, **29**, 2599-2613.
- Hewlett, J.D. and Troendle, C.A., 1975. Non point and diffused water sources: a variable source area problem. *Irrigation and Drainage Division Symposium, ASCE, Logan, August 11-13, 1975*.
- Horton, R.E., 1933. The role of infiltration in the hydrological cycle. *Trans. Am. Geophys. Union*, **14**, 446-460.
- Horton, R.E., 1945. Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **56**, 275-370.
- Howard, A.D., 1971. Simulation model of stream capture. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **82**, 1355-1376.
- Howard, A.D., 1980. Thresholds in river regimes. *Thresholds in geomorphology*, **?**, 227-258.
- Howard, A.D., 1990. Theoretical model of optimal drainage networks. *Water Resour. Res.*, **26**, 2107-2117.
- Howard, A.D., Dietrich, W.E. and Seidl, M.A., 1994. Modeling fluvial erosion on regional to continental scales. *J. Geophys. Res.*, **99**, 13,971-13,986.
- Ijjasz-Vasquez, E.J., Bras, R.L. and Moglen, G.E., 1992. Sensitivity of a basin evolution model to the nature of runoff production and to initial conditions. *Water Resour. Res.*, **28**, 2733-2741.
- Ijjasz-Vasquez, E.J., Bras, R.L. and Moglen, G.E., 1992. Sensitivity of a basin evolution model to the nature of runoff production and to initial conditions. *Water Resour. Res.*, **28**, 2733-2741.
- Jarry, F., 1987. Le ruissellement sur les terres agricoles. Approche par simulation de pluie et par télédétection. Thèse de doctorat de l'Université de Paris 7,
- Jarvis, R., 1976. Link length organization and network scale dependencies in the network diameter model. *Water Resour. Res.*, **12**, 1215-1225.
- Jenson, S.K. and Domingue, J.O., 1988. Extracting topographic structure from digital elevation data for geographic information system analysis. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, **54**, 1593-1600.
- Kirchner, J.W., 1993. Stastical inevitability of Horton's law and the apparent randomness of stream channel networks. *Geology*, **21**, 591-594.
- Kirchner, J.W., 1994a. Reply. *Geology*, **22**, 380-381.
- Kirchner, J.W., 1994b. Reply. *Geology*, **22**, 574-575.
- Kirkby, M.J., 1971. Hillslope process-response models based on the continuity equation. In: *Slopes: Form and Process, Spec. Publ.* Institute of British Geographers, London, 15-30.
- Kirkby, M.J., 1980. The stream head as a significant geomorphic threshold. In: Coates, D.R. and Vitek, J.D. *Thresholds in Geomorphology*. Allen and Unwin, Boston,

- Kirkby, M.J., 1986. A two-dimensional simulation model for slope and stream evolution. In: Abrahams, A.D. *Hillslope processes*. Allen and Unwin, Boston, 203-222.
- Kirkby, M.J., 1988. Hill slopes and hollows. *Nature*, **336**, 201.
- Krumbein, W.C. and Shreve, R.L., 1970. Some statistical properties of dendritic fault networks. *Tech. Rep. Off. Nav. Res. Proj.*, **13**,
- La Barbera, P. and Rosso, R., 1989. On the fractal dimension of stream networks. *Water Resour. Res.*, **25**, 735-741.
- La Barbera, P. and Rosso, R., 1990. Reply. *Water Resour. Res.*, **26**, 2245-2248.
- Langbein, W.B., 1947. Topographic characteristics of drainage basins. *U.S. Geol. Surv. Water Supply Pap*, **968**,
- Larivière, G. and Vardou, J.P., 1969. Contribution à l'étude du climat de la Bretagne. In: *Monographie de la Météorologie Nationale*. Ministère des Transports, Secrétariat Général à l'Aviation Civile, Direction de la Météorologie Nationale, Paris,
- Le Corre, C., Auvray, B., Balleve, M. and Robardet, M., 1991. Le Massif Armoricaïn. *Sci. Geol. Bull.*, **44**, 31-103.
- Lea, N.L., 1992. An aspect driven kinematic routing algorithm. In: Parsons, A.J. and Abrahams, A.D. *Overland Flow: Hydraulics and Erosion Mechanics*. Chapman and Hall, New York,
- Leheny, R.L. and Nagel, S.R., 1993. Model for the evolution of river networks. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 1470-1473.
- Leopold, L.B. and Langbein, W.B., 1962. The concept of entropy in landscape evolution. *U.S. Geol. Surv. Water Supply Pap*, **500**,
- Loewenherz, D.S., 1991. Stability and initiation of channelized surface drainage: a reassessment of the short wavelength limit. *J. Geophys. Res.*, **96**, 8453-8464.
- Mandelbrot, B.B., 1983. Fractals in physics: Squig cluster, diffusions, fractal measures, and their unicity of fractal dimensionality. *J. Stat. Phys.*, **34**, 895-930.
- Mandelbrot, B.B. and Evertsz, C.J.G., 1990. The potential distribution around growing fractal clusters. *Nature*, **348**, 143-145.
- Mark, D.M., 1983. Automated detection of drainage networks from digital elevation models. In: Weller, B.S. *Auto-Carto Six: Proceedings of the Sixth International Symposium on Automated Cartography*. Ottawa, 288-298.
- Mark, D.M., Dozier, J. and Frew, J., 1984. Automated basin delineation from digital elevation data. *Geo-Processing*, **2**, 299-311.
- Masek, J.G. and Turcotte, D.L., 1993. A diffusion-limited aggregation model for the evolution of drainage networks. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **119**, 379-386.
- Mazenc, B., 1981. Etude des relations entre les caractéristiques physiques et les paramètres hydrologiques de bassin versant: application à la Bretagne. Thèse de Doct. Ing. Montpellier, 138p.
- Mazenc, B., Sanchez, M. and Thierry, D., 1984. Analyse de l'influence de la physiographie d'un bassin versant sur les paramètres d'un modèle hydrologique global et sur les débits caractéristiques à l'exutoire. *J. Hydrol.*, **69**, 97-118.
- Meakin, P., 1991. Fractal aggregates in geophysics. *Rev. Geophys.*, **29**, 317-354.
- Meakin, P., Feder, J. and Jossang, T., 1991. Simple statistical models for river networks. *Physica A*, **176**, 409-429.
- Melton, M.A., 1957. An analysis of the relations among elements of climate surface properties and geomorphology. *Tech. Rep. Off. Nav. Res. Proj.*, **389-042**,

- Melton, M.A., 1958. Geometric properties of mature drainage systems and their representation in an E4 phase space. *J. Geol.*, **66**, 35-54.
- Merot, P., 1993. Contribution à l'étude du rôle du sol dans le fonctionnement hydrologique de bassins versants. Thèse d'habilitation à diriger des recherches de l'Université de Rennes 1,
- Merot, P., Bourguet, M. and Le Leuch, M., 1981. Analyse d'une crue à l'aide du traçage naturel par l'oxygène 18 mesuré dans les pluies, le sol, le ruisseau. *CATENA*, **8**, 69-81.
- Merot, P., Crave, A. and Gascuel-Oudou, C., 1994. Effect of saturated areas on backscattering coefficient of the ERS 1 synthetic aperture radar: First results. *Water Resour. Res.*, **30**, 175-179.
- Merot, P. and Ezzahar, B., 1991. Apport des modèles numériques de terrain à la cartographie des sols hydromorphes. in INRA, 1991), 121-131.
- Meynier, A., 1940. La formation du réseau hydrographique de la Vilaine. *Travaux du Laboratoire de Géographie de l'Université de Rennes*, **11**, 1-34.
- Montgomery, D.R. and Dietrich, W.E., 1988. Where do channels begin? *Nature*, **336**, 232-234.
- Montgomery, D.R. and Dietrich, W.E., 1989. Source areas, drainage density, and channel initiation. *Water Resour. Res.*, **25**, 1907-1918.
- Montgomery, D.R. and Dietrich, W.E., 1992. Channel initiation and the problem of landscape scale. *Science*, **255**, 826-830.
- Montgomery, D.R. and Dietrich, W.E., 1994. Landscape dissection and drainage area-slope thresholds. *Process Models and Theoretical Geomorphology*, **?**, 221-246.
- Montgomery, D.R. and Foufoula-Georgiou, E., 1993. Channel network source representation using digital elevation models. *Water Resour. Res.*, **29**, 3925-3934.
- Morisawa, M.E., 1962. Quantitative geomorphology of some watersheds in the Appalachian Plateau. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **73**, 1025-1046.
- Morisawa, M.E., 1964. Development of drainage systems on an upraised lake floor. *Am. J. Sci.*, **262**, 340-354.
- Morris, D.G. and Heerdegen, R.G., 1988. Automatically derived catchment boundaries and channel networks and their hydrological applications. *Geomorphology*, **1**, 131-141.
- Moussa, R., 1991. Variabilité spatio-temporelle et modélisation hydrologique. *Thèse de Doctorat, Université de Montpellier II.*,
- Musset, R., 1917. Le Bas-Maine. Paris.
- Musset, R., 1922. The geographical characteristics of western France. *Geogr. Review*, **XII**, 84-89.
- Musset, R., 1928. Commentaire de la feuille 117, Nantes, de la carte géologique détaillée de la France. *Ann. Géographie*, **XXXVII**, 122-128.
- O'Callaghan, J.F. and Mark, D.M., 1984. The extraction of drainage networks from digital elevation data. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, **28**, 323-344.
- O'Loughlin, E.M., 1981. Saturation regions in catchments and their relations to soil and topographic properties. *J. Hydrol.*, **53**, 229-246.
- O'Loughlin, E.M., 1986. Prediction of surface saturation zones in natural catchments by topographic analysis. *Water Resour. Res.*, **22**, 794-804.

- Palmer, B., 1984. Symbolic feature analysis and expert systems. In: *Proceedings of the International Symposium on Spatial Data Handling, Zurich, Switzerland*. Geographical Institute, Zurich, 465-478.
- Pearce, A.J., Stewart, M.K. and Sklash, M.G., 1986. Storm runoff generation in humid headwater catchments - 1. Where does the water come from? *Water Resour. Res.*, **22**, 1263-1272.
- Pilgrim, D.H. and Huff, D.D., 1978. A field evaluation of subsurface and surface runoff. *J. Hydrol.*, **38**, 299-318.
- Quinn, P., Beven, K., Chevallier, P. and Planchon, O., 1991. The prediction of hillslope flow paths for distributed hydrological modelling using digital terrain models. *Hydrol. Proc.*, **5**, 59-79.
- Rampon, A., 1971. Contribution à l'étude des facteurs du bilan de l'eau: les bassins versants élémentaires représentatifs du Blavet. CEMAGREF,
- Richardson, L.F., 1961. The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels. *General Systems Yearbook*, **6**, 139-187.
- Rigon, R., Rinaldo, A. and Rodriguez-Iturbe, I., 1994. On landscape self-organization. *J. Geophys. Res.*, **99**, 11,971-11,993.
- Rigon, R., Rinaldo, A., Rodriguez-Iturbe, I., Bras, R.L. and Ijjasz-Vasquez, E., 1993. Optimal channel networks: a framework for the study of river Basin morphology. *Water Resour. Res.*, **29**, 1635-1646.
- Rinaldo, A., Rodriguez-Iturbe, I., Rigon, R., Bras, R.L., Ijjasz-Vasquez, E. and Marani, A., 1992. Minimum energy and fractal structures of drainage networks. *Water Resour. Res.*, **28**, 2183-2185.
- Rinaldo, A., Rodriguez-Iturbe, I., Rigon, R., Ijjasz-Vasquez, E. and Braz, R.L., 1993. Self-organized fractal river networks. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 822-825.
- Robert, A. and Roy, A.G., 1990. On the fractal interpretation of the mainstream length-drainage area relationship. *Water Resour. Res.*, **26**, 839-842.
- Rodriguez-Iturbe, I., Ijjasz-Vasquez, E.J., Bras, R.L. and Tarboton, D.G., 1992a. Power law distributions of discharge mass and energy in river basins. *Water Resour. Res.*, **28**, 1089-1093.
- Rodriguez-Iturbe, I., Rinaldo, A., Rigon, R., Bras, R.L., Marani, A. and Ijjasz-Vasquez, E., 1992b. Energy dissipation, runoff production, and the three-dimensional structure of river basins. *Water Resour. Res.*, **28**, 1095-1103.
- Roth, G., Siccardi, F. and Rosso, R., 1989. Hydrodynamic description of the erosional development of drainage patterns. *Water Resour. Res.*, **25**, 319-332.
- Scheidegger, A.E., 1961. Mathematical model of slope development. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **72**, 37-50.
- Scheidegger, A.E., 1967. A stochastic model for drainage patterns into intramontane trench. *Inst. Assoc. Sci. Hydrol. Bull.*, **12**, 15-20.
- Scheidegger, A.E., 1991. Theoretical geomorphology. Springer Verlag, Berlin.
- Scheidegger, A.E. and Langbein, W.B., 1966. Probability concepts in geomorphology. *Geol. Surv. Prof. Pap.*, **500-C**,
- Schumm, S.A., 1956. Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **67**, 597-646.
- Schumm, S.A., Mosley, M.P. and Weaver, W.E., 1987. Experimental fluvial geomorphology. John Wiley and Sons, New York.
- Seginer, I., 1969. Random walk and random roughness models of drainage networks. *Water Resour. Res.*, **5**, 591-607.

- Shreve, R.L., 1966. Statistical law of stream number. *J. Geol.*, **74**, 17-37.
- Shreve, R.L., 1967. Infinite topologically random channel networks. *J. Geol.*, **75**, 178-186.
- Shreve, R.L., 1969. Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks. *J. Geol.*, **77**, 397-414.
- Shreve, R.L., 1975. The probabilistic-topologic approach to drainage-basin geomorphology. *Geology*, **3**, 527-529.
- Sklash, M.G. and Farvolden, R.N., 1979. The role of groundwater in storm runoff. *J. Hydrol.*, **43**, 45-64.
- Sklash, M.G., Stewart, M.K. and Pearce, A.J., 1986. Storm runoff generation in humid headwater catchments - 2. A case study of hillslope and low-order stream response. *Water Resour. Res.*, **22**, 1273-1282.
- Smart, J.S., 1968. Statistical properties of channel of stream lengths. *Water Resour. Res.*, **4**, 1001-1014.
- Smart, J.S., 1969a. Comparison of smart and Scheidegger stream length models. *Water Resour. Res.*, **5**, 1383-1387.
- Smart, J.S., 1969b. Distribution of interior link lengths in naturel channel networks. *Water Resour. Res.*, **5**, 1337-1342.
- Smart, J.S., 1972. Quantitative characterization of channel network structure. *Water Resour. Res.*, **8**, 1487-1496.
- Smart, J.S. and Moruzzi, 1971. Random-walk model of stream network dvelopment. *IBM J. Res. Dev.*, **15**, 197-203.
- Smart, J.S. and Werner, C., 1976. Applications of the random model of drainage basin composition. *Earth Surf. Proc.*, **1**, 219-233.
- Smith, T.R. and Bretherton, F.P., 1972. Stability and the conservation of mass in drainage basin evolution. *Water Resour. Res.*, **8**, 1506-1529.
- Stark, C.P., 1991. An invasion percolation model of drainage network evolution. *Nature*, **352**, 423-425.
- Stark, C.P., 1994. Cluster growth modeling of plateau erosion. *J. Geophys. Res.*, **99**, 13,957-13,969.
- Steven, P.S., 1974. Petterns in nature. Little, Brown, Boston.
- Strahler, A.N., 1952. Hypsometric (area-altitude) analydidof erosional toppography. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **63**, 1117-1142.
- Strahler, A.N., 1954. Statistical analysis in geomorphic research. *J. Geol.*, **62**, 1-25.
- Strahler, A.N., 1964. Quantitative geomorphology of drainage basins and channel networks. In: Chow, V.T. *Hanbook of applied hydrology*. McGraw-Hill, New-York, 440-474.
- Takayasu, H. and Inaoka, H., 1992. New type of self-organized criticality in a model of erosion. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 966-969.
- Takayasu, H., Nishikawa, I. and Tasaki, H., 1988. Power-law mass distribution of aggregation systems with injection. *Phys. Rev. A*, **37**, 3110-3117.
- Tarboton, D.G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1988. The fractal nature of river networks. *Water Resour. Res.*, **24**, 1317-1322.
- Tarboton, D.G., Bras, R. and Rodriguez-Iturbe, I., 1990. Comment on "the fractal dimension of stream networks" by La Barbera and Rosso. *Water Resour. Res.*, **26**, 2243-2244.

- Tarboton, D.G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1991. On the extraction of channel networks from digital elevation data. *Hydrol. Proc.*, **5**, 81-100.
- Tarboton, D.G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1992. A physical basis for drainage density. *Geomorphology*, **5**, 59-76.
- Troutman, B.M. and Karlinger, M.R., 1994. Inference for a generalized gibbsian distribution on channel networks. *Water Resour. Res.*, **30**, 2325-2338.
- Ulaby, F.T., Allen, C.T. and Fung, A.K., 1983. Method for retrieving the true backscattering coefficient from measurements with a real antenna. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **GE-21**, 308-313.
- Ulaby, F.T. and Batlivala, P.P., 1976. Optimum radar parameters for mapping soil moisture. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **GE-14**, 81-93.
- Ulaby, F.T., Batlivala, P.P. and Dobson, M.C., 1978. Microwave backscatter dependence on surface roughness, soil moisture, and soil texture: Part I - Bare soil. *IEEE Trans. Geosci. Electron.*, **GE-16**, 286-295.
- Vicsek, T., 1992. Fractal growth phenomena. World Scientific, Singapore.
- Willgoose, G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1990. A model of river basin evolution. *Eos Trans. AGU*, **71**, 1806-1807.
- Willgoose, G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1991a. A coupled channel network growth and hillslope evolution model - 1. Theory. *Water Resour. Res.*, **27**, 1671-1684.
- Willgoose, G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1991b. A coupled channel network growth and hillslope evolution model - 2. Nondimensionalization and applications. *Water Resour. Res.*, **27**, 1685-1696.
- Willgoose, G., Bras, R.L. and Rodriguez-Iturbe, I., 1991c. A physical explanation of an observed link area-slope relationship. *Water Resour. Res.*, **27**, 1697-1702.
- Wyns, R., 1991. Evolution tectonique du bâti armoricain oriental au Cénozoïque d'après l'analyse des paléosurfaces continentales et des formations géologiques associées. *Géologie de la France*, **3**, 11-42.

ANNEXE

Publication : Effect des surfaces saturées sur le coefficient de rétrodiffusion du radar à ouverture synthétique (SAR) du satellite ERS 1 : premiers résultats

Auteurs : Merot, P., Crave, A., Gascuel-Odoux, C. et Louhala, S.

Publié dans : Water Resources Research, 30, 175-179, February 1994.
Avec l'aimable autorisation de Water Resources Research.

Effect of saturated areas on backscattering coefficient of the ERS 1 synthetic aperture radar: First results

P. Merot, A. Crave, and C. Gascuel-Oudou

Science du Sol, Institut National de la Recherche Agronomique, Rennes, France

S. Louhala

Geosys, Toulouse, France

Abstract. One way to estimate spatial distribution of water content at the soil surface consists of using active microwave remote sensing. It has been theoretically and experimentally demonstrated for unsaturated conditions. Nevertheless, radar data are ambiguous when ponding conditions occur, as in variable source areas, due to the contradictory influence of the dielectric effect and the specular effect on the backscattering attenuation coefficient, σ_0 . A procedure is considered, based on a topographic analysis, to take into account the influence of the two effects on radar response. The present results stress the capabilities of the ERS (European Remote Sensing Satellite) radar to survey saturated areas in time and space.

Introduction

Mapping areas where an excess of water occurs at the soil surface is of major importance in hydrology. Surface runoff in the widest sense may be generated by two main mechanisms. First, Hortonian overland flow ("infiltration excess runoff") occurs when the rainfall intensity exceeds the soil infiltration capacity. This is independent of the watershed morphology and of position in the landscape; for homogeneous soils it involves the whole watershed considered. Second, saturation overland flow and return flow, according to the variable source area concept, which was first proposed by Capps [1960] and then developed by different authors [Kirkby and Chorley, 1967; Beven and Wood, 1983; Merot, 1988] represent surface runoff generated by rainfall on saturated areas. According to this concept, not all the watershed area will contribute equally to runoff; the runoff-generating zone may be of varying size and represents the groundwater exfiltration areas. Its occurrence depends both on topographical factors, specifically convergence of runoff flow and slope and on soil characteristics, specifically permeability. The distribution and the extent of these areas control the saturation overland flow and return flow. Different authors [Beven and Kirkby, 1979; Grayson *et al.*, 1992] have developed models based on this second concept.

The difficulty of mapping the runoff exfiltration zone, due to the rapid variation in space and time of these areas, has often been pointed out. It is the main limit to validating the variable source area concept and the corresponding models.

One way to estimate water content at the soil surface consists of using active microwave remote sensing. This technique has been theoretically and experimentally demonstrated [Chanzy, 1991; Engman *et al.*, 1989; Mo *et al.*, 1984; Ulaby *et al.*, 1978; Van de Griend and Engman, 1985]. However, when ponding conditions occur, as in variable source areas, radar data are ambiguous due to the contra-

dictory influence of the dielectric effect and the specular effect on the backscattering attenuation coefficient, σ_0 . The dielectric effect is caused by the dielectric capacity of soils, which increases with the water content; the backscattering coefficient has a positive correlation with the volumetric water content of soils until a threshold close to field capacity. The specular effect is due to the reflection at the saturated soil surface or on ponding water that involves a decreasing backscattering coefficient when the saturated soil surface increases.

In a previous paper, Brun *et al.* [1990] showed that saturated areas can be detected using radar data. These data came from a helicopter-borne instrument, ERASME (Etude par Radar des Sols de la Mer) with the same configuration as the ERS 1 (European Remote Sensing) satellite synthetic aperture radar (SAR); under a threshold backscattering value the measured plots corresponded to saturated areas; over this threshold value they corresponded to soils at field capacity. In another paper [Merot and Chanzy, 1991] an experiment characterizing the SAR response in controlled ponding conditions was reported. The extent of surface saturation was measured on two plots with different roughnesses. The extent varied in time from 50% to 0%. The surface saturation was simultaneously measured by the crane-mounted radar RAMSES with two configurations (5.3 GHz, VV, 23°, and 5.3 GHz, HH, 15°) and by photography. It was shown, on pixels of 10 m² size, that the backscattering coefficient decreases when the percentage of saturated area increases. The correlation gradient was the same for the different roughnesses. Because of ambiguous SAR values between measurements in ponding conditions and measurements in drier conditions, the necessity of complementary data was emphasized.

In this paper, as a part of a European Space Agency (ESA) ERS 1 project [Louhala *et al.*, 1993], preliminary results from ERS 1 SAR are presented. The objective is to analyze the radar data and to emphasize an interpretation procedure taking into account the two processes of backscattering attenuation when the soil is drying and ponding.

Copyright 1994 by the American Geophysical Union.

Paper number 93WR02920.

0043-1397/94/93WR-02920\$05.00

Table 1. Soil Type and Vegetation Cover During Winter 1992 for All Cells

| Number of Cells | Type of Soil | Type of Vegetation Cover |
|-----------------|---|--------------------------|
| 61, 62, 63 | dystric or aquic eutrochrept, more than 80 cm | winter wheat |
| 67 | dystric or aquic eutrochrept, more than 80 cm | corn |
| 74 | dystric or aquic eutrochrept, 60–80 cm | meadow |
| 75, 76, 77 | dystric or aquic eutrochrept, 60–80 cm | plowed field |
| 69 | glossaqualf on clayey alterites | winter wheat |
| 70, 71 | glossaqualf on clayey alterites | vegetable |
| 72 | glossaqualf on clayey alterites | meadow |

in time of the backscattering values. The other group (cells 69, 70, 71) has a more heterogeneous radar response and lower values and presents smoother variations in time, or variations that are not coherent with the previous one. This allows us to divide the population of cells in two.

In Figure 4 the differences between the backscattering values for two consecutive observations, from day d to day $d + 3$ (when scenes are missing day $d + 6$ is used), are plotted for different cells; each of the two groups of cells is presented separately. Cell 72 was added to the second group in spite of its intermediary behavior. Comparing to Figure 2, the first group (Figure 4a) includes cells with backscattering values that increase when rainfall occurs (i.e., day 40), and decrease afterward, in contrast to the second one (Figure 4b). Backscattering values also strongly decrease when frost occurs (day 52), due to the low dielectric constant of the ice.

The two groups are not randomly distributed in the landscape. None of the cells of the first group is situated in the bottom of the talweg. On the contrary, cells of the second group are at the foot of the hillslopes or in the bottom of the talweg. Field observations show particularly strong variations in time of saturated areas in cell 71, which is located in the head of the saturated talweg.

In Figure 5, the behavior of one cell from each of the two groups is plotted; cell 76 is at the top of a transect, and cell 71 is at the bottom. The two cells have an inverse behavior, showing that the backscattering coefficient increases for one cell, whereas it decreases for the other.

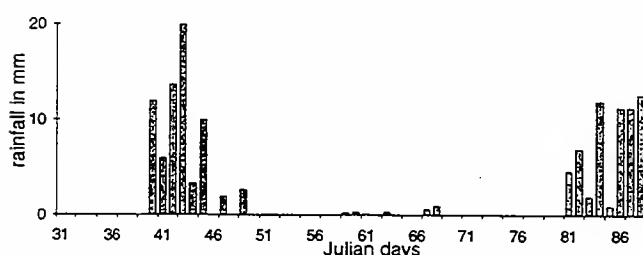
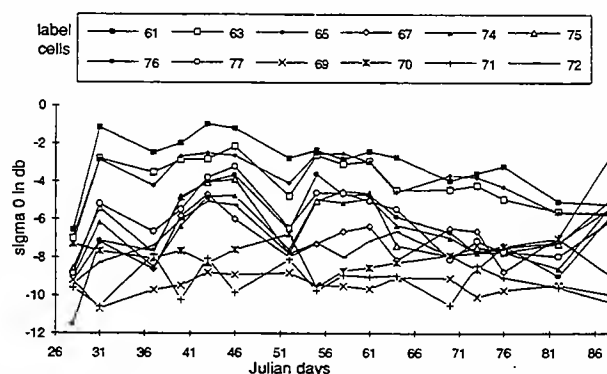
Interpretation

The main features of the spatial distribution of soil water content in such a watershed during winter were briefly described in the introduction. Saturated areas are located near the river (the variable source area), and homogeneous values of water content close to field capacity are observed

on the hillslope. Figure 6 presents a comprehensive diagram of the gravimetric water content in the soil surface plotted against the relative elevation from the river. Again, two groups occur: At the top and on the hillslope, water content is moderate and of small standard deviation, whereas the second group, whose relative elevation from the talweg axis is less than 5 m, shows a significant gradient and a large standard deviation, partly corresponding to saturated areas. The large standard deviation is due to the heterogeneous distribution of ponding water, depending on soil roughness.

The following scheme is proposed to explain the twofold behavior of the SAR signal. When the target of the SAR is the bottom of the talweg where the soils are always saturated in winter, the backscattering value is low (due to the specular effect) and has few variations (Figure 4b, cells 69 and 70). When the target of the SAR is just upward from the talweg in the zone of source area variations, the backscattering value decreases when it rains (again due to the specular effect), and increases afterward, due to the variation of the total surface of the saturated area [Merot and Chanzy, 1991]. When the target of the SAR is on the slope in an upper zone where no water excess occurs, the backscattering value increases when it rains (due to the dielectric effect). The variations of the backscattering values along a transect from the talweg to the top (cells from 70 to 77) during a short rainy period (between day 37 and day 46) are presented in Figure 7. Variations along the hillslope correspond to the scheme described here.

Another argument that confirms the effect of the saturated zone comes from analysis of the same two plots 71 and 76

**Figure 2.** Rainfall.**Figure 3.** Absolute backscattering values for different cells versus time.

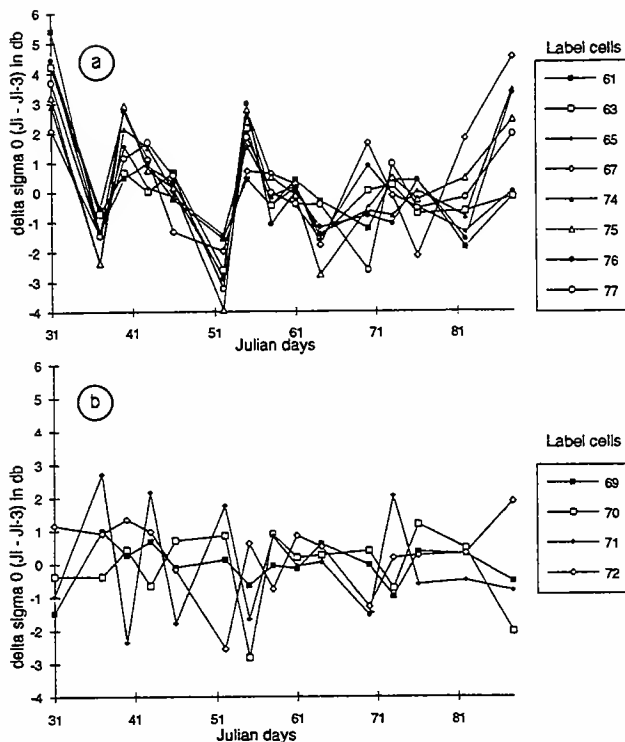


Figure 4. Differences between day i and day $i - 3$ in mean backscattering values versus time (a) for cells corresponding to two hillslopes (south and north); (b) for cells corresponding to the talweg.

during the whole experiment period, including summer (Figure 8): The two plots show an opposite variation in winter, when saturated areas occur on plot 71; then, in summer, when saturated areas disappear, the curves cross over and show coherent variations with the dielectric effect.

A last comment has to be made on using radar data with a temporary soil frost: As it was shown, the soil surface was frozen from time to time, because of the unexpected cold weather. Consequently, backscattering values strongly decreased, impeding any interpretation in terms of soil moisture or saturated areas with such weather conditions.

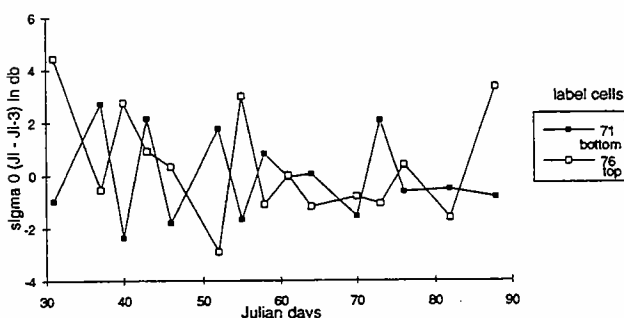


Figure 5. Differences in mean backscattering value versus time for cell 76 (top of a transect) and 71 (bottom).

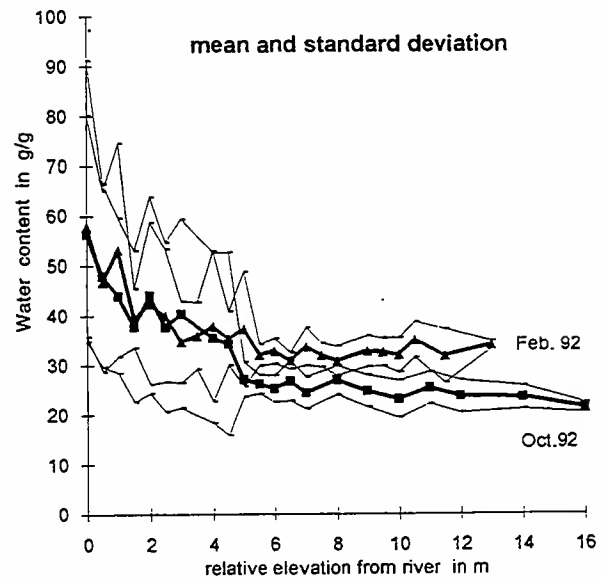


Figure 6. Comprehensive diagram of the gravimetric water content in surface soil (0–5 cm depth) versus the relative elevation from the river on two dates.

Conclusion

These preliminary results stress the capabilities of ERS 1 radar to survey saturated areas. They emphasize the impact of saturated areas on the backscattering coefficient, generally underestimated or neglected. A possible explanation of the opposite variations of the backscattering value observed after a rainfall, due to two contradictory physical effects, is proposed. We have to take into account the position in the landscape of the target cells, and to have in mind a conceptual scheme of the spatial distribution of saturated areas in the landscape. A topographic modeling has to be done, to sort the SAR data into two groups, the first one depending on the dielectric effect and the second on the specular effect. From a hydrological point of view, ERS 1 radar seems to be a relevant tool for validation of the variable source area concept and the corresponding models.

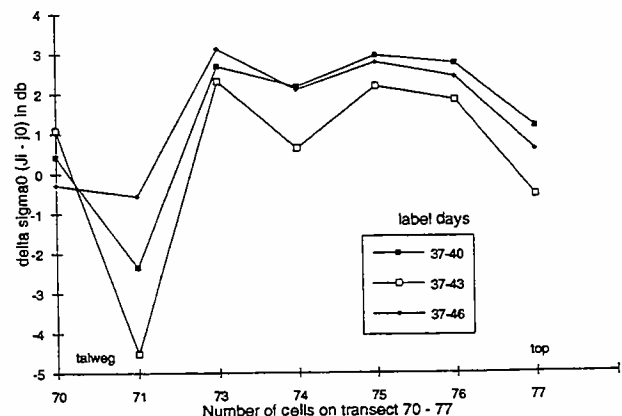


Figure 7. Differences in mean backscattering value during a rainfall period from the top to the bottom of a hillslope: σ_0 between day 37 and days 40, 43, 46.

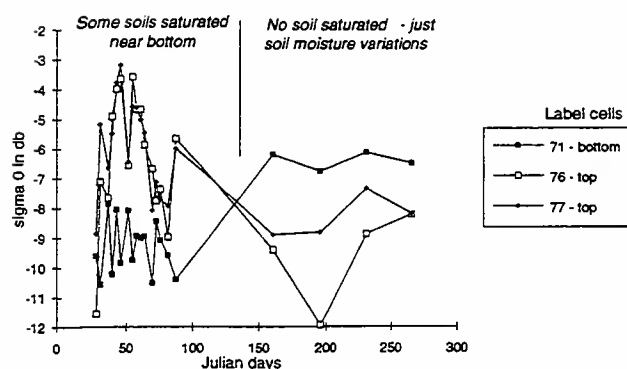


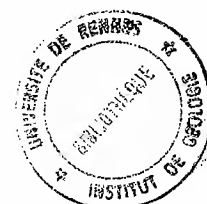
Figure 8. Mean backscattering values versus time for cells 76 and 77 (top of a transect) and cell 71 (bottom) for the whole measurement period.

Acknowledgments. This work was funded by ESA (pilot project), Centre National de Télédétection Spatiale, Programme National de Télédétection Spatiale, and Institut National de la Recherche Agronomique (project CORMORAN). S. Louhala (Geosys, Toulouse) made the radar data treatment. A. Crave benefited from a grant by the Ministry of Research and Space. D. Vidal-Madjar (CRPE) provided helpful reviews.

References

- Beven, K., and M. J. Kirkby, A physically based, variable contributing area model of basin hydrology, *Hydrol. Sci. Bull.*, 23(4), 419-438, 1979.
- Beven, K., and E. F. Wood, Catchment geomorphology and the dynamic of runoff contributing areas, *J. Hydrol.*, 65, 139-150, 1983.
- Brun, C., R. Bernard, D. Vidal-Madjar, C. Gascuel-Oudoux, P. Merot, J. Duchesne, and H. Nicolas, Mapping saturated areas with a helicopter-borne C band scatterometer, *Water Resour. Res.*, 26(5), 945-955, 1990.
- Cappus, P., Etude des lois de l'écoulement: Application au calcul et à la prévision des débits: Bassin expérimental d'Alrance, *Houille Blanche*, 15(A), 493-520, 1960.
- Chanzy, A., Modélisation simplifiée de l'évaporation d'un sol nu, utilisant l'humidité et la température de surface accessible par télédétection, thèse, 221 pp., Univ. de Paris 7, Inst. Natl. Agron. Paris-Grignon, Paris, 1991.
- Engman, E. T., G. Angus, and W. P. Kustas, Relationships between the hydrologic balance of a small watershed and remotely sensed soil moisture, in *Remote Sensing and Large Scale Global Processes*, IAHS Publ., 186, 75-84, 1989.
- Grayson, R., I. Moore, and T. McMahon, Physically based hydrologic modeling, 1, A terrain-based model for investigation purposes, *Water Resour. Res.*, 28(10), 2639-2658, 1992.
- Kirkby, M. J., and R. J. Chorley, Throughflow, overland flow and erosion, *Bull. Int. Assoc. Sci. Hydrol.*, 12, 5-21, 1967.
- Louhala, S., M. Normand, C. Loumagne, N. Chkir, A. Vidal, C. Cann, D. Vidal-Madjar, C. Otte, P. Olivier, P. Merot, A. Crave, and D. Courault, Evaluation du bilan hydrique de petits bassins hydrologiques agricoles en utilisant des techniques de télédétection, paper presented at CNES-ESA colloquium: Les applications de SPOT et ERS, Centre Natl. d'Etudes Spat./Eur. Space Agency, Paris, May 10-13, 1993.
- Merot, P., Les zones de source à surface variable et la question de leur localisation, *Hydrol. Cont.*, 3(2), 105-115, 1988.
- Merot, P., and A. Chanzy, Mesure de l'humidité du sol par radar dans des conditions d'excès d'eau, paper presented at 5th ISPRS International Colloquium: Mesures physiques et signatures en télédétection, Int. Soc. of Photogramm. and Remote Sens., Val d'Isère, France, Jan. 14-18, 1991.
- Mo, T., T. J. Schmugge, and T. J. Jackson, Calculation of radar backscattering coefficient of vegetation covered soils, *Remote Sens. Environ.*, 15, 119-133, 1984.
- Ulaby, F. T., P. B. Batlivala, and M. C. Dobson, Microwave backscatter dependence on surface roughness, soil moisture and soil texture, 1, Bare soil, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, GE-16(4), 286-295, 1978.
- Van de Griend, A. A., and E. T. Engman, Partial area hydrology and remote sensing, *J. Hydrol.*, 81, 211-251, 1985.
- A. Crave, C. Gascuel-Oudoux, and P. Merot, INRA, Science du sol, 65 route de saint Briec, 35042 Rennes Cedex, France.
- S. Louhala, Geosys, 3 rue Hermes, Parc Technologique de Toulouse Ramonville, 31526 Ramonville Cedex, France.

(Received March 29, 1993; revised September 13, 1993; accepted October 15, 1993.)



MEMOIRES DE GEOSCIENCES-RENNES
Université de Rennes I - Campus de Beaulieu
35042 - RENNES Cedex tel : 99.28.60.80

Dans la même collection :

N°1 - H. MARTIN - Nature, origine et évolution d'un segment de croûte continentale archéenne : contraintes chimiques et isotopiques. Exemple de la Finlande orientale. 392 p., 183 fig., 51 tabl., 4 pl. (1985). **Epuisé**

N°2 - G. QUERRE - Palingénèse de la croûte continentale à l'Archéen : Les granitoïdes tardifs (2,5-2,4 Ga) de Finlande Orientale. Pétrologie et géochimie. 226 p., 74 fig., 41 tabl., 3 pl. (1985). **Epuisé**

N°3 - J. DURAND - Le Grès Armoricaïn. Sédimentologie. Traces fossiles. Milieux de dépôt. 150 p., 76 fig., 9 tabl., 19 pl. (1985). **Epuisé**

N°4 - D. PRIOUR - Genèse des zones de cisaillement : Application de la méthode des éléments finis à la simulation numérique de la déformation des roches. 157 p., 106 fig., 7 tabl., (1985). **55F.**

N°5 - V. NGAKO - Evolution métamorphique et structurale de la bordure sud-ouest de la "série de Poli", segment camerounais de la chaîne panafricaine. 185 p., 76 fig., 16 tabl., 12 pl. (1986). **Epuisé**

N°6 - J. DE POULPIQUET - Etude géophysique d'un marqueur magnétique situé sur la marge continentale sud-armoricaine. 159 p., 121 fig., 5 tabl. (1986). **55F.**

N°7 - P. BARBEY - Signification géodynamique des domaines granulitiques. La ceinture des granulites de Laponie : une suture de collision continentale d'âge protérozoïque inférieur (1.9-2.4 Ga). 324 p., 89 fig., 46 tabl., 11 pl. (1986). **Epuisé**

N°8 - Ph. DAVY - Modélisation thermo-mécanique de la collision continentale. 233 p., 72 fig., 2 tabl. (1986). **Epuisé**

N°9 - Y. GEORGET - Nature et origine des granites peralumineux à cordiérite et des roches associées. Exemple des granitoïdes du Massif Armoricaïn (France) : Pétrologie et géochimie. 250 p., 140 fig., 67 tabl., (1986). **Epuisé**

N°10 - D. MARQUER - Transfert de matière et déformation progressive des granitoïdes. Exemple des massifs de l'Aar et du Gothard (Alpes Centrales Suisses). 287 p., 134 fig., 52 tabl., 5 cartes hors-texte (1987). **120 F.**

N°11 - J.S. SALIS - Variation séculaire du champ magnétique terrestre. Direction et Paléointensité sur la période 7.000-70.000 BP dans la Chaîne des Puys. 190 p., 73 fig., 28 tabl., 1 carte hors-texte (1987). 90F.

N°12 - Y. GERARD - Etude expérimentale des interactions entre déformation et transformation de phase. Exemple de la transition calcite-aragonite. 126 p., 42 fig., 3 tabl., 10 pl. (1987). 75F.

N°13 - H. TATTEVIN - Déformation et transformation de phases induites par ondes de choc dans les silicates. Caractérisation par la microscopie électronique en transmission. 150 p., 50 fig., 1 tabl., 13 pl. (1987). 95F.

N°14 - J.L. PAQUETTE - Comportement des systèmes isotopiques U-Pb et Sm-Nd dans le métamorphisme éclogitique. Chaîne Hercynienne et Chaîne Alpine. 190 p., 88 fig., 39 tab., 2 pl. (1987). 95F.

N°15 - B. VENDEVILLE - Champs de failles et tectonique en extension; modélisation expérimentale. 392 p., 181 fig., 1 tabl., 82 pl. (1987). Epuisé

N°16 - E. TAILLEBOIS - Cadre géologique des indices sulfurés à Zn, Pb, Cu, Fe du secteur de Gouézec-St-Thois : Dévono-Carbonifère du flanc Sud du Bassin de Châteaulin (Finistère). 195 p., 64 fig., 41 tabl., 8 pl. photo., 8 pl. h.texte. (1987). 110F

N°17 - J.P. COGNE - Contribution à l'étude paléomagnétique des roches déformées. 204 p., 86 fig., 17 tabl., (1987). 90F.

N°18 - E. DENIS - Les sédiments briovériens (Protérozoïque supérieur) de Bretagne septentrionale et occidentale : Nature, mise en place et évolution. 263 p., 148 fig., 26 tab., 8 pl. (1988). 140F.

N°19 - M. BALLEVRE - Collision continentale et chemins P-T : l'Unité pennique du Grand Paradis (Alpes Occidentales). 340 p., 146 fig., 10 tabl., (1988). Epuisé

N°20 - J.P. GRATIER - L'équilibrage des coupes géologiques. Buts, méthodes et applications. Atelier du Groupe d'Etudes Tectoniques le 8 Avril 1987 à Rennes. 165 p., 82 fig., 2 tabl. (1988). 85F.

N°21 - R.P. MENOT - Magmatismes paléozoïques et structuration carbonifère du Massif de Belledonne (Alpes Françaises). Contraintes nouvelles pour les schémas d'évolution de la chaîne varisque ouest-européenne. 465 p., 101 fig., 31 tab., 6 pl., (1988). 200F

- N°22 - S. BLAIS - Les ceintures de roches vertes archéennes de Finlande Orientale : Géologie, pétrologie, géochimie et évolution géodynamique. 312 p., 107 fig., 98 tab., 11 pl. photo, 1 pl. h.texte, (1989). 160F
- N°23 - A. CHAUVIN - Intensité du champ magnétique terrestre en période stable de transition, enregistrée par des séquences de coulées volcaniques du Quaternaire. 217 p., 100 fig., 13 tab. (1989). 100F.
- N°24 - J.P. VUICHARD - La marge austroalpine durant la collision alpine; évolution tectonométamorphique de la zone de Sesia-Lanzo. 307 p., 143 fig., 26 tab., 6 pl. hors-texte. (1989). 170F.
- N°25 - C. GUERROT - Archéen et Protérozoïque dans la chaîne hercynienne ouest-européenne : géochimie isotopique (Sr-Nd-Pb) et géochronologie U-Pb sur zircons. 180 p., 68 fig., 29 tab., 1 pl. (1989) 90F.
- N°26 - J.L. LAGARDE - Granites tardi-carbonifères et déformation crustale. L'exemple de la Méseta marocaine. 353 p., 244 fig., 15 pl. (1989) 210F.
- N°27 - Ph. BARDY - L'orogène cadomien dans le Nord-Est du Massif Armoricaïn et en Manche Occidentale. Etude tectonométamorphique et géophysique. 395 p., 142 fig., 7 tab., 1 pl. hors-texte. (1989). 175F.
- N°28 - D. GAPAIS - Les Orthogneiss : Structures, mécanismes de déformation et analyse cinématique. 377 p., 184 fig., 3 tab., (1989). 275F.
- N°29 - E. LE GOFF - Conditions pression-température de la déformation dans les orthogneiss : Modèle thermodynamique et exemples naturels. 321 p., 146 fig., 42 tab. (1989). 150F.
- N°30 - D. KHATTACH - Paléomagnétisme de formations paléozoïques du Maroc. 220 p., 97 fig., 35 tab., (1989). 100F.
- N°31 - A. HAIDER - Géologie de la formation ferrifère précambrienne et du complexe granulitique encaissant de Buur (Sud de la Somalie). Implications sur l'évolution crustale du socle de Buur. 215 p., 18 fig., 42 tab., 7 pl. (1989). 130 F.
- N°32 - T. DANIEL - Traitement numérique d'image appliqué à l'analyse texturale de roches déformées. 186 p., 121 fig., 4 tab., (1989). 210 F.
- N°33 - C. LECUYER - Hydrothermalisme fossile dans une paléocroûte océanique associée à un centre d'expansion lent : Le complexe ophiolitique de Trinity (N. Californie, U.S.A). 342 p., 109 fig., 73 tab., (1989). 200 F.

N°34 - P. RICHARD - Champs de failles au dessus d'un décrochement de socle: modélisation expérimentale. 382 p., 137 fig., (1989). 400 F.

N°35 - J. de BREMOND d'ARS - Estimation des propriétés rhéologiques des magmas par l'étude des instabilités gravitaires. Pétrologie du complexe plutonique lité de Guernesey. 370 p., 128 fig., 64 tabl., (1989). 180 F.

N°36 - A. LE CLEAC'H - Contribution à l'étude des propriétés physiques des minéraux à haute pression : Spectroscopie et calcul des grandeurs thermodynamiques de la lawsonite, des épidotes et des polymorphes de SiO₂. 190 p., 72 fig., 37 tabl., (1989). 100 F.

N°37 - O. MERLE - Cinématique des nappes superficielles et profondes dans une chaîne de collision. 280 p., 165 fig., 3 tabl., (1990). 160F.

N°38 - P. ALLEMAND - Approche expérimentale de la mécanique du rifting continental. 205 p., 106 fig., 13 tabl., (1990). 160F.

N°39 - Ch. BASILE - Analyse structurale et modélisation analogique d'une marge transformante : l'exemple de la marge de Côte-d'Ivoire - Ghana. 230 p., 161 fig., 7 tabl., (1990). 130F.

N°40 - M. AUDIBERT - Déformation discontinue et rotations de blocs. Méthodes numériques de restauration. Application à la Galilée. 250 p., 80 fig., 5 tabl., (1991). 150F.

N°41 - G. RUFFET - Paléomagnétisme et 40Ar/39Ar : étude combinée sur des intrusions précambriennes et paléozoïques du Trégor (Massif Armoricain) . 261 p., 80 fig., 19 tabl., (1991). 120F.

N°42 - P. SUZANNE - Extrusion latérale de l'Anatolie : Géométrie et mécanisme de la fracturation. 262 p., 100 fig., 12 pl., 5 tabl., (1991). 210F.

N°43 - G. FIQUET - Propriétés thermodynamiques de minéraux du manteau supérieur. Calorimétrie à haute température et spectroscopie Raman à haute pression et haute température. 274 p., 101 fig., 53 tabl., (1991). 130F.

N°44 - J. MARTINOD - Instabilités périodiques de la lithosphère (Flambage, Boudinage en compression et en extension). 283 p., 117 fig., 3 tabl., 2 pl. couleur., (1991). 170F.

N°45 - M.O. BESLIER - Formation des marges passives et remontée du manteau: Modélisation expérimentale et exemple de la marge de la Galice. 257 p., 86 fig., 5 tab., 2 pl. noir/blanc, 2 Pl. couleur., (1991). 180F.

N°46 - J.B.L. FRANCOLIN - Analyse structurale du Bassin du Rio Do Peixe. (Brésil) : 250 p., 83 fig., 3 tab., 9 pl. couleur, (1992). 300F.

N° 47 - S. TOURPIN - Perte des mémoires isotopiques (Nd, Sr, O) et géochimiques (REE) primaires des komatiites au cours du métamorphisme : exemple de la Finlande Orientale. 185 p., 53 fig., 23 tabl., (1992). 100F.

N° 48 - J.A. BARRAT - Genèse des magmas associés à l'ouverture d'un domaine océanique : Géochimie des laves du Nord-Est de l'Afrique (Mer Rouge - Afar) et d'Arabie. 175 p., 47 fig., 23 tab., (1992). 100F.

N° 49 - E. HALLOT - Injection dans les réservoirs magmatiques. Contraintes pétrologiques (Massifs de Fort La Latte et de Saint Briec, Bretagne Nord) et modélisation analogique. 331 p., 101 fig., 30 tabl., (1993). 180F.

N°50 - T. SOURIOT - Cinématique de l'extension post-pliocène en Afar. Imagerie SPOT et modélisation analogique. 225 p., 2 pl. coul., 1 tabl., 91 fig., 16 pl. photo., 1 carte H.Texte, (1993). 190F.

N° 51 - T. EUZEN - Pétrogenèse des granites de collision post-épaississement. Le cas des granites crustaux et mantelliques du Complexe de Pontivy-Rostrenen (Massif Armoricaire, France). 350 p., 2 pl. coul., 34 tabl. en annexe, (1993). 190F.

N° 52 - J. LE GALL - Reconstitution des dynamismes éruptifs d'une province paléovolcanique : l'exemple du graben cambrien du Maine (Est du Massif Armoricaire). Pétrogenèse des magmas andésitiques et ignimbritiques et leur signification dans l'évolution géodynamique cadomienne. 370 p., 30pl. photo., 1 pl. coul. (1993). 350 F.

N° 53 - J. C. THOMAS - Cinématique tertiaire et rotations de blocs dans l'ouest de l'Asie Centrale (Tien Shan Kirghiz et dépression Tadjik). Etude structurale et paléomagnétique. 330 p., 107 fig., 2 pl. coul., 18 tabl., 1 carte, annexes. (1993). 220 F.

N°54 - F. LAFONT - Influences relatives de la subsidence et de l'eustatisme sur la localisation et la géométrie des réservoirs d'un système deltaïque. Exemple de l'Eocène du bassin de Jaca, Pyrénées Orientales., 270 p., 115 fig., dont 17 pl. couleur. (1994). 150 F.

N° 55 - C. BIELLMANN - Stabilité et réactivité des carbonates à très hautes pression et température. Implications pour le stockage du Carbone dans le manteau terrestre., 230 p., 74 fig., 11 tabl., 1 pl. couleur (1993). 175 F.

N°56 - A. POTREL - Evolution tectono-métamorphique d'un segment de croûte continentale archéenne. Exemple de l'Amsaga (R.I. Mauritanie), dorsale Réguibat (Craton Ouest Africain). 400 p., (dont annexes) 125 fig., 21 tabl., 1 pl. couleur, 43 Pl. photo (1994). 270 F.

N° 57 - M. KUNTZ - Approche expérimentale de la déformation dans les systèmes préfracturés : Contribution à l'étude de l'inversion tectonique des bassins sédimentaires. 220 p., 19 pl., 87 fig., 3 tabl. (1994). 155 F.

N° 58 - D. ROUBY - Restauration en carte des domaines faillés en extension. Méthode et applications. 266 p., 98 fig. dont annexes (1994). 180 F.

N° 59 - J.J. TONDJI-BIYO - Chevauchements et bassins compressifs. Influence de l'érosion et de la sédimentation. Modélisation analogique et exemples naturels. 426 p., 141 fig., 4 pl. couleur, 21 tableaux, dont annexes (1995). 270 F.

N° 60 - H. BOUHALLIER - Evolution structurale et métamorphique de la croûte continentale archéenne (Craton de Dharwar, Inde du Sud). 277 p., 100 fig., dont 5 pl. coul., 7 tab., dont annexes (1995). 150 F.

N° 61 - P. GAUTIER - Géométrie crustale et cinématique de l'extension tardi-orogénique dans la domaine centre-égéen (îles des Cyclades et d'Eubée, Grèce). 430 p., 89 fig., dont 4 pl. coul., 1 tabl., dont annexes (1995). 220F.

N° 62 - M.T. ROMAN BERDIEL - Mécanismes d'intrusion des granites supracrustaux. Modèles analogiques et exemples naturels. 270 p., 75 fig., 5 pl. laser, 9 tabl. (1995). 160F.

N° 63 - M. JULLIEN - Polytypisme, ordre d'empilement et interstratification dans la cookéite et les phyllosilicates non micacés du métamorphisme. Influence de la pression. 226 p., 61 fig., 8 tabl., (1995). 150 F.

N° 64 - Y. LAHAYE - L'altération des komatiites. 224 p., 70 fig., 29 tabl., + annexes (1995). 150 F.

N° 65 - A. CRAVE - Quantification de l'Organisation des réseaux hydrographiques. 210 p., 68 fig., dont annexe (1995). 120 F.

BON DE COMMANDE

à retourner à : Arlette FALAISE

GEOSCIENCES-RENNES I

Université de Rennes

35042 - RENNES Cédex (France)

Tél : (33) 99.28.60.80 Fax : (33) 99.28.60.80

NOM

ORGANISME

.....

ADRESSE

Veillez me faire parvenir les ouvrages suivants :

| N° | Auteur | Nb exemplaires | P.U. | Total |
|------------------------------------|--------|----------------|---------------|-------|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| Frais d'envoi : 20,00F par volume | | | Total | |
| par volume supplémentaire : 5,00 F | | | Frais d'envoi | |
| | | | Montant total | |

Nous acceptons les bons de commandes.

Si vous réglez par chèque veuillez établir votre chèque au nom de :

Monsieur l'Agent Comptable de l'Université de Rennes I.

Imprimé à l'Université de Rennes I

Dépot Légal

4ème trimestre 1995

Résumé :

Les réseaux hydrographiques jouent un rôle prépondérant dans la régulation des flux d'eau et de matière à la surface des continents. Sièges d'une érosion intense, ils contrebalancent, en découpant le paysage par un réseau de vallées, les apports endogènes d'origine tectonique. Leur structure et leur degré d'extension et de ramification sont des paramètres clés dans l'évolution du relief sur des pas de temps longs (10^3 - 10^7 années), et dans la propagation d'ondes de crues sur des pas de temps courts (1 heure, quelques jours). Comprendre leur évolution est un enjeu intéressant à la fois d'un point de vue fondamental, pour la détermination des processus physiques fondamentaux de transferts de matière à des échelles variant du continent au versant, mais également dans une perspective d'application à des besoins de prévision hydrologiques.

Le travail présenté s'attache d'une part à définir un schéma d'organisation possible et, d'autre part, à définir un modèle simple d'extension et d'évolution des réseaux hydrographiques et du relief. L'analyse statistique des propriétés géométriques de deux réseaux hydrographiques bretons : la Vilaine et le Blavet, met en évidence, entre autre, une distribution aléatoire des confluences au sein du système hydrographique et une densité homogène sur 4 ordres de grandeur d'échelle. Ces deux observations témoignent d'une géométrie aléatoire et oriente la modélisation vers un modèle mixte stochastique-déterministe. Le modèle proposé traduit la physique des principaux processus d'érosion par des règles simples de déplacement et d'action de marcheurs lancés aléatoirement sur une topographie. D'utilisation très souple, cet outil offre la possibilité d'aborder l'étude de l'évolution des reliefs et des axes de drainage en fonction de l'importance relative des processus fondamentaux que sont les déplacements et les transports de matière par diffusion et advection. Il est ainsi possible de simuler la croissance de perturbations suivant la prépondérance de processus particulier.

Mots Clés :

Réseaux hydrographiques, lois d'échelle, modélisation, érosion.